

不規則波の質量輸送速度の表示とその適用性

土屋 義人* · 安田 孝志** · 山下 隆男***
大下 哲則**** · 篠田 成郎*****

1. 緒 言

不規則波の質量輸送は、漂砂などの各種輸送現象に直結する重要な問題でありながら、基礎となる規則波の質量輸送の表示における理論上および実験上の問題について十分な認識がなされていないこと、不規則波の質量輸送機構の評価法に統一の見解が得られていないこと、および極浅海域における不規則波の力学理論が確立されていないことなどのため、これまでの研究は比較的少ない。

ここでは、著者らがこれまで実施してきた定形進行波の質量輸送に関する研究から、分散性が卓越する深海および浅海域においては波速の定義との関係を明確にした Stokes 流の展開を行い、また非線形性が卓越する極浅海域においてはソリトンスペクトル理論^{1),2)}によって、それぞれ質量輸送速度を定式化する。さらに、無限長の波動の場を可能とする二重床水槽によって、それらの適用性を検証し、深海から極浅海域までの不規則波の質量輸送理論の確立を試みる。

2. 深海および浅海域の不規則波の質量輸送の表示

深海および浅海域の波浪は、分散性が卓越し、周波数が支配パラメータとなるため、正弦波を成分波とする Stokes 流の展開が可能である。この結果、各成分波は直交関数である三角関数で表示され、Stokes drift も各成分波ごとに独立に導かれるとすれば、質量輸送へ Stokes 波理論を適用することができる。したがって、不規則波形の表示法に対応して各成分波ごとに質量輸送速度を合成すれば、求める質量輸送速度の表示を導くことができる。不規則波形の表示法としては、周波数スペクトルおよび波別解析法が考えられるので、以下にこれらによる質量輸送速度の表示を導く。

(1) スペクトル解析法による質量輸送速度の表示

Bye⁴⁾に従えば、周波数を σ 、周波数スペクトルを $S(\sigma)$

および微小な周波数帯を $\delta\sigma$ とし、 $\delta\sigma$ に対応する有効振幅 (effective amplitude) を a とすれば、次式が成立する。

$$a^2 = 2S(\sigma)\delta\sigma \quad \dots\dots\dots (1)$$

一方、各成分波の質量輸送速度が、一般に次のように表されるとする。

$$U_s = Aa^2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 A は両辺の次元を一致させるように定められる。これより、 $a < \sigma < b$ の周波数帯における質量輸送速度は、次式となる。

$$U_s = 2 \int_a^b AS(\sigma)d\sigma \quad \dots\dots\dots (3)$$

したがって、所定のスペクトル $S(\sigma)$ から U_s を求めるには、 $S(\sigma)$ を与えて A を決定する必要がある。たとえば、 $S(\sigma)$ として、Pierson-Moskowitz 型スペクトルを考え、ピーク周波数 σ_p およびそのスペクトル密度 $S(\sigma_p)$ を用いて表せば、次式のようにになる。

$$S(\sigma) = S(\sigma_p)(\sigma/\sigma_p)^{-5} \exp \left[(5/4) \{1 - (\sigma/\sigma_p)^{-4}\} \right] \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、

$$c_1 = S(\sigma_p)\sigma_p^5 e^{5/4}, \quad c_2 = -5\sigma_p^4/4 \quad \dots\dots\dots (5)$$

また、 A は質量輸送速度を Euler および Lagrange 座標のいずれかで定義するかに依存し、各周波数成分ごとに独立に Stokes drift が導かれる。

Lagrange 座標の場合 前述した仮定より、特定の周波数 σ に対する質量輸送速度 U_s は、Stokes の波速の第 1 定義を用いれば、次式で表される。

$$U_s = c_0 k c_1 \sigma^{-5} \exp(c_2 \sigma^{-4}) \sinh^{-2} kh \\ \times \cosh 2k(h+z)\delta\sigma \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 c_0 は微小振幅波の波速である。これを全周波数帯にわたって積分すれば、不規則波の質量輸送速度の無次元表示として、次式が導かれる。

$$\frac{U_s}{\sqrt{gh}} = \frac{c_1^*}{2} \int_0^\infty \frac{\exp \{c_2^*/(\xi \tanh \xi)^2\}}{\xi^{3/2} \tanh^{5/2} \xi \sinh^2 \xi} \\ \times \cosh 2\xi \left(1 + \frac{z}{h}\right) \left(\tanh \xi + \frac{\xi}{\cosh^2 \xi} \right) d\xi \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 g を重力の加速度として $\omega = \sigma^2 h/g$, $\xi = kh$, c_1^*

* 正 会 員 工博 京都大学教授 防災研究所

** 正 会 員 工博 岐阜大学助教授 工学部土木工学科

*** 正 会 員 工修 京都大学助手 防災研究所

**** 学生会員 京都大学大学院工学研究科

***** 学生会員 岐阜大学大学院工学研究科

$=c_1/g^2$ および $c_2^*=c_2h^2/g^2$ である。また、波速の第2定義を用いた場合には、

$$\frac{U_s}{\sqrt{gh}} = \frac{c_1^*}{4} \int_0^\infty \frac{\exp\{c_2^*/(\xi \tanh \xi)^2\}}{\xi^{3/2} \tanh^{5/2} \xi \sinh^2 \xi} \times \left\{ 2 \cosh 2\xi \left(1 + \frac{z}{h}\right) - \sinh 2\xi \right\} \times \left(\tanh \xi + \frac{\xi}{\cosh^2 \xi} \right) d\xi \dots\dots\dots (8)$$

となる。さらに、著者ら⁵⁾の Stokes 波理論によれば、次式ようになる。

$$\frac{U_s}{\sqrt{gh}} = \frac{c_1^*}{4} \int_0^\infty \frac{\exp\{c_2^*/(\xi \tanh \xi)^2\}}{\xi^{3/2} \tanh^{5/2} \xi \sinh^2 \xi} \times \left\{ 1 + 2 \cosh 2\xi \left(1 + \frac{z}{h}\right) \right\} \times \left(\tanh \xi + \frac{\xi}{\cosh^2 \xi} \right) d\xi \dots\dots\dots (9)$$

Euler 座標の場合 質量輸送は、波速の第1定義の場合には、直接の表示は存在しないが、水面変動の範囲においてのみ存在するので、その平均的な質量輸送速度の表示を用いれば、次式が得られる。

$$\frac{\bar{u}}{\sqrt{gh}} = \frac{c_1^*}{4} \int_0^\infty \frac{\exp\{c_2^*/(\xi \tanh \xi)^2\}}{\xi^{3/2} \tanh^{5/2} \xi \sinh^2 \xi} \times \left(\tanh \xi + \frac{\xi}{\cosh^2 \xi} \right) \sinh 2\xi d\xi \dots\dots\dots (10)$$

これに対して、著者ら⁵⁾の理論では Euler 座標においても質量輸送は存在するので、次式が得られる。

$$\frac{\bar{u}}{\sqrt{gh}} = \frac{c_1^*}{4} \int_0^\infty \frac{\exp\{c_2^*/(\xi \tanh \xi)^2\}}{\xi^{3/2} \tanh^{5/2} \xi \sinh^2 \xi} \times \left(\tanh \xi + \frac{\xi}{\cosh^2 \xi} \right) d\xi \dots\dots\dots (11)$$

(2) 波別解析法による表示

不規則波を各波峯ごとに異なった定形進行波の連なりと考え、各成分波の生起確率に応じて各波峯ごとに独立に定義される質量輸送速度を加え合わせることにすれば、このときの不規則波の質量輸送速度の表示を得る。このような考え方は、すでに Dyke ら⁶⁾によって試みられ、波速の第1定義を用いた場合に対する表示が導かれている。

Lagrange 座標の場合 波速の第1定義を用いた Dyke らの表示は、振幅の2乗に比例した重みを付けることに

より、次式ようになる。

$$\frac{U_s}{\sqrt{gh}} = \sum_{i=1}^N \frac{c_{0i}^*(k_i a_i p_i)^2 \cosh 2k_i(h+z)}{2 \sinh k_i h} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 a_i は成分波の振幅、 p_i 振幅 a_i の波の発生頻度を表す密度関数、および $c_{0i}^* = (k_i h \tanh k_i h)^{1/2}$ である。式(12)と同様な表示を、波速の第2定義を用いて導けば、

$$\frac{U_s}{\sqrt{gh}} = \sum_{i=1}^N \frac{c_{0i}^*(k_i a_i p_i)^2}{4} \times \left\{ \frac{\cosh 2k_i(h+z)}{\sinh^2 k_i h} - \frac{2}{k_i h \tanh k_i h} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

となり、さらに著者らの表示によれば、次式のようになる。

$$\frac{U_s}{\sqrt{gh}} = \sum_{i=1}^N \frac{c_{0i}^*(k_i a_i p_i)^2}{4} \times \left\{ \frac{1 + 2 \cosh 2k_i(h+z)}{\sinh^2 k_i h} - \frac{k_i a_i p_i}{\sinh k_i h} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

Euler 座標の場合 式(10)に対応した表示は得られるが、ここでは著者らの Stokes 波理論による場合を示せば、次式のようになる。

$$\frac{\bar{u}}{\sqrt{gh}} = \sum_{i=1}^N \frac{c_{0i}(k_i a_i p_i)^2}{4 \sinh k_i h} \dots\dots\dots (15)$$

ここで示した手法では、質量輸送速度は zero-up-cross 法で定義される波峯数に依存し、ensemble 平均として与えられるが、 U_{si} が a_i に対して線形ではないため、 a_i の平均値を用いた代表波によるものと異なっていることは言うまでもない。

3. 極浅海域の不規則波の質量輸送の表示

海岸波浪の表現法であるソリトンスpekトル理論⁹⁾を用いれば、海岸波浪の波形 η が

$$\left. \begin{aligned} \eta/h &= \sum_{i=1}^N A_i \operatorname{sech}^2 \vartheta_i - \eta_0, \\ \vartheta_i &= \sqrt{3A_i/4} (x/h - c_i t/h + \delta_i), \\ c_i &= \sqrt{gh} (1 + A_i/2 - 3\eta_0/2), \\ \eta_0 &= -(2/T^*) (A_i/3)^{1/2} \tanh \vartheta_i|_0^{T^*} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

で表されるとき、Euler および Lagrange 座標における質量輸送速度 $\bar{u}$ および U は、それぞれ次式で表される。

$$\frac{\bar{u}}{\sqrt{gh}} = \frac{1}{2T^*} \int_0^{T^*} \left(\sum_{i=1}^N A_i \operatorname{sech}^2 \vartheta_i \right)^2 dt^* - \frac{1}{2} \eta_0^2 - \frac{1}{T^*} \left\{ 1 - \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right\} \frac{\sqrt{3}}{2} \sum_{i=1}^N \left\{ 2 \tanh \vartheta_i|_0^{T^*} - \tanh \vartheta_i (\operatorname{sech}^2 \vartheta_i + 2) |_0^{T^*} - \sum_{i=1}^N c_i \left\{ \frac{\eta_0}{N} + \frac{2}{c_i} \sqrt{\frac{A_i}{3}} \frac{\tanh \vartheta_i}{T^*} \right\} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

$$\frac{U_s}{\sqrt{gh}} = \frac{\bar{u}}{\sqrt{gh}} + \frac{2\eta_0}{\sqrt{3} T^*} \sum_{i=1}^N A_i^{1/2} c_i^{-2} \left\{ \frac{\sqrt{3A_i}}{2} c_i t^* \operatorname{sech}^2 \vartheta_i + \tanh \vartheta_i \right\} \Big|_0^{T^*} - \frac{2}{\sqrt{3} T^*} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N A_i^{1/2} A_j c_i^{-1} c_j^{-1} \tanh \vartheta_i|_0 \operatorname{sech}^2 \vartheta_i|_0^{T^*} + \frac{2}{T^*} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \int_0^{T^*} A_i^{1/2} A_j^{3/2} c_i^{-1} \times \tanh \vartheta_i \tanh \vartheta_j \operatorname{sech}^2 \vartheta_j dt^* \dots\dots\dots (18)$$

ここに, A_i ; 各ソリトンの固有値, δ_i ; 各ソリトンの波
 峯の座標, T^* ; 海岸波浪の無次元観測時間, c_i ; ソリト
 ンの伝播速度, および η_0 ; 平均水面周りの波形の連続
 性を満足させるために導入される定数である。

4. 不規則波の質量輸送に関する実験

ここでは, まず, 二重床式不規則波浪水槽の特性を述
 べ, ついで, 不規則波の質量輸送に関する実験を行い,
 各理論的表示の適用性を検討する。

(1) 不規則波浪水槽と質量輸送特性

この水槽は, 図-1 に示すようなガラス張り水槽 (幅

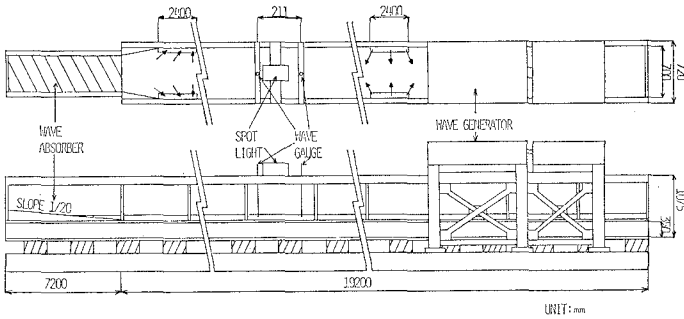


図-1 二重床式不規則波浪水槽

0.7 m, 高さ 0.71 m, 長さ 19.2 m) であり, 二重床構造
 によって水槽端部の拘束を除去し, 無限長の波動場の再
 現が可能である。また, この水槽には安川電機製作所の
 低慣性直流モーターによる不規則波造波機が設置されて
 いる。なお, 水槽下流端における反射波は約 5% 以下と
 なっており, その影響はほとんど無視されるものと判断
 される。

本波浪水槽の質量輸送に関する特性と適用性を確かめ
 るために, クノイド波を造波して検討した。すなわち,
 クノイド波を造波するため, 造波板の変位 $x(t)$ を次式
 の解として与えた。

$$dx/dt = u(x, t) \approx u(0, t) + xu_x \dots \dots \dots (19)$$

ここに, u はクノイド波理論の第 1 次近
 似解によって与えられる水平水粒子速度
 である。このようにして造波されたクノ
 イド波の波形や波速のみならず, 質量輸
 送速度の鉛直分布も測定して理論結果と
 比較した。その結果, 波速および波形は
 クノイド波理論と十分一致することが確
 かめられた。また, 質量輸送速度の鉛直
 分布に関しては, 二重床式波浪水槽の上
 下流部の水槽側壁部にある補給口からの
 擾乱などのため, 実験値はかなり散乱す
 るが, 著者らのクノイド波理論とほぼ一
 致することから, この波動の場は無限水

域の波を実用上再現しているとしてよいことが確認され
 たので, 不規則波の場合にも適用できると考えられる。

(2) 深海および浅海域における不規則波の質量輸送

Pierson-Moskowitz 型スペクトルを持つ不規則波を造
 波することとし, そのためのプログラムは岩垣ら⁷⁾によ
 って作成されたものを利用した。ただし, 質量輸送の実
 験であるため, 水深・波長比をかなり小さくした場合に
 も, このプログラムを使用することにした。質量輸送速
 度の測定は, ニトロベンゼン, キシレンおよび螢光塗料
 の混合液からなる中立粒子をタイマーおよびスケールと
 ともに 16 mm カメラで撮影することによって行った。

図-2 は, このときの実測波のパワー
 スペクトルと Pierson-Moskowitz スペ
 クトルとの比較であり, 実線は前者を,
 破線は後者をそれぞれ示す。水深 $h =$
 9.81 cm の場合には, 非線形干渉のため
 に与えたスペクトル形との相違が顕著に
 なっており, 不規則波造波プログラムの
 適用条件を越えるので, 両者の対応はよ
 くない。ここでは, 与えられたスペクト
 ル形をもつ不規則波の質量輸送が前述し
 た理論式と一致するかどうかを検討する

ため, 図-2 に示した実測スペクトルを次式のように表
 すことにした。

$$S(\sigma) = c_1 \sigma^{-5} \exp(c_2 \sigma^{-5}) \dots \dots \dots (20)$$

ここに,

$$c_1 = S(\sigma_p) \sigma_p^5 e^{5/2}, \quad c_2 = -5\sigma_p^5/2 \dots \dots \dots (21)$$

図-2 にはこのように修正したスペクトルを示してあ
 る。これによれば, 式 (4) のスペクトル形に比較して低
 周波側パワーの表現が若干改善され, 実験結果との対応
 も良好になっていることがわかる。したがって, 式 (4)
 の代りに, 式 (20) を用いた質量輸送速度の表示式を導
 けば, 水槽内に生じる低周波成分の質量輸送に及ぼす影
 響も評価することができるので, その比較について述べ

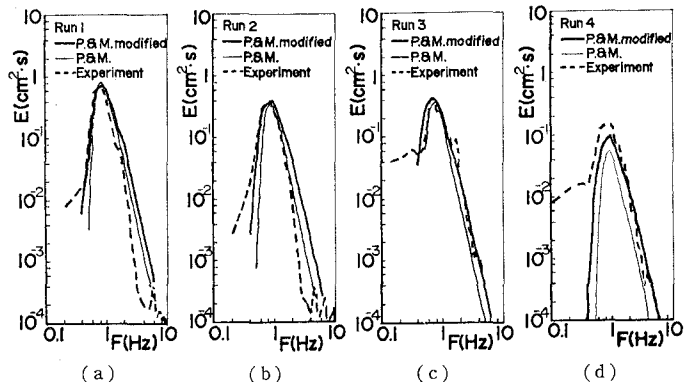


図-2 Pierson-Moskowitz スペクトルと実測スペクトルとの比較

表-1 実験条件

Run No.	h (cm)	$H_{1/3}$ (cm)	$T_{1/3}$ (sec)	σ_p	$S(\sigma_p)$	c_1	c_2
1	20.1	2.6	3.65	0.85	0.8	4.32	-1.81
2	20.1	2.0	3.48	0.85	0.4	2.16	-1.81
3	9.81	1.7	1.65	0.70	0.41	0.84	-1.23
4	9.81	1.3	1.60	0.90	0.15	0.72	-2.03

る。

まず、実験条件を表-1に示す。

図-3は、前述した修正スペクトル形を持つ不規則波

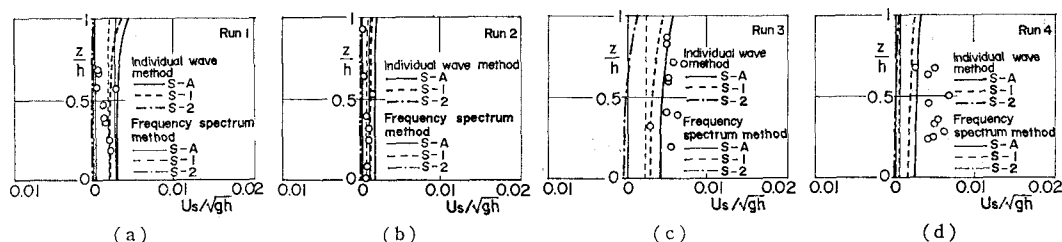


図-3 スペクトルおよび波別解析法による理論結果と実験結果との比較

進行方向と一致することがわかる。また、 $h=20.1$ cmで波の非線形性の影響が小さい場合には、実測スペクトルが修正スペクトルとほとんど一致していることもあって、スペクトル法による結果の方が実験結果とよく対応している。これに対し、 $h=9.81$ cmとなり、非線形性の影響が顕著になってくると、スペクトル法による精度は若干低下し、波別解析法による方が実験値との対応は良くなっているようである。しかし、両者の相違はわずかで、実験値にもかなりばらつきがあるため、いずれを用いるべきかは必ずしも明らかではないが、非線形性の影響が小さい場合には、力学的基礎を持つスペクトル法を用いればよく、非線形性が卓越する場合には、その影響を受けない波別解析法を用いればよいだろう。なお、S-1あるいはS-Aのいずれを用いればよいかという問題については、理論的にはS-Aを用いる方が良いと考えられるが、実験結果との対応ではS-Aの方が若干大きな値を与え、S-1による対応が若干良好である。

(3) 極浅海域における不規則波の質量輸送

極浅海域における所定の不規則波を起すため、前述のクノイド波の造波方法と同様に、ソリトンスペクトル理論⁹⁾で与えられる不規則波の水平水粒子速度に造波板の速度を一致させて造波した。ただし、ソリトンスペクトルの固有値および間隔は大潟海岸における観測結果によって与え、水深は $h=9.80$ cmとした。

このときの波浪の諸元、とくに有義波高・水深比および無次元周期は、それぞれ $H_{1/3}/h=0.275$ および $T_{1/3}\sqrt{g/h}=28.1$ である。実測波形に基づく、ソリトンスペクトルの固有値の計算精度、すなわちソリトン分解能を

の質量輸送速度の実験結果と、スペクトルおよび波別解析法による計算結果との比較を示す。図中のS-1およびS-2はStokesの波速の第1および第2定義によるものであり、S-Aは著者らの手法による表示であることを示す。このときの実験結果は、本波浪水槽によって再現された無限長の波動場におけるものであるため、スペクトルおよび波別解析法に関係なく、S-1およびS-Aとの対応が良好である。また、著者ら⁹⁾が定形進行波の質量輸送に対して述べたと同様に、長時間の計測を必要とする不規則波動の場においても、質量輸送の方向は波の

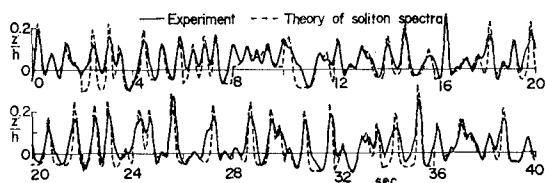


図-4 実測波形とソリトン合成波形との比較

高めるために、cut frequencyを0.4 Hzのlow cut filterによって実測データを処理することにした。とくに、図-4は、このように処理した実測波形と直交化法によって求めたソリトンスペクトルの固有値を用いてソリトン合成された波形との比較であり、図-5にはその固有値

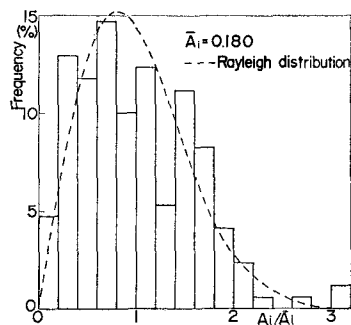


図-5 ソリトンスペクトルの分布形状

の頻度分布とRayleigh分布との比較を示す。水槽内に発生する擾乱波のために、十分な分解能は得られていないが、主要部分についてはソリトン合成波と実測波との対応は良好である。また、固有値の頻度分布は基本的に

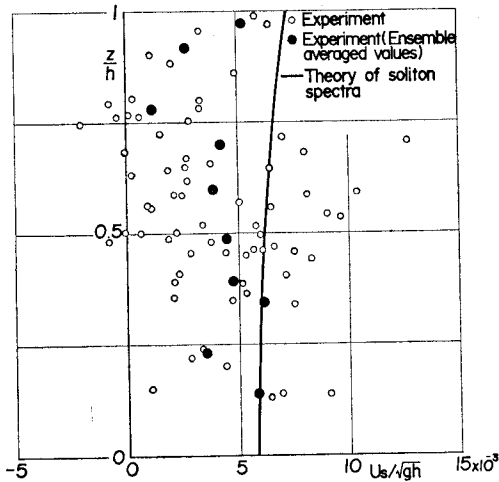


図-6 質量輸送速度の鉛直分布の実験結果と理論結果との比較

は Rayleigh 分布に対応しているようである。

図-6 には、このときの質量輸送速度の実験結果とソリトンスpekトル理論による計算結果との比較を示す。浅海域の場合の結果と同様、理論結果は若干過大な値を与えているが、水槽内に残っている擾乱波やもどり流れの影響を考えれば、ある程度の適用性を持つものと思われる。

5. 結 語

以上、深海および浅海域においては、スペクトル法および波別解析法によって Stokes の波速の定義との関係を明確にした3種類の質量輸送速度の表示式をそれぞれ導き、また極浅海域においては、ソリトンスpekトル理

論による表示を試みた。さらに、無限長の波動場を可能とする二重床式不規則波浪水槽によって、それらの適用性を検討し、不規則波動場においても質量輸送は波の進行方向と同一方向であり、波速の第1定義および著者らの方法を用いた表示式と対応することを明らかにした。なお、Euler 座標における質量輸送についての実験結果が発表されることを期待するとともに、第2定義に対応した実験条件においても理論式の適用性を今後調べていきたい。

最後に、不規則波プログラムを借用した岩垣教授らに感謝するとともに、本研究が文部省科学研究費一般研究(A)による不規則波の輸送現象に関する研究の一部であることを明記する。

参 考 文 献

- 1) Tsuchiya, Y., T. Yasuda and T. Yamashita: Mass transport in progressive waves of permanent type, Proc. 17th Conf. on Coastal Engg., 1980, pp. 70~81.
- 2) 土屋義人・安田孝志・武山保徳: 相互干渉を無視した場合のソリトンスpekトルの理論, 第28回海岸工学講演会論文集, 1981, pp. 89~93.
- 3) 安田孝志・篠田成郎・土屋義人: ソリトンスpekトル理論による海岸波浪の内部特性表示, 第29回海岸工学講演会論文集, 1982, pp. 36~40.
- 4) Bye, J. A. T.: The wave-drift current, Jour. Marine Res., Vol. 10, 1967, pp. 95~102.
- 5) Tsuchiya, Y. and T. Yasuda: A new approach to Stokes wave theory, Bull. DPRI, Kyoto Univ., Vol. 31, Part 1, No. 276, 1981, pp. 17~34.
- 6) Dyke, P. P. G. and S. F. Barstow: Wave induced mass transport: Theory and experiment, Jour. Hydr. Res., Vol. 10, 1981, pp. 89~106.
- 7) 岩垣雄一・木村 晃: 不規則波発生機による現地波浪のシミュレーションシステム, 第21回海岸工学講演会論文集, 1974, pp. 231~235.