

浅水変形に及ぼす流れの影響に関する基礎的研究

塚 茂樹*・佐伯 浩**・尾崎 晃***

1. 緒 言

河川からの流入など流れが存在する海域での波浪は水深変化に伴う浅水変形と流れの影響を同時に受けている。その変形特性には種々の要素が複雑に関連し合っている。流れのない場合の浅水変形に関してはすでに実験的及び理論的に多くの研究が為されているが、浅水変形に及ぼす流れの影響を扱った実験は少ない。また理論的な研究もいくつかあるが、その手法に問題があり検討の必要がある。

本論では、岸から沖へ向う流れが存在する斜面上を進行する波の波高・波速の変化に関して実験を行い、浅水変形に及ぼす流れの影響を調べる。さらに一様流を伴う Stokes 波の 3 次近似解を求め、energy flux 法を用いて理論解を計算し、実験値との比較を行う。またその際 energy flux 法を用いる場合には平均水面の変化を考慮しなければならないことを指摘し、これを考慮した場合の energy flux を導く。

2. 実 験

(1) 実験装置及び方法

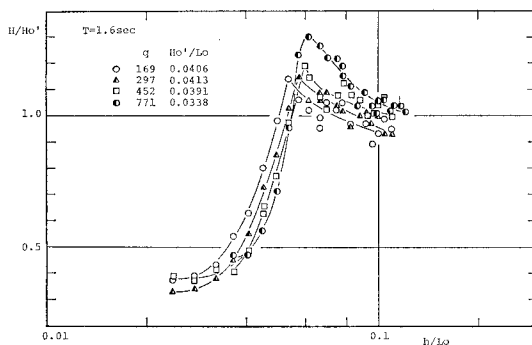
実験装置の概略は参考文献 1) で示したものと同一であり、水底勾配は 1/30 とした。波高・波速は抵抗線式波高計及び容量式波高計 6 本を 50 cm 間隔に並べて測定した。実験での単位幅流量 q 、周期 T 、換算沖波波高 H_0' は表一の通りである。

表一 実験条件

q	169~771 (cm ³ /sec/cm)
T	0.85~2.40 (sec)
H_0'	2.0 ~19.4 (cm)

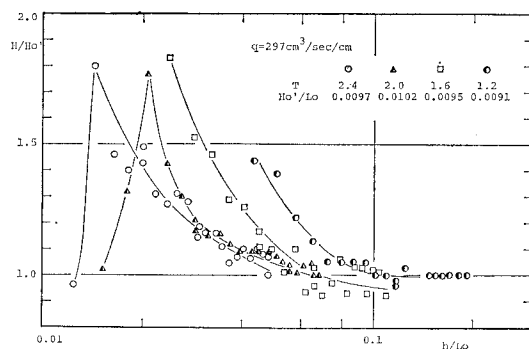
(2) 実験結果

各水深での波高・波速から浅水係数・波速の沖波波速との比を求めるには、まず換算沖波波高・沖波波速を見積らねばならない。ここでは簡単のため線形理論を用いる²⁾。図一は周期 T 、沖波波高勾配 H_0'/L_0 をほぼ一定として流量 q を変化させた場合の変形特性を比較した



図一

ものであるが、砕波前では流量が多い程浅水係数は大きく、砕波後は逆になっている。また図二は q 、 H_0'/L_0 を一定とし T を変えた場合の比較であり、流量が同一であっても、周期によって全く異なった特性を示す。このことより、斜面上の砕波に及ぼす流れの影響を示す量として用いた無次元単位幅流量 $q^* = q \cdot (2\pi/T)^3 / g^2$ が浅水変形の特性に対する主要なパラメーターであると思わ



図二

れる。そこで H_0'/L_0 、 q^* とほぼ同一である場合を図一3、4に示す。 H_0'/L_0 と q^* が同一であれば変形特性は砕波点の前後とも同一となることが明らかとなる。図一5は種々の H_0'/L_0 、 q^* での変形特性の実験曲線をまとめたものであるが、 H_0'/L_0 が同一であれば q^* が大きい程流れの影響を強く受けて浅水係数は大きく、砕波点は深くなり、また同一の q^* では H_0'/L_0 が大きい程浅水

* 正会員 工修 岩手大学助手 工学部土木工学科

** 正会員 工修 北海道大学助教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科

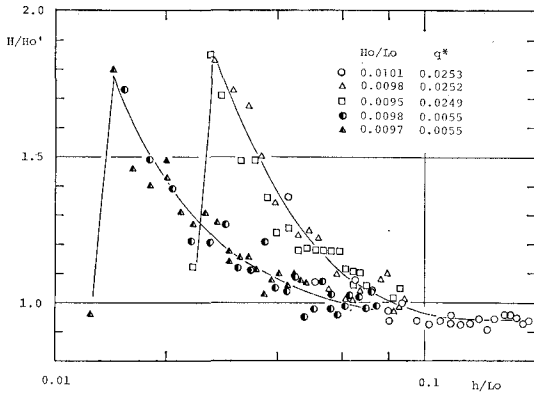


図-3

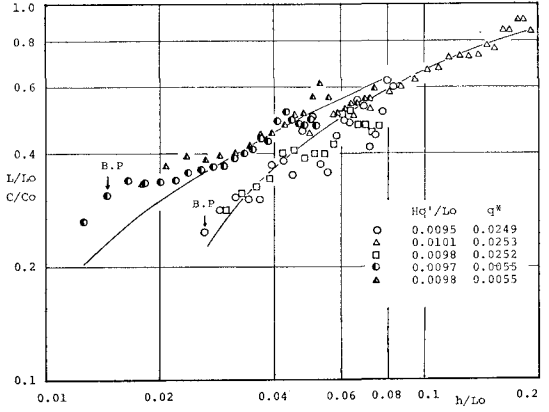


図-6

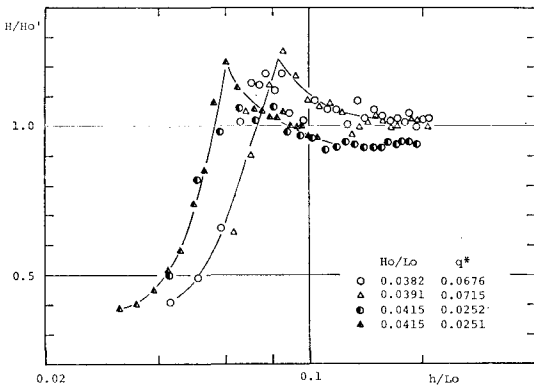


図-4

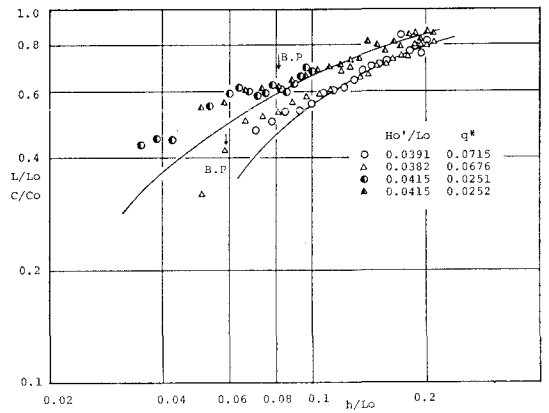


図-7

変化の理論解であるが、砕波点付近とそれより岸側を除くとほぼ完全に一致している。このことより砕波点よりある程度沖側では波速の変化は線形理論によるものであると思われる。

3. Energy flux 法による解析

(1) 一様流を伴う Stokes 波の 3 次近似解

速度ポテンシャルを ϕ 、波形を ζ 、水深を h 、重力加速度を g とすると、図-8 に示す座標系では次のような

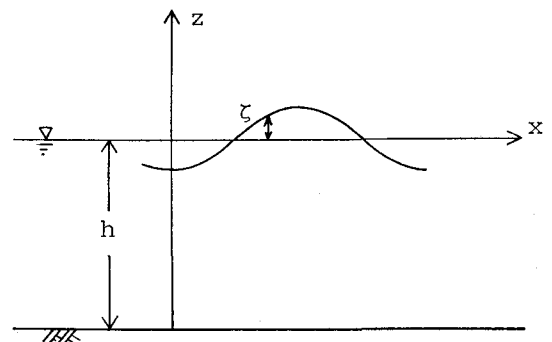


図-8

係数は大きくなるのがわかる。

波速の変化特性は図-6, 7 に示すように、斜面の沖側端では値がばらつくものの、浅水係数と同様に H_0'/L_0 と q^* によってほぼ同一の傾向を持つ。両図の中で q^* が等しいものを比較すると、水深の深いところでは H_0'/L_0 に係わりなく同じ変化をし砕波点に近づくにつれ c/c_0 が大きくなる。また図中の実線は線形理論に基づく波速

基礎方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \phi &= 0 \\ \phi_t + gz + \frac{1}{2}(\nabla \phi)^2|_{z=\zeta} &= B \\ \phi_x - \phi_x \zeta_x - \zeta_t|_{z=\zeta} &= 0 \\ \phi_z|_{z=-h} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

定常な一様流の流速を U として、 ϕ , ζ , B 及び波速 C を以下のように仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \phi &= U \cdot x + \frac{C-U}{k} \{ (\lambda A_{11} + \lambda^3 A_{13}) \\ &\quad \times \cosh k(h+z) \sin \theta \\ &\quad + \lambda^2 A_2 \cosh 2k(h+z) \sin 2\theta \\ &\quad + \lambda^3 A_3 \cosh 3k(h+z) \sin 3\theta \} \\ \zeta &= \frac{1}{k} (\lambda f_1 \cos \theta + \lambda^2 f_2 \cos 2\theta + \lambda^3 f_3 \cos 3\theta) \\ B &= B_0 + \lambda B_1 + \lambda^2 B_2 + \lambda^3 B_3 \\ C &= C_0 + \lambda C_1 + \lambda^2 C_2 + \lambda^3 C_3 \\ \text{ここで } k &= 2\pi/L, \quad L: \text{波長}, \quad \lambda = ka, \\ \theta &= k(x - Ct) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

(2) を (1) に代入すると (3)~(7) 式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= \frac{1}{\sinh \beta}, \\ A_{13} &= -\frac{\cosh^2 \beta}{8 \sinh^5 \beta} (5 \cosh^2 \beta + 1), \\ A_2 &= \frac{3}{8} \frac{1}{\sinh^4 \beta}, \\ A_3 &= \frac{1}{64} \frac{11 - 2 \cosh 2\beta}{\sinh^7 \beta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= 1, \\ f_2 &= \frac{1}{4} \frac{\cosh \beta}{\sinh^3 \beta} (\cosh 2\beta + 2), \\ f_3 &= \frac{3}{64} \frac{8 \cosh^6 \beta + 1}{\sinh^6 \beta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

$$B = \frac{U^2}{2} + \frac{a^2 g}{2} k \frac{1}{\sinh 2\beta} \dots\dots\dots (5)$$

$$(C-U)^2 = \frac{g}{k} \tanh \beta \left(1 + \frac{\lambda^2}{8} \frac{\cosh 4\beta + 8}{\sinh^4 \beta} \right) \dots\dots\dots (6)$$

$$\pi \frac{H}{L} = \left(\lambda + \frac{3}{64} \lambda^3 \frac{8 \cosh^6 \beta + 1}{\sinh^6 \beta} \right) \dots\dots\dots (7)$$

ただし $\beta = kh$

ϕ , ζ の係数 $A_{11} \sim A_3$, $f_1 \sim f_3$ は流れのない場合の3次近似解と全く同一の形となる。しかし周期・波長・水深の関係は一様流 U が存在するため (6) 式となるので、上記の係数は形が同一であっても値は当然異なる。

(2) Energy flux

波の進行方向に垂直な断面を通過する energy flux は水深が変化しても一定であるとして波高の変化を計算す

るいわゆる energy flux 法を用いる場合には、水深を一定として解かれた波動解の energy flux をそのまま用いることは適当でない。Longuet-Higgins & Stewart³⁾ 及び Witham⁴⁾ が示した energy flux

$$R_x = E \cdot (C_g + U) + S_x \cdot U + \frac{3}{2} \frac{E}{C} U^2 + \frac{1}{2} \rho h U^3 \dots\dots\dots (8)$$

をこのままの形で用いると、例えば波動がなく一定の流量が流れているような場合では図-9に示す I・II の両

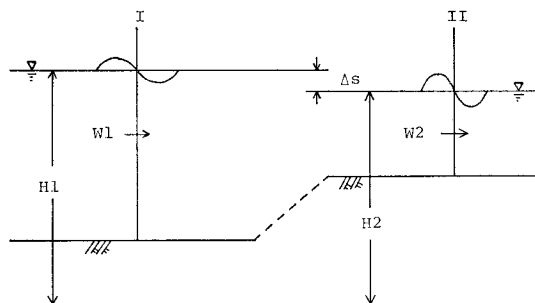


図-9

断面で $\rho h U^3/2$ が保存されることになり誤った結果となる。これは R_x を計算する際に位置エネルギーの基準を平均水面 $z=0$ としたためである。水深が異なる領域間では平均水面は必ずしも一定ではないので、異なる基準からの位置エネルギーを見積ることになる。つまり、水深の異なる領域での energy flux を比較するためには平均水面の変化を考慮しなければならない。Bernoulli の式

$$\phi_t + \frac{p}{\rho} + gz + \frac{1}{2}(\nabla \phi)^2 = B \dots\dots\dots (9)$$

の定数 B は I 及び II に亘って一定なのではなく、各水深で異なった値を持つ。この値は波動解を求める場合に平均水面を $z=0$ とすることにより特定の値となる。水粒子の持つ単位体積当りの全エネルギーは

$$\frac{p}{\rho} + gz + \frac{1}{2}(\nabla \phi)^2 = B - \phi_t \dots\dots\dots (10)$$

である。また全領域に共通な位置エネルギーの基準線を設け、平均水面までの距離を H とすると、

$$\frac{p}{\rho} + g(H+z) + \frac{1}{2}(\nabla \phi)^2 = B + gH - \phi_t \dots\dots\dots (11)$$

となり、左辺は平均水面の位置エネルギーと波及び流れの持つ全エネルギーの和を表わしている。時間的に周期的な現象に限定すると、(11) 式の時間平均値は

$$\overline{\frac{p}{\rho} + g(H+z) + \frac{1}{2}(\nabla \phi)^2} = \overline{B + gH - \phi_t} = B + gH \dots\dots\dots (12)$$

となる。領域間でエネルギー損失がないものとすれば、全エネルギーの時間平均値は一定であるから、(12) 式の右辺は全領域に亘り一定値となる。Energy flux は

$$\bar{W} = \int_{-h}^{\zeta} \left(p + \rho g z + \frac{1}{2} \rho (\nabla \phi)^2 \right) \phi_x dz \quad \dots\dots\dots (13)$$

と定義されるが、Bernoulli の式を用いて、

$$\begin{aligned} \bar{W} &= \int_{-h}^{\zeta} \{ \rho (gH+B) - \rho \phi_t \} \phi_x dz \\ &= \rho (gH+B) \int_{-h}^{\zeta} \phi_x dz - \rho \int_{-h}^{\zeta} \phi_t \phi_x dz \quad \dots (14) \end{aligned}$$

となる。右辺第1項は質量輸送量の時間的割合に比例する量であるので、質量保存則より一定値となる。結局領域間で比較されるべき量は

$$\bar{W}_e = -\rho \int_{-h}^{\zeta} \phi_t \phi_x dz \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。これは Bernoulli の定数を ϕ の中に時間関数として含ませた場合の energy flux の式と同形であるが、その意味することは全く異なっている。

前節で求めた一様流を伴う Stokes 波の3次近似解を用いて、(15) 式により $\bar{W}_e$ を計算すると、

$$\begin{aligned} \bar{W}_e &= \rho \frac{C}{k} \{ U \cdot (C-U) \cdot Q_1 + (C-U)^2 \cdot Q_2 \} \\ Q_1 &= \lambda^2 \frac{1}{\sinh^2 \beta} \left[\frac{1}{2} \sinh \beta \cosh \beta \right. \\ &\quad \left. + \frac{\lambda^2}{32} \frac{\cosh \beta}{\sinh^5 \beta} \{ -4 \cosh^6 \beta + 20 \cosh^4 \beta \right. \\ &\quad \left. - 16 \cosh^2 \beta + 9 \} \right] \\ Q_2 &= \lambda^2 \frac{1}{\sinh^2 \beta} \left[\frac{1}{4} (\sinh \beta \cosh \beta + \beta) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\lambda^2}{8} \left\{ \frac{1}{8 \sinh^6 \beta} (\sinh \beta \cosh \beta + \beta) \right. \right. \\ &\quad \times (-20 \cosh^6 \beta + 16 \cosh^4 \beta \\ &\quad \left. + 4 \cosh^2 \beta + 9) + \frac{\cosh \beta}{4 \sinh^3 \beta} \right. \\ &\quad \left. \times (16 \cosh^4 \beta + 2 \cosh^2 \beta + 9) \right\} \left. \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (16)$$

となる。深水域での $\bar{W}_{e0}$ は $\lim_{h \rightarrow \infty} \bar{W}_e$ として、

$$\bar{W}_{e0} = \frac{\rho g^4 T^5}{128 \pi^5} (1 + \lambda_0^2)^4 \lambda_0^3 \left(1 + \frac{3}{4} \lambda_0^2 \right) \quad \dots\dots\dots (17)$$

となり、 λ_0 は (6) (7) 式より

$$\frac{L_0}{T^2} = \frac{g}{2\pi} (1 + \lambda_0^2) \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\pi \frac{H_0}{L_0} = \lambda_0 + \frac{3}{8} \lambda_0^3 \quad \dots\dots\dots (19)$$

である。

実際に数値解を求めるには、まず $U=q/h$ として以下の無次元化を行う。

$$\begin{aligned} L &= L^* \cdot g T^2, \quad C = L/T = L^* g T, \quad q = q^* g^2 T^3, \\ U &= q/h = q^*/h^* \cdot g T, \quad k = k^*/g T^2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (20)$$

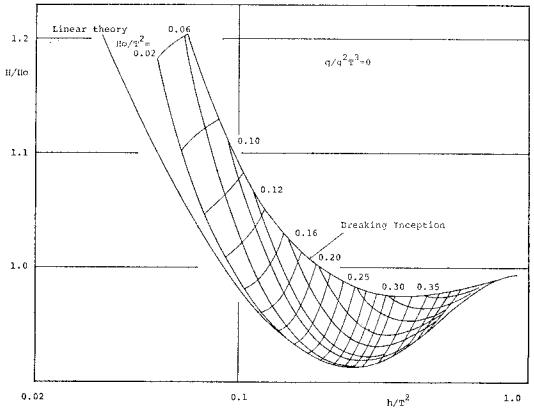
任意水深での energy flux を $\bar{W}_e$ とすると $\bar{W}_e = \bar{W}_{e0}$ より

$$\begin{aligned} &\frac{1}{64 \pi^4} (1 + \lambda_0^2)^4 \lambda_0^3 \left(1 + \frac{3}{4} \lambda_0^2 \right) \\ &= L^* \left\{ \frac{q^*}{h^*} \left(L^* - \frac{q^*}{h^*} \right) Q_1 + \left(L^* - \frac{q^*}{h^*} \right)^2 Q_2 \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (21)$$

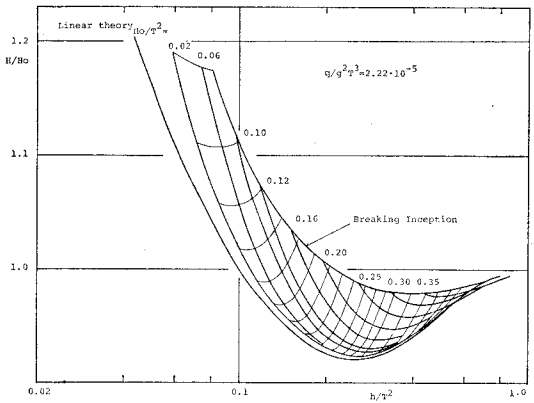
が得られる。また (6) 式は (22) 式となる。

$$\begin{aligned} \left(L^* - \frac{q^*}{h^*} \right)^2 &= \frac{L^*}{2\pi} \tanh \beta \left\{ 1 + \lambda^2 \right. \\ &\quad \left. \times \frac{8 \cosh^4 \beta - 8 \cosh^2 \beta + 9}{8 \sinh^4 \beta} \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (22)$$

(7) (16) (18) (19) (21) (22) 式を用いると、Le Méhauté & Webb⁵⁾ と同様な手順で、 H_0/T^2 , $q/g^2 T^3$ をパラメーターとして h/T^2 と H/H_0 の関係を得ることが出来る。計算結果の例を図—10, 11 に示す。両図を比較すると流れの影響による浅水係数の変化がよくわかる。なお砕波限界に関しては、流れのある場合の砕波条件が明らかではないので、ここでは波峰での水平流速が波速に等しくなる点を示してある。



図—10



図—11

(3) 実験結果との比較

2. で述べたように実験結果の整理に当っては、線形理論による換算沖波波高 H'_0 を用いたが、ここでは3次近似解による理論値と比較するために3次近似解での沖波波高に対する波高比に換算する。図-12~15 中の実線が理論値であるが、全体的に比較的良好一致しており、このような手法による変形計算が可能であることが認められる。しかし H_0/T^2 あるいは q/g^2T^3 によって

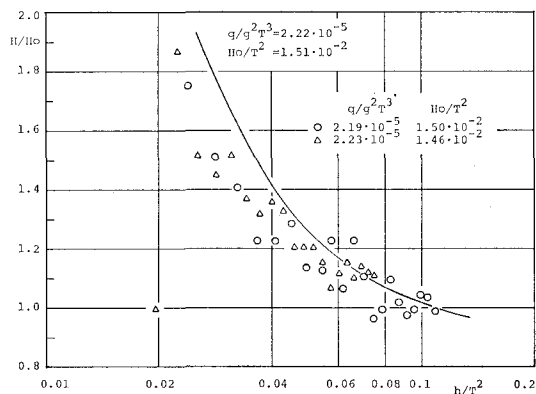


図-12

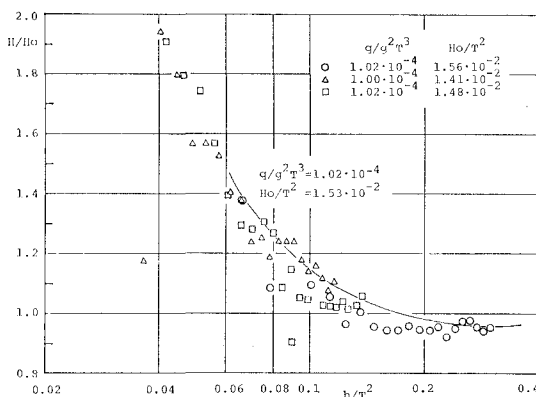


図-13

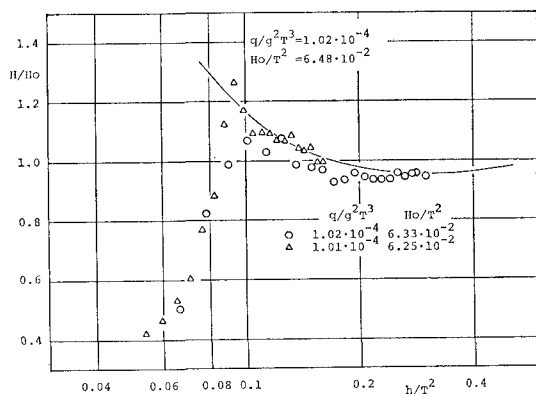


図-14

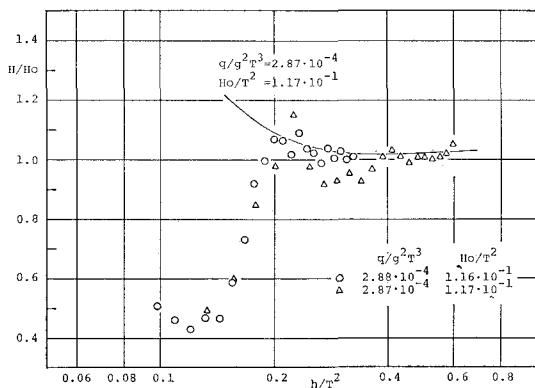


図-15

実験値と理論値の一致の度合いが若干異なっている。この理由としては Stokes 波による表現の精度と岩崎・佐藤⁶⁾が指摘する流れの乱れによるエネルギー減衰が流れの強さ (q/g^2T^3) によって異なることなどが考えられる。

4. 結 語

浅水変形に及ぼす流れの影響について、実験的及び理論的に検討を行ったが、主な結論を要約すると、

- 1) 流れが存在する場合での浅水変形の特徴は、沖波波高勾配と無次元単位幅流量によって特長づけられる。
- 2) energy flux 法を用いて波高変化を計算する際には、水深変化による平均水面の変化を考慮しなければならず、energy flux は (15) 式のように定義される。
- 3) 一様流を伴う Stokes 波の3次近似解を求め、(15) 式で定義された energy flux を用いて波高変化を計算すると、理論値は比較的实验値と一致し、その度合いは H_0/T^2 , q/g^2T^3 により異なる。

最後に、本研究に際し岩手大学工学部大村政義氏の協力を得たことを記し、感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 堺 茂樹・大塚夏彦・佐伯 浩・尾崎 晃：斜面上の碎波に及ぼす流れの影響に関する基礎的研究，第28回海岸工学講演会論文集，pp. 138~142, 1981。
- 2) 富永政英：海洋波動，p. 591，共立出版，1976。
- 3) Longuet-Higgins, M. S. and R. W. Stewart: Changes in the form of short gravity waves on long waves and tidal currents, Jour. Fluid Mech., Vol. 8, pp. 565~583, 1960。
- 4) Witham, G. B.: Mass, momentum and energy flux in water waves, Jour. Fluid Mech., Vol. 12, pp. 135~147, 1962。
- 5) Le Méhauté, B. and L. M. Webb: Periodic gravity waves over a gentle slope at a third order of approximation, Proc. 9th Conf. on Coastal Eng., pp. 23~40, 1964。
- 6) 岩崎敏夫・佐藤道郎：流れを遡る波のエネルギーの減衰について：第17回海岸工学講演会論文集，pp. 41~46, 1970。