有限振幅波の浅水変形に対する摂動解

浜 中 建 一 郎*・加 藤 一 之**

1. 序　　論

ゆるやかにではあるが，水深が任意に変化する水域における有限振幅波の摂動解を示し，特に水面波形の変化の様子を具体的に述べる．波は，水平底であればストークス波が適用される，中間波の領域のものとする．この領域での波の浅水変形に対する近似展開は，古く，Biesel[1]，Keller[2] によって始められ，低次近似解が示された．Tlapa ら[3]は，有限振幅の効果も考慮した摂動展開を行ったが，一様勾配であるにもかかわらず解はかなり繁雑である．又 Chu ら[4]はより一般的に，波が進行している水域の性質が漸変するときの摂動展開を示したが，WBK 法を直接用いて，ただ一個の摂動パラメータで展開したため，計算は複雑であり，より高次の近似解を具体的に計算することは非常に困難である．

著者等はこれまで，簡単な摂動展開を用いて，微小振幅波の浅水変形について論じてきたが[5),6)]，ここでは有限振幅の効果も考慮した摂動展開を示し，水面波形，波高に対する水底形状の影響や，水面波形の前傾化を促す項についても述べる．

2. 摂動展開

簡単のため2次元で考える．有次元の変数に記号^を付して表わし，次の無次元化を行う．但し $\hat{g}$ は重力加速度，$\hat{\omega}$ は波動の周波数である．

$$(x,z)=(\delta\hat{x},\hat{z}),\qquad t=\hat{\omega}\hat{t},\qquad \phi=(\hat{\omega}^3/\hat{g}^2)\hat{\phi},$$
$$(\eta,h)=(\hat{\eta},\hat{h})(\hat{\omega}^2/\hat{g}).\qquad \delta\ll 1$$

座標系は，x を水平，z を垂直上向きにとる．ϕ は速度ポテンシャル，η は水面波形，h は水深，δ は水平座標の圧縮パラメータである．基礎方程式は

$$\left.\begin{aligned}
&\delta^2\phi_{xx}+\phi_{zz}=0\\
&\eta_t+\delta^2\phi_x\eta_x=\phi_z,\qquad z=\eta\\
&\phi_t+\eta+\frac{1}{2}\delta^2(\phi_x)^2+\frac{1}{2}(\phi_z)^2=Q,\qquad z=\eta\\
&\phi_z+\delta^2h_x\phi_x=0,\qquad z=h
\end{aligned}\right\}\qquad\cdots\cdots(1)$$

さらに波数の摂動展開も同時に行うため，次の座標変換を行う．

$$(x,z,t)\mapsto(x,z,\xi),\qquad \xi=\delta^{-1}\int kdx-t$$

(1) 式は

$$\left.\begin{aligned}
&k^2\phi_{\xi\xi}+\phi_{zz}=-\delta^2\phi_{xx}-\delta(k_x\phi_\xi+2k\phi_{\xi x})\\
&\phi_z+\eta_\xi=\delta^2\phi_x\eta_x+\delta k(\phi_x\eta_\xi+\phi_\xi\eta_x)\\
&\qquad+k^2\phi_\xi\eta_\xi,\qquad z=\eta\\
&\phi_\xi-\eta+Q=\frac{1}{2}\delta^2(\phi_x)^2+\delta k\phi_x\phi_\xi\\
&\qquad+\frac{1}{2}k^2(\phi_\xi)^2+\frac{1}{2}(\phi_z)^2,\qquad z=\eta\\
&\phi_z=-h_x(\delta^2\phi_x+\delta k\phi_\xi),\qquad z=-h
\end{aligned}\right\}\qquad\cdots\cdots(2)$$

次に解を，有限振幅に関するパラメータ ε と，水深変化に関するパラメータ δ との二つで摂動展開する

$$\left.\begin{aligned}
&\phi=\varepsilon\phi^{(1,0)}+\varepsilon\delta\phi^{(1,1)}+\varepsilon\delta^2\phi^{(1,2)}+\cdots\\
&\qquad+\varepsilon^2\phi^{(2,0)}+\varepsilon^2\delta\phi^{(2,1)}+\cdots\\
&\eta=\varepsilon\eta^{(1,0)}+\varepsilon\delta\eta^{(1,1)}+\varepsilon\delta^2\eta^{(1,2)}+\cdots\\
&\qquad+\varepsilon^2\eta^{(2,0)}+\varepsilon^2\delta\phi^{(2,1)}+\cdots\\
&k=k^{(0,0)}+\delta k^{(0,1)}+\delta^2k^{(0,2)}+\cdots\\
&\qquad+\varepsilon k^{(1,0)}+\varepsilon\delta k^{(1,1)}+\cdots\\
&Q=Q^{(0,0)}+\delta Q^{(0,1)}+\delta^2Q^{(0,2)}+\cdots\\
&\qquad+\varepsilon Q^{(1,0)}+\varepsilon\delta Q^{(1,1)}+\cdots
\end{aligned}\right\}\qquad\cdots\cdots(3)$$

(2) 式の表面での境界条件を $z=0$ の回りで Taylor 展開した上で (3) 式を代入し，ε と δ の各次数ごとに方程式をまとめる．ε の一次のオーダでの各方程式系は微小振幅波の浅水変形に対する摂動展開となっており，既に報告してあるから解の大略だけ記すと，

ε のオーダで

$$\left.\begin{aligned}
&\phi^{(1,0)}=a\cosh\alpha\sin\xi,\qquad \alpha=\gamma(z+h)\\
&\eta^{(1,0)}=a\cosh\beta\cos\xi,\qquad \beta=\gamma h\\
&k^{(0,0)}\equiv\gamma\\
&\gamma\tanh\gamma h=1
\end{aligned}\right\}\cdots(4)$$

$\varepsilon\delta$ のオーダで

$$\begin{aligned}
\phi^{(1,1)}=&\{(B_1\alpha^2+B_2\alpha)\cosh\alpha\\
&+B_3\alpha\sinh\alpha\}\cos\xi
\end{aligned}$$

---

* 正会員　北海道大学助手　工学部土木工学科
** 正会員　日立造船

$$\left.\begin{aligned}\eta^{(1,1)}&=-\{(B_1\beta^2+B_2\beta)\cosh\beta\\&\quad+B_3\beta\sinh\beta\}\sin\xi\\k^{(0,1)}&=0\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(5)$$

但し，$B_1=-a\gamma_x/(2\gamma^2)$，$B_2=-ah_x$，$B_3=-a_x/\gamma$

$\varepsilon\delta^2$ のオーダで

$$\left.\begin{aligned}\phi^{(1,2)}&=\{(C_1\alpha^4+C_2\alpha^3+C_3\alpha^2+C_4\alpha)\cosh\alpha\\&\quad+(C_5\alpha^3+C_6\alpha^2+C_7\alpha+C_8)\sinh\alpha\}\\&\quad\times\sin\xi\\\eta^{(1,2)}&=\{C_1\beta^4+C_2\beta^3+C_3\beta^2+C_4\beta)\cosh\beta\\&\quad+(C_5\beta^3+C_6\beta^2+C_7\beta+C_8)\sinh\beta\}\\&\quad\times\cos\xi\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(6)$$

但し，$C_1=P_1/8$，$C_2=P_3/6$，$C_3=(P_5-P_2+3P_1/2)/4$，$C_4=P_7/2-(P_4-P_3)/4$，$C_5=P_2/6-P_1/4$，$C_6=(P_4-P_3)/4$，$C_7=P_6/2-(P_5-P_2+3P_1/2)/4$，$C_8=-P_7/2+(P_4-P_3)/4-a_xh_x/\gamma$

ここで

$$\begin{aligned}P_1&=2\gamma^{-2}\gamma_xB_1\\P_2&=\gamma^{-2}\{5\gamma_xB_1+2(\gamma B_{1x}+\gamma_xB_3)-a(\gamma_x/\gamma)^2\}\\P_3&=2\gamma^{-2}\{\gamma^2h_xB_1+\gamma_xB_2\}\\P_4&=\gamma^{-2}\{\gamma_xB_2+2\gamma^2h_x(2B_1+B_3)+2(\gamma B_2)_x\\P_5&=\gamma^{-2}\{\gamma_xB_3+2(\gamma B_3)_x+2\gamma^2h_xB_2-2a_x\gamma_x/\gamma\\&\quad-a\gamma_{xx}/\gamma\}\\P_6&=\gamma^{-2}\{2a\gamma k^{(0,2)}+2\gamma^2h_xB_2-a_{xx}-a(\gamma h_x)^2\}\\&\equiv2ak^{(0,2)}/\gamma+P_6'\\P_7&=\gamma^{-2}\{2\gamma^2h_xB_3-2(a\gamma)_xh_x-a\gamma h_{xx}\}\end{aligned}$$

波数の補正量 $k^{(0,2)}$ は

$$\begin{aligned}k^{(0,2)}&=-\frac{\gamma}{2a}(P_1R_1+\cdots+P_5R_5+P_6'R_6\\&\quad+P_7R_7)/R_6+\frac{a_x\gamma h_x}{2a}\left(1-\frac{1}{\gamma^2}\right)\Big/R_6\cdots(7)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}R_1&=(2\gamma\beta^3+2h\beta^2-6\beta^2+3\gamma\beta+3h-3)/8\\R_2&=(2\gamma\beta^3/3-2h\beta^2/3+3\beta^2-\gamma\beta-h+1)/4\\R_3&=(\gamma\beta^2+h\beta-2\beta+1/\gamma)/4\\R_4&=(\gamma\beta^2-h\beta+2\beta-1/\gamma)/4\\R_5&=(\gamma\beta+h-1)/4\qquad R_6=(\gamma\beta-h+1)/2\\R_7&=1/2\gamma\end{aligned}$$

$\varepsilon^2\delta^0$ のオーダでの方程式は

$$\left.\begin{aligned}&\gamma^2\phi^{(2,0)}_{\xi\xi}+\phi^{(2,0)}_{zz}=-2\gamma k^{(1,0)}\phi^{(1,0)}_{\xi\xi}\\&\phi^{(2,0)}_z+\eta^{(2,0)}_\xi=\gamma^2\phi^{(1,0)}_\xi\eta^{(1,0)}_\xi-\eta^{(1,0)}\phi^{(1,0)}_{zz},\\&\hfill z=0\\&\eta^{(2,0)}-\phi^{(2,0)}_\xi-Q^{(2,0)}\\&\quad=\eta^{(1,0)}\phi^{(1,0)}_{\xi z}-\frac{1}{2}\{\gamma\phi^{(1,0)}_\xi\}^2-\frac{1}{2}\{\phi^{(1,0)}_z\}^2,\\&\hfill z=0\\&\phi^{(2,0)}=0,\qquad z=-h\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(8)$$

ここで非斉次項の周期によって解を2つに分け $\phi^{(2,0)}=\phi^{\mathrm{I}}+\phi^{\mathrm{II}}$ とすると，

$$\left.\begin{aligned}&\gamma^2\phi^{\mathrm{I}}_{\xi\xi}+\phi^{\mathrm{I}}_{zz}=-2\gamma k^{(1,0)}\phi^{(1,0)}_{\xi\xi}\\&\phi^{\mathrm{I}}_z+\eta^{\mathrm{I}}_\xi=0,\qquad z=0\\&\eta^{\mathrm{I}}-\phi^{\mathrm{I}}_\xi=0,\qquad z=0\\&\phi^{\mathrm{I}}_z=0,\qquad z=-h\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(9)$$

$$\left.\begin{aligned}&\gamma^2\phi^{\mathrm{II}}_{\xi\xi}+\phi^{\mathrm{II}}_{zz}=0\\&\phi^{\mathrm{II}}_z+\eta^{\mathrm{II}}_\xi=\gamma_2\phi^{(1,0)}_\xi\eta^{(1,0)}_\xi-\eta^{(1,0)}\phi^{(1,0)}_{zz}\\&\eta^{\mathrm{II}}-\phi^{\mathrm{II}}_\xi-Q^{\mathrm{II}}\\&\quad=\eta^{(1,0)}\phi^{(1,0)}_{\xi z}-\frac{1}{2}\{\gamma\phi^{(1,0)}_\xi\}^2-\frac{1}{2}\{\phi^{(1,0)}_z\}^2,\\&\hfill z=0\\&\phi^{\mathrm{II}}_z=0,\quad z=-h\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(10)$$

(9) 式からは

$k^{(1,0)}=0$,　　$\phi^{\mathrm{I}}=0$

(10) 式からは

$$\left.\begin{aligned}\phi^{(2,0)}&=\phi^{\mathrm{II}}=\frac{3}{8}a^2\gamma^2\frac{\cosh2\alpha}{\sinh^2\beta}\sin2\xi\\&\equiv a^{(2,0)}\cosh2\alpha\sin\xi\\\eta^{(2,0)}&=\eta^{\mathrm{II}}=\frac{1}{2}a^2\gamma^2\cosh^2\beta\\&\quad\times\left\{1+\frac{3}{2\sinh^2\beta}\right\}\cos2\xi\end{aligned}\right\}\cdots(11)$$

が得られ，このオーダの解はストークス波の第二近似解と同じであることが分る．

$\varepsilon^2\delta$ のオーダでは

$$\left.\begin{aligned}&\gamma^2\phi^{(2,1)}_{\xi\xi}+\phi^{(2,1)}_{zz}=2\gamma k^{(1,1)}\phi^{(1,0)}_{\xi\xi}-\gamma_x\phi^{(2,0)}_\xi\\&\qquad-2\gamma\phi^{(2,0)}_{\xi x}\\&\phi^{(2,1)}_z+\eta^{(2,1)}_\xi=\gamma\{\phi^{(1,0)}_x\eta^{(1,0)}_\xi+\phi^{(1,0)}_\xi\eta^{(1,0)}_x\}\\&\qquad+\gamma^2\{\phi^{(1,0)}_\xi\eta^{(1,1)}_\xi+\phi^{(1,1)}_\xi\eta^{(1,0)}_\xi\}\\&\qquad-\eta^{(1,0)}\phi^{(1,1)}_{zz}-\eta^{(1,1)}\phi^{(1,0)}_{zz},\\&\hfill z=0\\&\eta^{(2,1)}-\phi^{(2,1)}_\xi-Q^{(2,1)}\\&\quad=\{\eta^{(1,0)}\phi^{(1,1)}_{\xi z}+\eta^{(1,1)}\phi^{(1,0)}_z\}-\gamma\phi^{(1,0)}_x\phi^{(1,0)}_\xi\\&\qquad-\gamma^2\phi^{(1,0)}_\xi\phi^{(1,1)}_\xi-\phi^{(1,0)}_z\phi^{(1,1)}_z,\qquad z=0\\&\phi^{(2,1)}_z+\gamma h_x\phi^{(2,0)}_\xi=0,\qquad z=-h\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(12)$$

(8) 式の時と同様非斉次項の周期によって解を2つに分けると，今度は非斉次斉次問題と非斉次非斉次問題とに分けられ，$\phi^{(2,1)}=\phi^{\mathrm{I}}+\phi^{\mathrm{II}}$ とすると，前者からは

$k^{(1,1)}=0$,　　$\phi^{\mathrm{I}}=0$

が得られる．後者の方程式は

$$\begin{aligned}&\gamma^2\phi^{\mathrm{II}}_{\xi\xi}+\phi^{\mathrm{II}}_{zz}=-\gamma_x\phi^{(2,0)}_\xi-2\gamma\phi^{(2,0)}_{\xi x}\\&\phi^{\mathrm{II}}_z+\eta^{\mathrm{II}}_\xi=\gamma\{\phi^{(1,0)}_x\eta^{(1,0)}_\xi+\phi^{(1,0)}_\xi\eta^{(1,0)}_x\}\\&\qquad+\gamma^2\{\phi^{(1,0)}_\xi\eta^{(1,1)}_\xi+\phi^{(1,1)}_\xi\eta^{(1,0)}_\xi\}\\&\qquad-\eta^{(1,0)}\phi^{(1,1)}_{zz}-\eta^{(1,1)}\phi^{(1,0)}_{zz},\qquad z=0\end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned}\eta^{\mathrm{II}}-\phi_\xi^{\mathrm{II}}-Q^{\mathrm{II}}&=\{\eta^{(1,0)}\phi_{\xi z}^{(1,1)}+\eta^{(1,1)}\phi_{\xi z}^{(1,0)}\}\\&\quad-\gamma\phi_x^{(1,0)}\phi_\xi^{(1,0)}-\gamma^2\phi_\xi^{(1,0)}\phi_\xi^{(1,1)}\\&\quad-\phi_x^{(1,0)}\phi_z^{(1,1)}, &z&=0\\ \phi_z^{\mathrm{II}}&=-\gamma h_x\phi_\xi^{(2,0)}, &z&=-h\end{aligned}\right\} \quad\cdots\cdots(13)$$

(13) 式の解は

$$\phi^{\mathrm{II}}=\{(D_1\alpha^2+D_2\alpha+D_3)\cosh 2\alpha+D_4\alpha\sinh 2\alpha\}\cos 2\xi=\phi^{(2,1)} \quad\cdots\cdots(14)$$

ここで，D_1，D_2，D_4 は (13,1) と (13,4) から定まり

$$D_1=-a^{(2,0)}\gamma_x/\gamma^2,\quad D_2=-2a^{(2,0)}h_x,$$

$$D_4=-a_x^{(2,0)}/\gamma$$

又，D_3 は表面での境界条件 (13,2) と (13,3) から定まり，同時に $\eta^{\mathrm{II}}=\eta^{(2,1)}$ も定まる．実際に計算する時には，他の全ての変量は既に定っており，(13,2) と (13,3) から直接計算する方が簡単であるから，D_3，$\eta^{(2,1)}$ の具体的な表記は略す．この $\eta^{(2,1)}$ は係数を E とすると $\eta^{(2,1)}=E\sin 2\xi$ の形をしており，波形の前傾化に寄与することが分る．

3．振幅 a とエネルギーフラックス

(5,3) 式の $k^{(0,1)}=0$ は，このオーダでの方程式の表面境界条件から求まるが，この時同時に，多少長い変形のあとに，Keller 等と同様

$$a^2(\sinh^2\beta+h)\gamma=\mathrm{cost} \quad\cdots\cdots(15)$$

が得られる．これは，$\phi^{(1,0)}$ で表わされる波によるエネルギーフラックスが保存されることを意味する．しかし，このことは，エネルギーフラックスの摂動展開に対する考察から容易に導くことが出来る．すなわち，自由表面を持ったポテンシャル流の時間平均エネルギーフラックスは

$$F=\overline{\int_{-h}^{\eta}-\delta u\frac{\partial\phi}{\partial t}dz},\quad \text{但し，— は時間平均を表わす} \quad\cdots\cdots(16)$$

今，解を δ だけの展開形で考えると，

$$u=\delta^{-1}u^{(0)}+u^{(1)}+\delta u^{(2)}+\cdots$$

$$\phi_t=\phi_t^{(0)}+\delta\phi_t^{(0)}+\delta\phi_t^{(0)}+\cdots$$

これらを代入すると，一般に

$$F=F^{(0)}+\delta F^{(1)}+\delta^2F^{(2)}+\cdots \quad\cdots\cdots(17)$$

ここで $F^{(0)},F^{(1)},F^{(2)},\cdots$ は δ に無関係に波の規模と $h,h_x,,h_{xx},\cdots$ によって定まる量である．一方，沖側に深水領域を考えると，そこでのエネルギーフラックスは δ に無関係に定まり，その量が考えている地点でも保存されるのであるから，$F^{(1)}=F^{(2)}=\cdots=0$．$F^{(0)}$ は明らかに $\phi^{(0)}$ だけで構成されているから，エネルギーフラックスの保存則は $\phi^{(0)}$ で表わされる解にだけに適用されることになる．次に，$\phi^{(0)}$ を ε で展開された形で考えると，

$$\phi^{(0)}=\varepsilon\phi^{(1,0)}+\varepsilon^2\phi^{(2,0)}+\cdots$$

同様に (16) 式に代入すると，一般に

$$F=\varepsilon^2G^{(2)}+\varepsilon^3G^{(3)}+\cdots \quad\cdots\cdots(18)$$

ここで，$G^{(2)},G^{(3)},\cdots$ は a と h の関数である．やはり沖側に深水領域を考えると，そこでのエネルギーフラックスは h に無関係に定まる．その量が任意の地点で保存されるのであるから，$G^{(2)},G^{(3)},\cdots$ は h に無関係な量でなければならない．特に，$G^{(2)}$ は $\phi^{(1,0)}$ で表わされる波によるエネルギーフラックスを表わすから，エネルギーフラックスの保存則は $\phi^{(1,0)}$ に個別に適用され，容易に (15) 式が導かれる．

4．波高，波形の変化

前節までで展開した解をまとめると，

$$\phi=\varepsilon A^{(1,0)}\sin\xi+\varepsilon\delta A^{(1,1)}\cos\xi+\varepsilon\delta^2A^{(1,2)}\sin\xi+\varepsilon^2A^{(2,0)}\sin 2\xi+\varepsilon^2\delta A^{(2,1)}\cos 2\xi \quad\cdots\cdots(19)$$

の形に表わされる．ここで，δ で圧縮された座標系から正規の座標系に戻して考えると，$x=\delta\tilde{x}$，$\delta h_x=h_{\tilde{x}}$，$\delta^2h_{xx}=h_{\tilde{x}\tilde{x}},\cdots$ となり，(19) 式から δ が消える．同時に，$\varepsilon a=\tilde{a}$ と置くことにより ε も消え，簡単のため ~ を略すと，

$$\phi=A^{(1,0)}\sin\xi+A^{(1,1)}\cos\xi+A^{(1,2)}\sin\xi+A^{(2,0)}\sin 2\xi+A^{(2,1)}\cos 2\xi \quad\cdots\cdots(20)$$

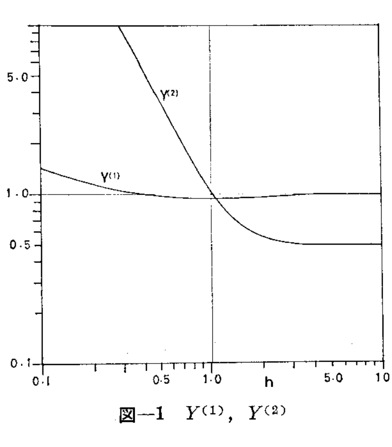
の様に表わされる．この式の中の各係数は，(19) 式の各々と形は全く同じで，ただ，各微係数をここでは正規座標系での微係数と見なせばよい．η についても同様に正規座標に戻すと，ε，δ は消える．

次に表面波形 η に注目して，このオーダでの解の性質を調べる．そのため，深水領域での波高を H_0 とすると，(15) 式から

$$\frac{H_0}{2}=a\sqrt{(\sinh^2\beta+h)\gamma}$$

となる．この H_0 を用いて η を整理すると

$$\eta=\left(\frac{H_0}{2}\right)Y^{(1)}\{\cos\xi+R_1\sin\xi+R_2\cos\xi\}$$

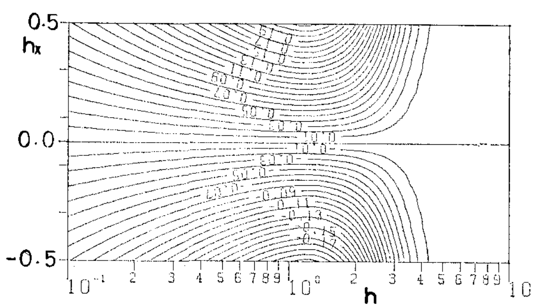


図—1　$Y^{(1)}$，$Y^{(2)}$

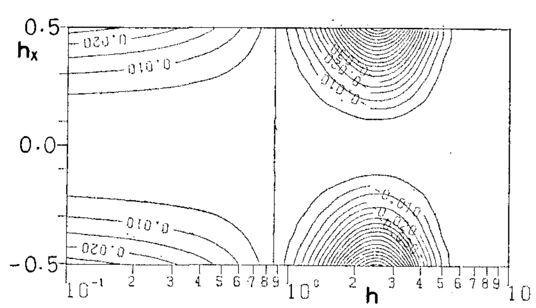
$$+\left(\frac{H_0}{2}\right)^2 Y^{(2)}\{\cos 2\xi+R_3\sin 2\xi\}$$

の様に書ける．ここで，$Y^{(1)}$，$Y^{(2)}$ は h だけで，R_1，R_3 は h，h_x で，R_2 は h，h_x，h_{xx} で決まる．

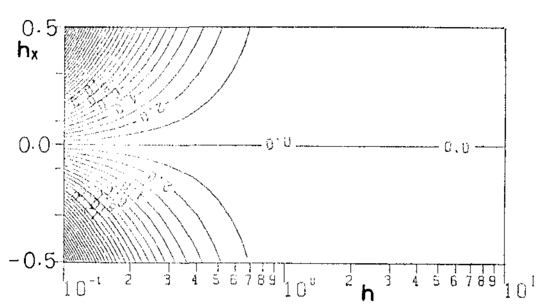
図—1 は $Y^{(1)}$，$Y^{(2)}$ の水深による変化を表わす．**図—2～図—4** は R_1，R_2，R_3 の等高線図である（但し，R_2 は $h_{xx}=0$ の時のもの）．この図から，R_1，R_2 はほとんど全ての領域で1に比し小さく，波形には寄与しない事が分る．$h_{xx}\neq 0$ の時の R_2 も同様に小さな量であるため図は消略する．従って，このオーダまでの波形は，H_0，h，h_x でほぼ決定される．また，R_3 は，h_x が大きな程大きく，水深が浅くなる方向に波が進む時は前傾化を，深くなる方向に向う時は後傾化を促す効果を持つことが分る．



図—2　R_1 の等高線図

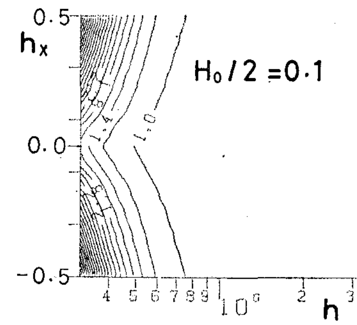


図—3　R_2 の等高線図

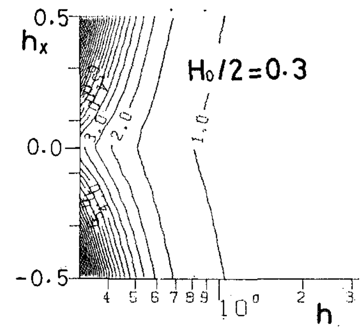


図—4　R_3 の等高線図

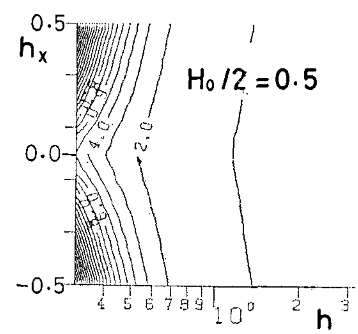
図—5～図—7 は，一周期間の水位の最大最小の差を波高 H とした時の H/H_0 の等高線図である．実際の波では砕波が起きているような領域での値は無意味であるが，解の性質は分る．



図—5　H/H_0 の等高線図

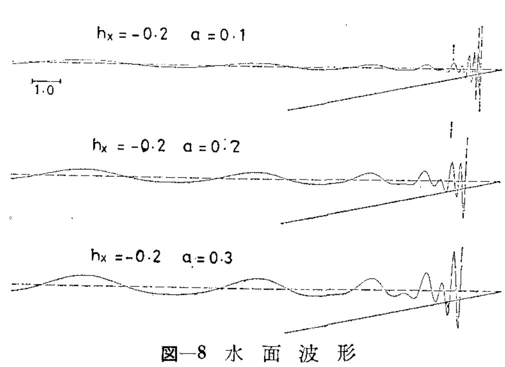


図—6　H/H_0 の等高線図

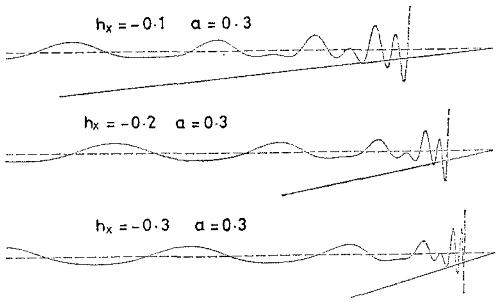


図—7　H/H_0 の等高線図

図—8，図—9 は水面波形の計算例である．波速が遅くなる効果も含んではいるが，振幅が大きくなる程，あるいは水底勾配が急になる程，前傾化が強くなっている



図—8　水 面 波 形



図—9 水面波形

様子が分る．また，水深が浅くなると解は発散するが，これは砕波現象を表わしているのではない．砕波に関しては別な取り扱いが必要となる．

5. 結　　論

波の変形に関するパラメータ δ と，有限振幅に関するパラメータ ε との二つのパラメータで摂動展開することにより，有限振幅波の浅水変形に対する高次近似解が簡単に得られることを示した．この解では，δ 方向の展開は水底条件をより満足する様に，ε 方向の展開は水面条件をより満足する様に展開されている．水面波形は，ここで具体的に計算されたオーダまででは，$\eta^{(1,0)}$，$\eta^{(2,0)}$，$\eta^{(2,1)}$ だけでほぼ決まること，すなわち，波の規模と h，h_x だけで決まることが分った．また，$\eta^{(2,1)}$ は波形の前傾後傾を促す効果を持つ．

各係数，波高，波形に対する，h，h_x 等の影響が具体的に計算され表示された．

参　考　文　献

6) Biesel, F.: Study of wave propagation in water of gradually varying depth, Gravity waves circular No. 521, National Bureau of Standards, Washington D.C., pp. 243~253, 1951.

2) Keller, J. B.: Surface waves on water of non-uniform depth, Jour. Fluid Mech., Vol. 4, pp. 607~614, 1958.

3) Tlapa, G. A., Mei, C. C. and Eagleson, P. S.: An asymptotic theory for water waves on beaches of mild slope, M.I.T. Hydrodynamic Laboratory Rep. No. 90, 1966.

4) Chu, V. C. and Mei, C. C.: On slowly-varying Stokes waves, Jour. Fluid Mech., Vol. 41, pp. 873~887, 1970.

5) 浜中建一郎・加藤一之：微小振幅波の浅水変形について，土木学会道支部論文報告集，Vol. 38, pp. 169~174, 1982.

6) 浜中建一郎・加藤一之：微小振幅波の浅水変形について(2)，第 37 回土木学会年講概要集，1982（投稿中）