

構造物背後の砕波波高と砕波角の実用的計算手法

Nicholas C. Kraus*

1. はじめに

砕波波高と砕波波向は、海浜流・沿岸漂砂といった海岸工学における諸問題に關与する基本的な量として重要である。例えば、海岸線変形の数値モデルでは、構造物周辺における沿岸方向の砕波波高と砕波波向を計算する特別なルーチンが必要となる。波は構造物や島の背後で回折の影響を受け、さらに屈折、浅水変形して砕波に至る。このような場合には、砕波点における波の状況を近似のかつ直接的に求める方法が他の複雑な方法よりもむしろ合理的であることが多い。それは、波や海底地形のデータがしばしば不備であり、また海浜過程の予測に当って簡単な仮定が用いられるからである。

それ故、単純な条件下での構造物背後の砕波波高と砕波波向の沿岸方向分布を求める数値モデルを開発することには工学的な意義がある。ここで置かれる基本的な仮定は、(1) 等深線は互いに平行である、(2) 波は構造物で完全反射する、(3) 線形波理論が適用できる、(4) 波と流れの相互干渉は無視できる、といったものである。従来の海岸線変形モデル^{1)~4)}においても同様の手法が用いられているが、Kraus et al. (1981) のもの⁴⁾以外は現地データあるいは実験データによる検証がなされていない。本論文では上記のモデルをさらに一般化し、2つの典型的なケースについて理論的な解析を行ない、その結果を実験室および現地データと比較検討した。

2. 計算の方法

防波堤背後の砕波波高は3つの係数の積で表されると仮定する。それらは、一様水深中に置かれた半無限防波堤の先端から生じる回折波の回折係数 K_D 、Snell の法則ならびにエネルギー保存則に基づいて計算される屈折係数 K_R および浅水係数 K_S である。これらの係数を同時に計算し砕波限界条件を満たしたとき、回折、屈折および浅水変形が同時的に進行する場の砕波波高が与えられるものとする。

回折係数としては、単一正弦波に関するもの⁵⁾あるいは方向スペクトルを持つ不規則波に関するもの⁶⁾を用い

る。屈折係数と浅水係数は通常用いられる次式によって求める。

$$K_R = (\cos \theta_1 / \cos \theta_2)^{1/2} \dots\dots\dots (1)$$

$$K_S = (c_{g1} / c_{g2})^{1/2} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 θ_1 、 θ_2 は水深 h_1 および h_2 の地点での波向であって、Snell の法則により求められる。 c_{g1} 、 c_{g2} はそれぞれの地点における群速度である。

2.1 砕波波高の支配方程式

図-1 に示すように y 軸に平行な長い防波堤を考える。ここで y 軸は平均的な汀線に沿ってとり、 x 軸は冲向きにとる。防波堤背後の点 P_2 における砕波波高 H_b は次式によって与えられる。

$$H_b = K_D(\theta_D, h_b) K_R(\theta_R, h_b) K_S(h_b) H_{tip} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 H_{tip} は防波堤先端における入射波高であり、 h_b は任意の計算点 P_2 における砕波水深である。 θ_R は防波堤の先端 P_1 から点 P_2 に到る波向線の点 P_1 における方向を示し、 θ_D および θ_G は直線 P_1P_2 が入射波向線および $y=y_1$ となす角度である。

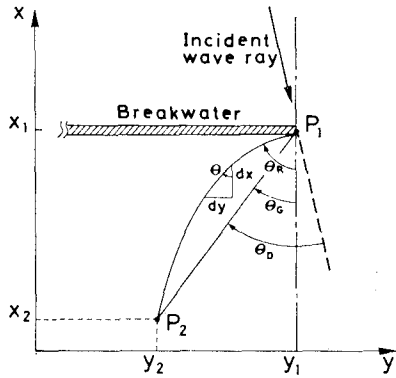


図-1 計算要素の定義図

波は光学的影の領域では、防波堤先端から角度 θ_R で進行し、屈折、浅水変形の後角度 θ_{R2} をもって点 P_2 に到る。また、影の領域の外では、防波堤先端水深と同一水深の地点で防波堤先端における同じ波向を有するものとする。斜面上を伝播し、点 P_1 から点 P_2 に到る波を考えると、 $\theta_R > \theta_G$ であることは直感的に明らかである。点 P_1 から角度 θ_G で出発した波は屈折のため点

* 正会員 Ph.D. 海岸環境工学研究センター 主任研究員

P_2 に到達することはないからである。点 P_2 での角度 θ_{R2} は次節で述べる波向線決定のための方程式を用いて試行錯誤的に決定される。回折計算は影の領域の内外で同様に行われる。

点 P_2 の位置は経験的な砕波基準である次式に基づいて決定する。

$$H_b = \gamma h_b \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで定数 γ は、次式で与えられるものとする⁷⁾。

$$\gamma = 1.1m^{1/6}(H_0/L_0)^{-1/12} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 m は斜面勾配であり、 H_0/L_0 は沖波波形勾配である。式 (4) を式 (3) に代入して次式を得る。

$$\frac{H_b}{h_b} = \frac{K_D(\theta_D, h_b) K_R(\theta_R, h_b) K_S(h_b) H_{up}}{h_b} = \gamma \quad \dots\dots\dots (6)$$

防波堤先端での入射波高、波向および周期を与え、式 (6) を θ_D , θ_R , h_b および γ について同時に解く。これには点 P_2 に到達する θ_R を求めるための計算ループが含まれており、このループでは θ_D , θ_R ならびに h_b について複合的に試行が行われる。式 (6) の計算の収束によって H_b が定まる。砕波波向は屈折計算により与えられる。

上述の手順によれば、 θ_G を θ_R の 0 次近似として用いることによって二重の繰返し計算を省略する単純解法とは異なり、より厳密な解が得られる⁴⁾。しかしながら、 θ_R を求める計算はこのモデルの計算時間の大部分を占めることになるので、ここでは以下に述べるような工夫がなされる。

2.2 波向線の方程式

角度 θ_R は波向線に沿う積分を繰り返すことにより試行錯誤的に求められる。図-1 中の点 P_1 と点 P_2 を結ぶ波向線について次式が成立する。

$$y_2 - y_1 = \int_{x_1}^{x_2} \tan \theta dx \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし、角度 θ は Snell の法則によって与えられる。

$$k_1 \sin \theta_R = k \sin \theta \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 k_1 は回折の原点 P_1 での波数、 k および θ はそれぞれ波向線上での波数および波向角である。

(1) 波向線方程式の一樣勾配斜面上での長波近似解

一樣勾配斜面上において長波近似を用いるならば、波向線の方程式 (7) は積分可能であり、これから 1 つの極限状態を知ることができる。一樣勾配斜面 $h = mx$ 上で長波近似 $k = 2\pi/(T\sqrt{gh})$ (T : 波の周期, h : 水深) を用いれば、式 (8) は $\sin \theta = ax^{1/2}$, $a = x_1^{-1/2} \sin \theta_R$ となる。その結果 $\tan \theta = ax^{1/2}/\sqrt{1-a^2x}$ となり、これを式 (7) に代入して積分すると θ_R に関する陰形式の表示を得る。

$$y_1 - y_2 = x_1 \left\{ \frac{1}{\sin \theta_R} \sqrt{\left(\frac{x_2}{x_1} \right) \left(1 - \frac{x_2}{x_1} \sin^2 \theta_R \right)} \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\sin^2 \theta_R} \sin^{-1} \left(\frac{x_2}{x_1} \sin \theta_R \right) - \cot \theta_R + \frac{\theta_R}{\sin^2 \theta_R} \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、さらに次の 2 つの場合について考察する。

a) θ_R が小さく、かつ P_2 が汀線上にある場合

この時 $x_2 = 0$, $\theta_R \ll 1$ であり、式 (9) は次式のように書き改められる。

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1} = -\cot \theta_R + \frac{\theta_R}{\sin^2 \theta_R} \approx \frac{2}{3} \theta_R \quad \dots\dots\dots (10)$$

波向角が小さい時は、 $\theta_G \approx \tan \theta_G = (y_1 - y_2)/x_1$ であり式 (10) は次のように書ける。

$$\theta_R = \frac{3}{2} \theta_G \quad \dots\dots\dots (11)$$

すなわち、長波近似においては、波が汀線に対し直角に近い角度をもって進行するとき、 P_1 地点における波向の傾角 θ_R は直線 P_1P_2 の傾角 θ_G の 1.5 倍でなければならないことになる。なお、式 (7) において直接 $\tan \theta$ を $\sin \theta$ と置く近似を用いても同一の結果が得られる。

b) θ_R が大きい場合

ここで、問題とするのは図-2 に示すように長い防波

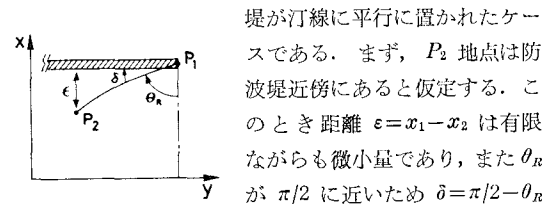


図-2 防波堤付近の波向線

堤が汀線に平行に置かれたケースである。まず、 P_2 地点は防波堤近傍にあると仮定する。このとき距離 $\epsilon = x_1 - x_2$ は有限ながらも微小量であり、また θ_R が $\pi/2$ に近いため $\delta = \pi/2 - \theta_R$ も微小量である。 δ が 0 に近づく場合を考えると、若干の計算により式 (9) は次のようになる。

$$\delta = \sqrt{\frac{\epsilon}{x_1} - \frac{|y_1 - y_2|}{2x_1}} \quad \dots\dots\dots (12)$$

式 (12) において、ある与えられた y_2 に対して ϵ を十分小さくすることにより δ を負にする、すなわち P_1 から P_2 に到達するのに $\theta_R > \pi/2$ 以上の角で出発しなければならないということがあり得る。しかし実際にはそれは防波堤が存在するために不可能である。すなわち防波堤近傍には出発した波向線が進入し得ない空白領域があるということになる。この領域の境界線は式 (12) において $\delta = 0$ とおくことによって近似的に得られる。^{*} 印によって境界線上の値を示すことにすると、それは次式のように表わされる。

$$x_2^* = x_1 - \frac{(y_1 - y_2^*)^2}{4x_1} \quad \dots\dots\dots (13)$$

上式の示す放物線の形状を図-3 に示す。

以上の結果は、一樣勾配斜面でかつ長波近似のもとに得られたものであるが、明らかに等深線が直線かつ互いに平行で水深が沖向きに単調に増加する場合には同様の

結果を得る。もし上記の空白領域において θ_R を数値的に求めようとすると、 $\theta_R = \pi/2$ となり波高は 0 ということになる。すなわち式 (6) は、防波堤から十分離れた地点における近似とみなすべきである。結論として防波堤背後では回折現象が支配的であると言えよう。

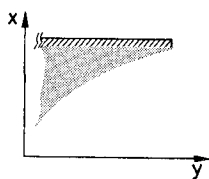


図-3 空白領域

1つのあり得る状況として面白いのは、防波堤の汀線側が例えば局所洗掘もしくは浚渫のために汀線に向かって深くなっている場合は、防波堤端部から出発した波向線が防波堤背後側にトラップされ得ることである。このトラップされた波は防波堤に沿って走り、空白領域にかなりの波高の波が存在することになる。

(2) 一般の場合における波向線方程式の数値解法

一般的な場合には、式 (7) は数値的に積分する必要がある。計算時間を短縮するために、波数を Padé の近似法⁸⁾を用いて求めることにする。積分は単純な形をしているので、Gauss の数値積分法を用いるのが便利である。今回の計算例では助変数を $n=8$ にとれば十分な精度が得られることが判明した。図-1 に示されるように角度 θ_R は θ_G と $\pi/2$ の間になければならない。したがって、 $\theta_R = \theta_G$ を初期値として、 θ_G と $\pi/2$ の間の適当な θ_R を一定の収束条件を満たすよう中央点法により求めればよい。

直線海岸に沿った水深 1m の点 P_2 に達する波向線求めて算定した θ_R の計算結果を図-4 に示した。計算開始点 P_1 は岸から沖方向に 500m および 1000m とし、その点における水深はそれぞれ 5m、10m とした。図では、点 P_1 における波向角の無次元比 θ_{R2}/θ_{G2} 、屈折係数の無次元比 $K_R(\theta_R)/K_R(\theta_G)$ 、および点 P_2 における

波向角の無次元比 θ_{R2}/θ_{G2} が無次元距離 $|y_2 - y_1|/x_1$ の関数として示してある。

$|y_2 - y_1|/x_1$ が 0 に近い場合、点 P_1 における波向角の無次元比 θ_R/θ_G は長波近似により得られた値 1.5 に近い値を持つ。 $|y_2 - y_1|/x_1$ が大きくなると無次元比は次第に増加し、波の周期によって決まる計算の限界点で最大値となる。

図-4 の屈折係数の無次元比から、 $|y_2 - y_1|/x_1$ が 0~1/2 の範囲にある場合は砕波波高の計算において θ_R を θ_G で置き換えても差し支えないことがわかる。その範囲外では、 $K_R(\theta_R)$ は $K_R(\theta_G)$ に比して急激に減少する。したがって、 θ_G を用いた屈折係数の計算結果は常に安全側、言い換えれば θ_R を用いた値より大きな波高となる。計算の目的によっては、安全側の評価は好ましいものである。

点 P_2 における波向角の無次元比 θ_{R2}/θ_{G2} は $|y_2 - y_1|/x_1 = 0$ で最大値をとり、以後徐々に小さくなる。従って、 θ_R の代りに θ_G を用いると、防波堤先端から汀線に下した垂線の足付近で誤差が最大となる。波向角そのものの誤差は必ずしも安全側とは言えない。例えば沿岸漂砂量公式は $\sin \theta$ を含んでおり、したがって、この誤差は漂砂量の過小評価につながることになる。

θ_R の計算は全計算時間のうちでかなりの部分を占める。図-4 に示したように無次元比 θ_R/θ_G は連続的に変化するので、その特性を計算過程に取り入れるることにより、計算時間を大幅に短縮することができる。ある波の条件に対し影の領域における最初の格子点において先に述べた中央点法により θ_R を計算する。次に精度の良い第一次近似として、その点の θ_R/θ_G を用いて次の格子点の θ_R を求める。この近似値は真値に近いので、中央点法による計算範囲を非常に狭くすることができる。沿岸

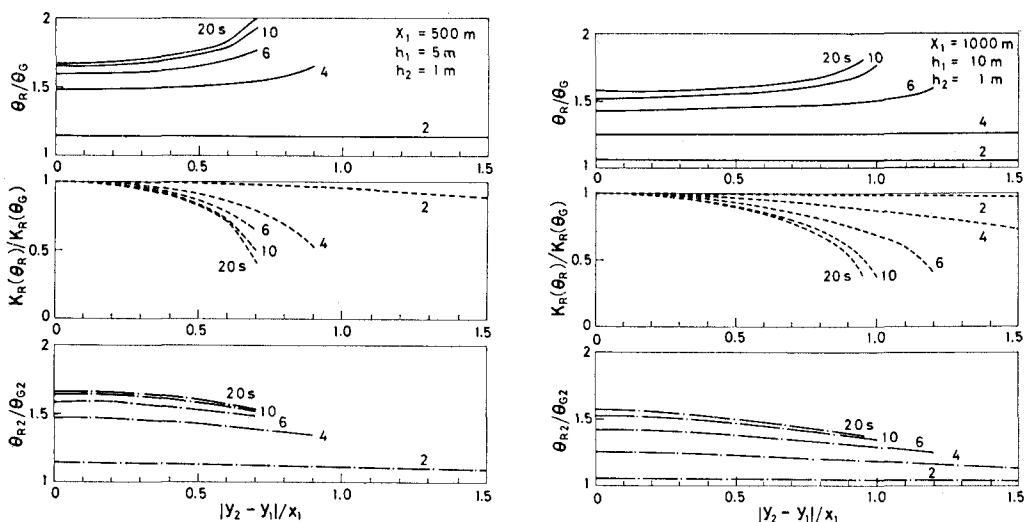


図-4 波の屈折角に関する各要素の沿岸方向分布

方向の格子点 i における θ_{Ri} の初期値 $\theta_{Ri}^{(0)}$ は次式で与えられる。

$$\theta_{Ri}^{(0)} = \left(\frac{\theta_R}{\theta_G} \right)_{i-1} \theta_{Gi} \dots \dots \dots (14)$$

従って、中央点法の計算範囲は $\theta_G < \theta_{Ri} < \pi/2$ から次のように縮小される。

$$(1-f)\theta_{Ri}^{(0)} \leq \theta_{Ri} \leq (1+f)\theta_{Ri}^{(0)} \dots \dots \dots (15)$$

ここに、 f の値としては0.2程度が適当である。誤差を0.5% 以内とするために必要な繰返し計算回数は、この方法を用いることにより13~15回から1~3回に減少する。

3. モデルの適用例

本節においては防波堤背後の砕波に関する現地データならびに離岸堤が存在する場合の実験データを用いてモデルの検証を試みる。

3.1 現地データによる検討

ここで用いたのは大洗港防波堤背後における砕波の実測値である。観測地点および θ_R の代りに θ_G を用いた近似計算の結果はすでに示されている⁴⁾。図-5に式(6)による繰返し計算の結果と従来の近似計算の結果が比較されている。繰返し計算を行うことにより結果として得られる影の領域の砕波波高は大きくなり、波向 62° (NE) の波については実測値に近づいている。 80° , 84° , (ENE) の波に対しては従来の計算値との間に有意な差は見られない。多くの場合、とくに条件によっては近似計算法が十分な解を与えることがわかる。この計算では、回折係数に不規則波に対する合田⁹⁾の簡易計算法を用いた。なお、破波波向についても良好な計算結果を得ており、これらはすでに報告されている⁴⁾。

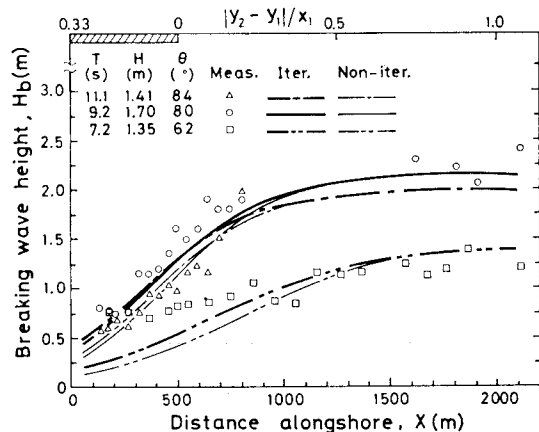


図-5 大洗港周辺における砕波波高の計算値と実測値の比較

3.2 実験データによる検討

ここでは橋本⁹⁾による実験のデータを用いて検討を進める。この実験は長さ1.6mの3基の離岸堤を沖合2m地点に汀線とほぼ平行に配置して、波の分布を測定したものである。各離岸堤間の距離は中心から中心までが6mである。海底勾配は約1/10であり、離岸堤の沖側の水深20cm地点における入射波高は6.1cm、波向角は 14° 、周期は1.2sである。計算に当っては両側の離岸堤は無視し、中央の1基のみを考慮した。

以下に計算上の問題点とここで用いられた基本的な仮定について述べる。離岸堤の背後では、離岸堤の両端から派生した2方向からの波が重なり合うことになる。ここではこれらの波は互いに干渉しないとして別々に計算を行った。干渉を考慮するためには同時に進行する2つの波の計算を行わねばならず、この場合にはあらゆる地点において砕波の可能性が生じるので計算が技術的に困難となる。これは主に2つの波が同位相で重なると通常よりも大水深の領域で砕波することになるからである。

次に、2つの波源からの波を別々に計算するとそれぞれについて砕波線が求まる。実際に橋本⁹⁾の実験における波の状況を見ると、単一の砕波線が存在していることから、本モデルでは大きい方の波の砕波のみを考慮した。

砕波波高の計算結果を図-6に示す。離岸堤の中心は $x=8$ m 地点であるが、砕波波高が最小値を示す位置は斜め入射のためいく分中心からずれている。実験値には若干のばらつきが見られるが、計算値と実験値は良い一致を示している。また、砕波波向に関する計算値と実験値は図-7に比較されている。波向についても両者の間に良好な一致が見られる。なお、この計算は著者らによって既に提案された方法⁴⁾に従って行われたものである。

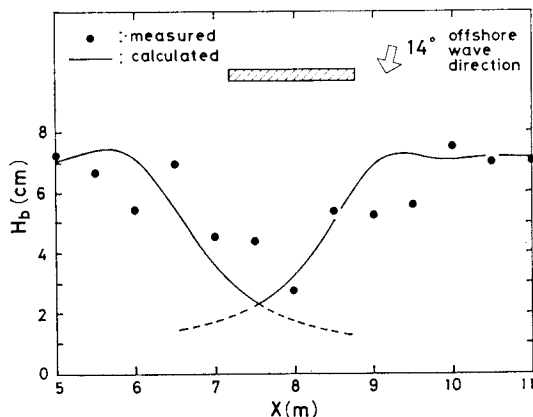


図-6 離岸堤背後の砕波波高の実験値⁹⁾と計算値の比較

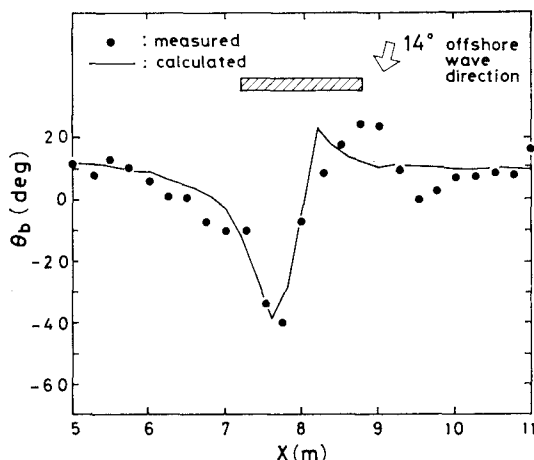


図-7 離岸堤背後の砕波波向の実験値⁹⁾と計算値の比較

4. 考 察

上述した計算例に加えて、構造物背後における斜面上の砕波前の波に関する2種類の実験データとの比較計算を行った。これらのケースでは砕波条件は不要となる。計算結果は良好であったが、特に興味深い点は、一様水深における単一波の回折理論によって浅海（砕波前）における波高変化がほぼ説明できたことである。しかしながら、波高は若干過小に、すなわち危険側に評価されるようである。このような結果は一様水深中の回折波について行われた Harmes¹⁰⁾の研究によっても得られている。

以下に本研究の主要な結論を述べる。

- (1) 一様水深における回折理論が斜面上の砕波あるいは砕波前の計算にかなりの精度で適用できる。ただし、単一波を用いた場合には波高は過小評価される。
- (2) ここで開発された回折、屈折、浅水変形を含む簡易な砕波計算手法は砕波波高と砕波波向のいずれに対しても良好な結果を与える。しかしながら、この手法は必ずしも厳密ではないので、適用に当たっては十分注意する必要がある。
- (3) 離岸堤背後において2つの砕波線が発生する基準等を調べるために、大縮尺の平面実験を行う必要がある。
- (4) 砕波波高 H_b を計算する場合、条件によっては波の出発点における角度 θ_R の計算を単純な幾何学的角度

θ_a を用いて行うことが可能である。しかし、砕波波向 θ_b の計算に際してはより高い精度が要求されるため、このような近似が妥当となる範囲はさらに限定される。

(5) 浅海域において波向線の方程式を厳密に解いたところ、岸に平行な防波堤背後の影の領域には波向線の進入できない領域が存在することがわかった。ただし、ここで導かれた理論は単純化された仮定の上に立っており、構造物からある程度離れた領域について妥当な結果を与えるものである。

謝辞：本研究は従来の計算手法⁴⁾に関する中央大学理工学部水口優助教授との議論から生れたものである。氏の啓発的な批判に感謝するとともに、著者の母国語で書かれた本論文の和訳に際して御協力を頂いた S.H., H.N., M.M., K.M. および S.K. 各氏に深甚の謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Bakkar, W. T., E. H. Klein Breteler and A. Roos: The dynamics of a coast with a groyne system, Proc. 11th Conf. Coastal Eng., pp. 1001~1020, 1970.
- 2) 松同道男・越智 裕: 汀線変化予測モデルの適用性の検討, 第26回海講論文集, pp. 220~224, 1979.
- 3) Le Mehaute, B. and M. Soldate: A numerical model for predicting shoreline changes, Miscell. Rep. No. 80(6), U.S. Army, Corps of Engineers, Coastal Eng. Res. Center, 72 p., 1980.
- 4) Kraus, N. C.・針貝聰一・久保田進: 大洗海岸における汀線変化シミュレーション, 第28回海講論文集, pp. 295~299, 1981.
- 5) Penney, W. G. and A.T. Price: The diffraction theory of sea waves and the shelter afforded by breakwaters, Phil. Trans. Royal Soc. of London, Ser. A, (224), pp. 236~253, 1952.
- 6) 合田良実: 港湾構造物の耐波設計——波浪工学への序説——, 237 p., 鹿島出版会, 1977.
- 7) Sunamura, T.: A laboratory study of offshore transport of sediment and a model for eroding beaches, Proc. 17th Conf. Coastal Eng., pp. 1051~1070, 1980.
- 8) Hunt, J. F.: Direct solution of the wave dispersion relation, Proc. ASCE, 105, WW4, pp. 457~459, 1979.
- 9) 橋本 宏・宇多高明・竹淵 勉: 経験的海浜変形モデルによる構造物周辺の地形変化予測, 第28回海講論文集, pp. 300~304, 1981.
- 10) Harmes, V. W.: Diffraction of waves by shore-connected breakwater, Proc. ASCE, HY12, pp. 1501~1519, 1979.