

斜面上におけるゼロ・アップクロス・スペクトルの変形

岩田 好一朗*・福 与 弘 志**

1. 緒 言

海岸・港湾構造物の設計のためには、外力となる不規則波を正確に予測する必要のあることはいうまでもない。不規則な波は通常、波別解析を行ない統計的に表示されるか、あるいは、フーリエ解析によるフーリエ・エネルギー・スペクトルで表示される。近年、Lee・Black¹⁾はゼロ・アップクロス法で波別解析された波をエネルギー・スペクトルで表示するゼロ・アップクロス・スペクトルを提案している。また、土屋・安田ら²⁾はソリトンを極浅海域における波のエネルギーの基本単位とするソリトン・スペクトルを提案している。Lee・Black の提案したゼロ・アップクロス・スペクトルは従来のフーリエ・スペクトルと異なり、(1) 現象の線型性を必要としない、(2) $H_{rms}(f)$ (H_{rms} : rms 波高, f : 周波数) などの波の統計量は容易に求まる、などの利点があるが、ゼロ・アップクロス法で定義された波とその波のエネルギーを微小振幅波理論で評価する力学的根拠は明確ではないなどの欠点もある。しかし、現在主にゼロ・アップクロス法あるいはゼロ・ダウクロス法で不規則波が波別解析されていること、浅海域では波形が前傾したりして歪んでくるがゼロ・アップクロス・スペクトルは波形の歪に直接関係しないこと、捨石の安定、消洋横造物の動的応答などに風波の水位変動のパワー・スペクトル形状が重要な影響を与えるとの指摘があること³⁾、などを考えるとゼロ・アップクロス・スペクトルは不規則波の一つの表示法と考えられる。なお、ゼロ・ダウクロス法で波別解析された波に対しては同様の手法でゼロ・ダウクロス・スペクトルが定義される。ゼロ・アップ(ダウン)クロス・スペクトルの緩斜面上における変形特性やフーリエ・パワー・スペクトルとの差異について充分解明されていないし、またその予測手法についてもほとんど論議がされていない。本論ではゼロ・アップ(ダウン)クロス・スペクトルを取扱い、斜面での変形特性を水理実験より明らかにするとともに、その変形予測手法について若干の検討を加えたので、ここに報告するこ

ととする。

2. ゼロ・アップ(ダウン)クロス・スペクトル

Lee・Black はゼロ・アップクロス・スペクトル (以後便宜上 ZUS と称する) を次のように定義している。

$$S(f) = g(f) \frac{1}{8} H_{rms}^2(f) \dots\dots\dots (1)$$

なお、 $g(f)$ は周波数 f の生起する確率である。離散化された波については、次式で算出される。

$$S(f) = \sum_{i=1}^m H_i^2(f) / (8N\Delta f) \dots\dots\dots (2)$$

式 (2) で、 Δf は周波数間隔、 $H_i(f)$ は周波数 $f - \Delta f/2$ と $f + \Delta f/2$ の間にある波高、 m は周波数 $f - \Delta f/2$ と $f + \Delta f/2$ の間にある波高 $H_i(f)$ の数、 N は記録中の波の総数、である。この場合の $H_i(f)$ はゼロ・アップクロス法で定義されている。波高 $H_i(f)$ をゼロ・ダウクロス法で定義すれば、ゼロ・ダウクロス・スペクトル (以後便宜上、ZDS と称する) が式 (1) あるいは式 (2) で定義される。

3. 計算モデル

ZUS と ZDS はおのおのゼロ・アップクロスあるいはゼロ・ダウクロス法で波別解析された波高と周期の結合分布より計算できる。今まで、不規則波の浅水・砕波変形に伴う波高と周期の結合分布を算定するモデルが提案されてきているが⁴⁾、必ずしも満足のいく成果は得られていない。本論では、波別解析された個々の波は次のように変形するとして波高と周期の結合分布を計算する。

- 1) 砕波前: 波高変化は微小振幅波理論に基づく。

$$\left. \begin{aligned} \frac{H}{H_0} &= K_s \cdot K_f \\ K_s &= [1 + (2kh / \sinh 2kh)] \tanh kh]^{-1/2} \\ K_f &= \left[1 + \int_0^x \left(\frac{f^* H_0}{T^4} \right) \left(\frac{64\pi^3}{3g^2} \right) \left(\frac{K_s^2}{\sinh^3 kh} \right) \right]^{-1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

周期 T は変化しない。

$$T/T_0 = 1 \dots\dots\dots (4)$$

- 2) 砕波点: 合田⁵⁾の砕波限界式を用いる。

* 正会員 工博 助教授 名古屋大学工学部土木工学科

** 正会員 工修 日本道路公団

$$\frac{H_b}{L_0} = 0.17 \left\{ 1 - \exp \left[1.5 \frac{\pi h_b}{L_0} (1 + 15 S^{4/3}) \right] \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

3) 砕波後:

波高変化 (佐々木ら⁶⁾あるいは著者の実験結果より
定式化する)

$$\frac{H}{H_b} = \left(\frac{h + \bar{\eta}}{h_b + \bar{\eta}_b} \right)^\alpha, \quad \left. \begin{array}{l} \alpha = 1.4 \ (S=1/15), \\ \alpha = 2.0 \ (S=1/30) \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

周期変化 (平均値 1, 標準偏差 σ の正規乱数 $R\{1, \sigma\}$ で変化する)

$$T_{i+1} = T_i R\{1, \sigma\}, \quad \sigma = \frac{h_i - h_{i+1}}{(1/2)(h_i + h_{i+1})} \dots\dots\dots (7)$$

4) 平均水位変動: 次式⁷⁾で計算する.

$$\frac{d\bar{\eta}}{dx} = -\frac{1}{(h + \bar{\eta})} \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{8} \bar{H}^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \right] \quad \dots\dots\dots (8)$$

なお, 式 (3)~式 (8) において, $k=2\pi/L$, L ; 水深 h における波長, f^* ; 底面摩擦係数, g ; 重力加速度, H_0 ; 沖波波高, h_b ; 砕波水深, H_b ; 砕波波高, L_0 ; 沖波波長, T_0 ; 沖波周期, S ; 水底勾配, $\bar{\eta}$; 平均水位変動量, $\bar{\eta}_b$; 砕波点の $\bar{\eta}$, $\bar{H}^2$; 水深 h での自乗平均波高, である. なお, 式 (7) の下つき ($i+1$) と (i) はおのおの砕波点より ($i+1$) 番目の地点と (i) 番目の地点を示す. 砕波後の波の周期を式 (7) で変化さす方法は, 標準偏差 σ が大きくなると精度が低下すると考えられるので, 検討の余地が残されている.

ところで, 次節で水理実験値と比較するためには, 式 (3)~式 (8) により波高と周期の結合分布を計算しなければならない. 本論では初期条件として $h=63$ cm で計測された水位変動についてゼロ・アップクロス法で波別解析した波を用いた. なお, ゼロ・ダウクロス法で波別解析した波とは若干異なったが, 大きな差異はなかった. 計算に際しては, 水深を $h=63$ cm~20 cm の間は約 5 cm 間隔, $h=20$ cm~4 cm ではほぼ 1 cm 間隔 ($h=4$ cm~0 cm (汀線) では約 0.25 cm 間隔で分割した. このようにして式 (3)~式 (8) を用いて計算された⁸⁾波高と周期の結合分布を用いて式 (2) で生の ZUS あるいは ZDS を計算した. 周波数間隔を $\Delta f=0.1$ Hz とした.

4. 室内水理実験

3.1 実験装置と実験方法

実験は名古屋大学工学部土木工学教室の片面ガラス張りの二次元鋼製造波水槽 (25 m×0.7 m×0.95 m) で行なわれた. 実験に用いた斜面は 1/15 の一様勾配斜面と先端部が 1/15 の勾配を有する 1/30 の斜面の二種類である (図-1 参照). 造波装置は油圧サーボ型のフラップ型造波機であり, 造波板の背後は水のない dry な状態に

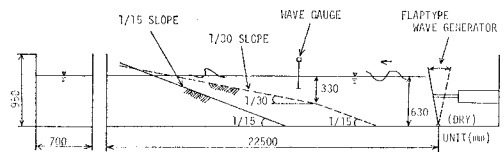


図-1 実験装置

なっている. そのため, 電気入力信号と造波板の運動との対応は極めてよい. 発生波は全てブレットシュナイダー型スペクトルを期待スペクトルとする波であり, $H_0/L_0 \approx 0.012 \sim 0.062$ (H_0' と L_0 は沖波有義波高と波長) の範囲の 5 種類の波である (表-1 参照). 発生波の波高

表-1 実験波

Wave	Hmax	H1/3	H	Tmax	T1/3	T	$\sqrt{B1}$	B2	Qp	H0	H0/L0
W.-1	4.9	2.7	1.7	1.3	1.3	1.0	-0.04	3.15	1.39	2.9	0.012
W.-2	6.2	3.7	2.5	1.2	1.2	1.0	-0.03	2.74	1.69	4.0	0.019
W.-3	15.5	8.3	5.3	1.1	1.2	1.1	0.21	3.26	1.88	8.8	0.040
W.-4	13.3	7.3	4.6	1.0	1.0	0.9	0.19	3.30	1.99	7.5	0.047
W.-5	16.9	10.5	6.7	1.1	1.1	1.0	0.29	3.27	2.11	10.9	0.061

Hmax; maximum wave height, H1/3; significant wave height, H; mean wave height, Tmax; maximum wave period, T1/3; significant wave period, T; mean wave period, Qp; spectral peakedness, H0; equivalent significant wave height in deep water, H0/L0; significant wave steepness in deep water, $\sqrt{B1}$; skewness, B2; kurtosis. Unit: cm for Hmax, H1/3, H and H0; s for Tmax, T1/3 and T.

と周期の自乗はほぼ Rayleigh 分布することが確認されている. 水位変動の計測は造波板前面 ($h=63$ cm) より汀線に至る水深の異なった 20 地点で行なわれた. 水位の計測は汀線近傍 ($h<1.5$ cm) で電気抵抗線式水位計, それ以外では電気容量式水位計で行なった. 計測時間は約 10 分間である.

3.2 解析方法

計測された水位記録のうち 8 分 20 秒の記録を 0.1 秒で離散化してデータ数 5000 の数値離散化量を作り, ゼロ・アップクロス法とゼロ・ダウクロス法で波別解析して不規則波の波高と周期の統計量とゼロ・アップ (ダウン) クロス・スペクトルを求めた. 同時に, 従来のフーリエ・パワー・スペクトル (以後便宜上 FS と称す) をデータ数 4800, 最大ラグ数 160, 自由度 60 で BT 法⁹⁾により計算した. なお, ZUS と ZDS の解析に際しては, 汀線近傍のサーフ・ビートの効果を数値フィルターにより除去している. 著者の実験で明確にサーフ・ビートが認められたのはほぼ $h/H_0' \leq 0.7$ の範囲であった.

5. 実験結果とその考察

水深変化に伴う ZUS と ZDS の変形の一例が図-2 に示されている. ZUS と ZDS は, FS と異なり⁸⁾, 砕波帯でも (図-2 の場合 $h/H_0' < 1.3$) 高周波数域でパワー・レベルの著しい増大は認められない. これは, 砕波により生じる高周波数成分波の全てがゼロ・アップ (ダウクロス) 法により表現できなかったこと, また, 波形の尖った非対称な特性は FS では高周波数成分の増

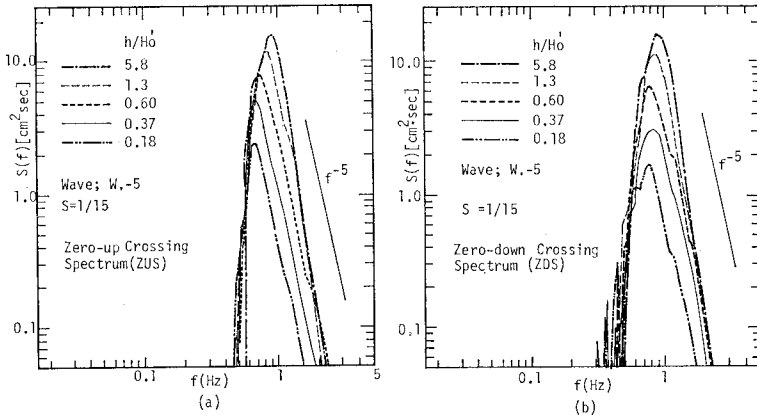


図-2 ZUS と ZDS の変形の一例

大として計算されることによると推察される。一方、

ZUS と ZDS とともに浅水域になるにつれて低周波数域のパワー・レベルが増大する。この点については FS と同様の傾向を持つ。なお、FS ほど ZDS 及び ZUS の低周波域のパワー・レベルが大きくない主な原因としては、定義法の差異と汀線近傍ではサーフビートを数値フィルターにより除去したことが挙げられる。

Lee・Black はスペクトルの 0 次モーメント M_0 、合田¹⁰⁾の提案したスペクトル尖鋭度 Q_p とスペクトルのピーク周波数 f_p により、

パワー・スペクトル形状 $S(f)$ を次式で近似している。

$$S(f) = M_0 \frac{(2Q_p + 1)}{f_p} \left(\frac{f}{f_p}\right)^{-2Q_p - 1} \exp \left\{ -\frac{(2Q_p + 1)}{2Q_p} \left(\frac{f}{f_p}\right)^{-2Q_p} \right\} \quad (9)$$

この M_0 、 Q_p と f_p の値の水深減少に伴う変化を FS、ZUS と ZDS について示した一例が表-2 であり、同表には、著者らのモデルによる計算値も同時に示されている。図-2、表-2、あるいは後述の図-3 より、つぎの

ことが指摘できよう。(1) FS の Q_p は ZDS 及び ZUS の Q_p より小さく、砕波近傍 ($h/H_0 \approx 1 \sim 2.0$) からその差異は著るしくなる。つまり、造波板前面水域 ($h=63$ cm) では FS と ZDS と ZUS の三者の差異は小さいが

表-2 実験値と計算値の比較の場合

wave	h	h/H ₀	Experiment									Calculation								
			FS			ZUS			ZDS			f* = 0			f* = 0.01			f* = 0.05		
			M ₀	Q _p	f _p	M ₀	Q _p	f _p	M ₀	Q _p	f _p	M ₀	Q _p	f _p	M ₀	Q _p	f _p	M ₀	Q _p	f _p
W.-1	63	21.80	0.53	1.38	0.81	0.47	1.97	0.91	0.47	1.90	0.91	0.46	1.97	0.91	0.47	1.97	0.91	0.46	1.97	0.91
	10	3.46	0.50	1.30	0.44	0.47	1.78	0.77	0.47	1.82	0.83	0.55	2.01	0.63	0.55	2.00	0.63	0.53	1.99	0.63
	4	1.38	0.63	0.83	0.44	0.71	1.85	0.71	0.71	1.76	0.71	0.73	2.05	0.77	0.71	1.93	0.77	0.65	2.00	0.77
	20	2.27	3.59	1.61	0.63	3.55	2.24	0.77	3.55	2.39	0.83	4.40	2.48	0.71	4.38	2.48	0.71	4.24	2.47	0.71
W.-3	14	1.59	3.56	1.40	0.75	3.59	2.19	0.77	3.58	2.31	0.83	4.72	2.49	0.71	4.60	2.49	0.71	4.38	2.47	0.71
	10	1.13	2.89	1.09	0.75	3.20	2.14	0.71	3.18	2.13	0.83	4.60	2.23	0.71	4.50	2.24	0.71	4.19	2.25	0.71
	6	0.68	2.55	0.99	0.69	2.89	2.03	0.71	2.91	2.07	0.83	2.83	1.80	0.74	2.82	2.00	0.70	2.80	1.89	0.73
	4	0.45	1.62	0.90	0.63	1.86	2.15	0.63	1.82	1.78	0.63	1.57	1.75	0.81	1.56	1.65	0.80	1.58	1.77	0.82
W.-5	20	1.84	6.03	1.86	1.00	6.10	3.06	0.91	6.09	2.85	0.91	6.88	2.82	0.91	6.80	2.82	1.00	6.60	2.82	0.91
	14	1.29	5.02	1.59	0.75	5.34	2.60	0.83	5.31	2.61	0.83	5.98	2.59	0.90	5.89	2.62	1.00	5.72	2.62	0.91
	6	0.55	2.71	1.14	0.75	3.14	2.46	0.77	3.13	2.16	0.77	2.85	2.04	0.69	2.84	2.05	0.98	2.77	2.10	1.03
	(cm)		(cm ²)		(Hz)	(cm ²)		(Hz)	(cm ²)		(Hz)	(cm ²)		(Hz)	(cm ²)		(Hz)	(cm ²)		(Hz)

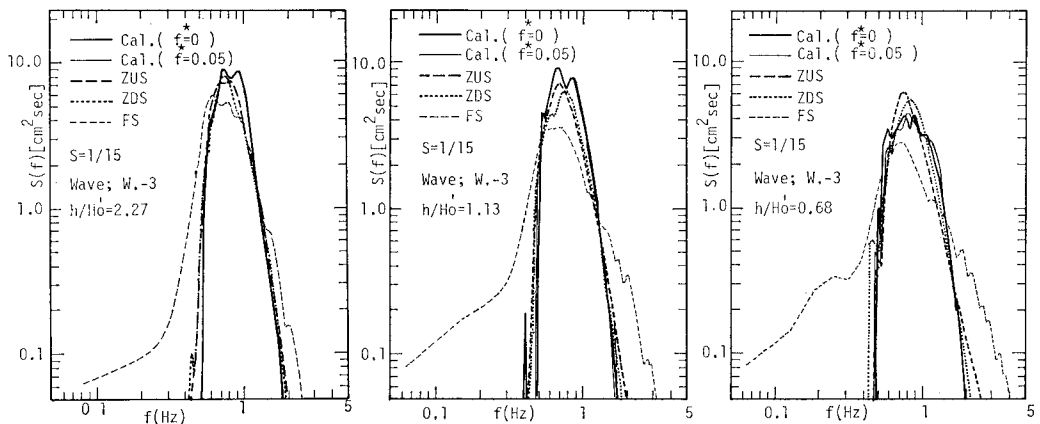


図-3 計算値と実験値の比較

(本論では図示していない), 例えば 図-3 に示すように 砕波帯直前 ($h/H_0=2.27$) から FS の形状が ZDS 及び ZUS より平たくなり始めその差は砕波帯 ($h/H_0<1.5$) で更に大きくなる. (2) ZUS と ZDS の形状は砕波前はほとんど大差がないが, $h/H_0<1.5$ の砕波帯では ZDS の Q_p の方が ZUS の Q_p より一般に小さくなりスペクトル形状は平たくなる. これは 図-2 に示されているように ZDS は低周波数域に小さなスペクトルピーク値を示すことが多いことによる. (3) f_p については, 砕波後は FS の f_p は ZDS や ZUS の値より小さくなる場合が多い. (4) M_0 については, FS は ZUS や ZDS より砕波帯 ($h/H_0<1.5$) 内では一般に小さな値を示すことが認められる.

つぎに, 著者らの提案した計算モデルと実験結果との対応性について述べる. 図-3 は式 (2) と式 (3)~式 (8) を用いて求めた計算値 (図中太い実線と細い実線) と実験結果を比較した一例である. 同図によると, $h/H_0=2.27$ と 1.13 の場合は計算値は比較的良好に実験値と対応するが, $h/H_0=0.68$ の場合は両者のずれは幾分大きい. 表-2 には, 式 (9) で近似する場合の Q_p , M_0 と f_p の計算値 ($f^*=0, 0.01$ と 0.05) が実験値と同時に示してある. 同表にも示されているように, $h/H_0<0.6$ の範囲では計算値と実験値の差異は更に大きくなる. 本計算モデルは 図-3 及び 表-2 に示すように実験値との対応性は極めてよくはないが, 上述のことを考慮して本

モデルの適用範囲について若干述べておこう.

波高 ($H/\bar{H}$) と周期 ($T/\bar{T}$) の分布を式 (10) の Weibull 分布で近似する場合の β_1 と β_2 は水深変化に伴ない変化するが, 図-4 に一例として示されているように, β_2 は

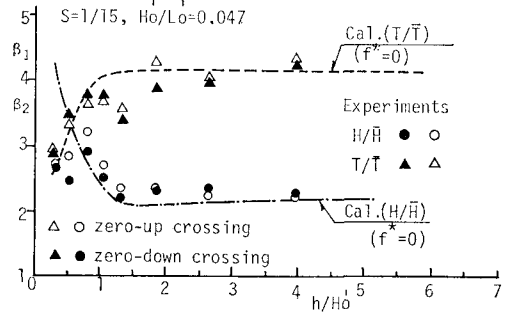


図-4 β_1 と β_2 の変化

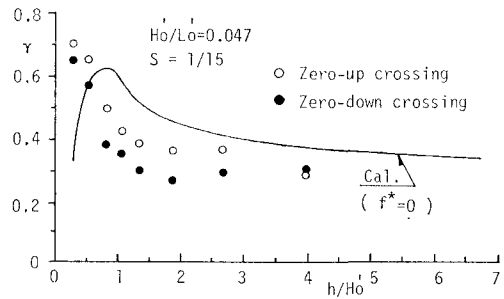


図-5 水深変化に伴なう γ の変化

$$P(T/\bar{T}) = \alpha_1 \beta_1 \left(\frac{T}{\bar{T}} \right)^{\beta_1 - 1} \cdot \exp \left(-\alpha_1 \left(\frac{T}{\bar{T}} \right)^{\beta_1} \right), \quad \alpha_1 = \left[\Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta_1} \right) / \bar{T} \right]^{\beta_1}$$

$$P(H/\bar{H}) = \alpha_2 \beta_2 \left(\frac{H}{\bar{H}} \right)^{\beta_2 - 1} \cdot \exp \left(-\alpha_2 \left(\frac{H}{\bar{H}} \right)^{\beta_2} \right), \quad \alpha_2 = \left[\Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta_2} \right) / \bar{H} \right]^{\beta_2}$$

$\Gamma(\cdot)$: ガンマー関数

$h/H_0<0.7$ で実験値と計算値は大きくずれる場合が多く, このため, 波高と周期の相関係数 γ も $h/H_0<0.7$ で実験値と計算値の対応性は極めて悪くなる (図-5 参

照). 本論で図示していない $S=1/30$ の場合の結果も含めて考えると, 本計算モデルはせいぜい $h/H_0>0.7$ の範囲に対して適用されると考えられる. なお, 図-3 あるいは 表-2 によるとほぼ $h/H_0>1.0$ では計算値の M_0 は実験値 (ZUS と ZDS) より大きい, $h/H_0<1$ では逆の傾向が認められる. また, f^* が大きくなるにつれて M_0 は小さくなるが, 著者らの計算モデルは ZUS と ZDS のいずれのスペクトルと

対応性がよいか明確にすることができなかった. ところで, 本計算モデルでは, 図-6 に示すように, 周期分布の変化も計算できる. しかし, 本計算モデルを

$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^n (H_i - \bar{H})(T_i - \bar{T})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (H_i - \bar{H})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^2}} \quad \dots\dots\dots (11)$$

照). 本論で図示していない $S=1/30$ の場合の結果も含めて考えると, 本計算モデルはせいぜい $h/H_0>0.7$ の範囲に対して適用されると考えられる. なお, 図-3 あるいは 表-2 によるとほぼ $h/H_0>1.0$ では計算値の M_0 は実験値 (ZUS と ZDS) より大きい, $h/H_0<1$ では逆の傾向が認められる. また, f^* が大きくなるにつれて M_0 は小さくなるが, 著者らの計算モデルは ZUS と ZDS のいずれのスペクトルと

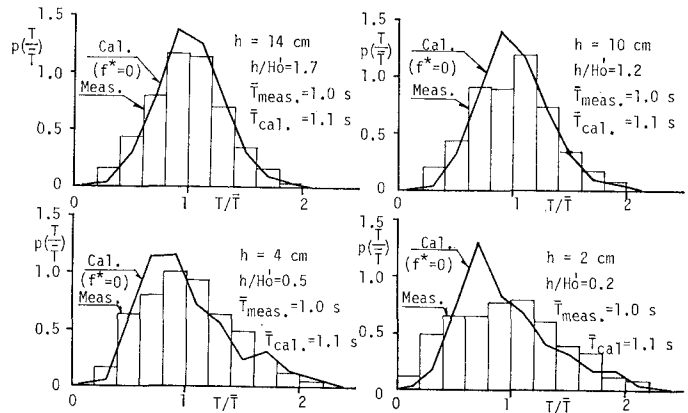


図-6 周期分布の計算値と実験値の比較

用いると、 $h/H_0' > 0.7$ では計算値と実験値の対応性は比較的よいが、 $h/H_0' \leq 0.7$ になると定性的には実験値と計算値は一致するものの計算値は実験値より尖った分布形状となり差異は大きくなる。このことは波高分布と極めて類似する^{11), 12)}。計算の精度を高めるには何よりも不規則波の砕波変形機構を解明しなければならないと考えられる。

6. 結 言

本論では緩斜面におけるゼロ・アップクロス・スペクトルとゼロ・ダウンクロス・スペクトルの変形特性とその予測手法について述べてきた。提案した計算モデルは h/H_0' (水深/沖波有義波高) ≤ 0.7 では実験値とのひらきが大きくなるので、更に精度の高い計算モデルの開発が望まれる。本研究は文部省科学研究助成金自然災害特別研究(1)(代表者: 阪大 榎木亨教授)により行なわれたことを付記する。最後になるが、本研究の実験と資料整理に協力していただいた本学大学院生清野博君に謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Lee, T. T. and Black, K. P.: The Energy Spectra of Surf Waves on A Coral Reef, Proc. 16th ICCE, 1978, pp. 588~608.
- 2) 土屋義人・安田孝志・武山保徳: 相互干渉を無視した場合のソリトンスペクトルの理論, 第28回海講論文集, 1981, pp. 89~93.
- 3) 榎木 亨・岩田好一郎: 浅海砕波帯における不規則波のパワー・スペクトル形状について——特に高周波数域のスペクトル勾配について, 第26回海講論文集, 1979, pp. 105~108.
- 4) 岩田好一郎: 斜面上への不規則波のそ上, 水工学シリーズ, 81-B-3, 土木学会水理委員会, 1981.
- 5) 合田良実: 浅海域における波浪の砕波変形, 港湾技術研究所報告, 第14巻, 第3号, 1975, pp. 59~106.
- 6) 佐々木幹夫・佐伯 浩: 砕波後の波の変形に関する実験的研究(2), 第21回海講論文集, 1974, pp. 39~44.
- 7) Battjes, J. A.: Set-up due to Irregular Wave, Proc. 13th ICCE, 1978, pp. 569~587.
- 8) 福与弘志: 浅海域における波高と周期の変化に関する研究, 名古屋大学大学院工学研究科修士論文, 1981.
- 9) Blackman, R. B. and J. W. Tukey: The Measurements of Power Spectra, Dover Publications, New York, 1958.
- 10) Goda, Y.: Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, Rept. PHRI, Vol. 9, No. 3, 1970, pp. 3~57.
- 11) 菅原輝男・山本正昭: 波の浅水変形計算モデル, 第25回海講論文集, 1978, pp. 80~84.
- 12) 岩垣雄一・間瀬 肇・田中 剛: 不規則波の浅海変形モデルについて, 第28回海講論文集, 1981, pp. 104~108.