

塩水楔型二層密度流における抵抗係数および流速構造

日野 幹雄*. NGUYEN Son Hung**. 中村 健***

1. ま え が き

著者らの一人¹⁾は先に密度界面近傍の流速分布に大気
の接地層における Monin-Obukhov の相似理論を適用し
うるものとし、内部界面における抵抗係数の理論式を導
いた。本研究では、先の理論式をさらに改良し、使いや
すい形の式を導いた。

界面波は界面における抵抗と連行に対して重要な役割
をもっている。すなわち、界面における抵抗の一部分は
界面波の造波あるいは wave drag や粘性抵抗によるも
のであり、界面波の増幅および変形によって下層流体の
連行が行われる。そこで本研究では染料による界面の可
視化により界面波の特性を調べた。また二重露光水素気
泡法により瞬時々の流速場を測定し、その流速場の変
化と界面波の変動の関連性を調べた。

2. 密度界面における抵抗係数

Buoyancy flux $\bar{q}$ が測定し難い量であることから、前
回は Monin-Obukhov 長さ L の代りに次式で定義され
る安定度長さ L' (poorman's L) を用いた。

$$L' = \frac{\rho U_*^3}{\kappa \Delta \rho g} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 U_* は界面における摩擦速度、 $\epsilon = \Delta \rho / \rho$ は上、
下層の相対密度、 g は重力の加速度、 κ は Karman の定
数である。本論文では、理論式に含まれている L その
ものすなわち、

$$L = \frac{U_*^3}{\kappa \bar{q}} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$= \frac{\rho U_*^3}{\kappa \Delta \rho g W_e} \quad \dots\dots\dots (3)$$

を用いる。ここに、 W_e は連行速度である。

前回と同様に、上層を水面から順に (i) 上部乱流層
(ii) 成層乱流層 (iii) 遷移層に分ける。各層における
流速分布はそれぞれ (i) 一定流速域 (ii) “対数+直
線”域 (iii) 直線域であり、次のような式で表わせる。

$$(i) \quad \frac{U(z')}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \left[\ln \frac{h'}{\delta_*'} + \frac{\beta}{L} (h' - \delta_*') \right] + \left(\frac{U_i}{U_*} + R_{e_{\delta_i'}} \right) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$(ii) \quad \frac{U(z')}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \left[\ln \frac{z'}{\delta_*'} + \frac{\beta}{L} (z' - \delta_*') \right] + \left(\frac{U_i}{U_*} + R_{e_{\delta_i'}} \right) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$(iii) \quad \frac{U(z')}{U_*} = \frac{U_* z'}{\nu} + \frac{U_i}{U_*} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 z' は淡塩界面からの高さ、 h' 、 δ_*' はそれぞれ
成層乱流層、遷移層の厚さである。 β は Monin-Obukhov
の係数、 $R_{e_{\delta_i'}} = U_* \delta_*' / \nu$ 、 U_i は界面における流速である。

丁度流速の対数分布から $f \sim R_e$ の関係を導くように、
式 (4)、(5) および (6) を用い、上層の流速分布を界
面から水面まで積分して密度界面における抵抗係数 f_i'
の式を次のように導くことができる。

$$f_i' = 2 \left(\frac{U_*}{\bar{U}} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\sqrt{\frac{2}{f_i'}} = \frac{1}{\kappa} \left[\ln \frac{h'}{\delta_*'} + \beta \frac{h'}{L} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{h'}{h_1} - \frac{\delta_*'}{h'} \right) - \frac{h'}{h_1} \right] + \left(\frac{U_i}{\bar{U}} + R_{e_{\delta_i'}} \right) + \frac{\delta_*'}{h_1} \left(\frac{1}{\kappa} + \frac{\beta}{2\kappa} \frac{\delta_*'}{L} - \frac{1}{2} R_{e_{\delta_i'}} \right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

上式において遷移層の厚さは上層の水深と比べて極めて
小さい ($\delta_*'/h_1 \ll 1$) から、式 (8) の右辺の最後の項を
無視して、次式とする。

$$\sqrt{\frac{2}{f_i'}} = \frac{1}{\kappa} \left[\ln \frac{h'}{\delta_*'} + \beta \frac{h'}{L} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{h'}{h_1} - \frac{\delta_*'}{h'} \right) - \frac{h'}{h_1} \right] + \left(\frac{U_i}{\bar{U}} + R_{e_{\delta_i'}} \right) \quad \dots\dots\dots (9)$$

上式の h' は成層乱流層の厚さであり、これは Monin-
Obukhov 長さ L のオーダーの値であると考えられる。
この比を J とおく。

$$\frac{h'}{L} = J \quad \dots\dots\dots (10)$$

式 (3) より上式は次のように書ける。

$$\frac{h'}{L} = J = \kappa \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} \frac{h' g}{U_*^2} \right) \left(\frac{W_e}{U_*} \right) = \kappa R_{i*} E_* \quad \dots\dots\dots (11)$$

* 東京工業大学教授 工学部土木工学科

** 東京工業大学大学院

*** 建設省近畿地方建設局

ここに,

$$R_{i*} = \frac{4\rho}{\rho} \frac{h'g}{U_*^2}, \quad E_* = \frac{W_e}{U_*}$$

さて, 式(11)の左辺はよくいわれるように, 一般に Richardson 数の関数である.

$$J = \text{funct}(R_{i*}) \quad \dots\dots\dots (12)$$

しかし, 連行実験の結果により Richardson 数の広い範囲にわたって次の関係が得られる.

$$E_* \propto R_{i*}^{-1} \quad \dots\dots\dots (13)$$

すなわち,

$$J = \text{定数} \quad \dots\dots\dots (14)$$

簡単のためにここには式(14)を用いた.

また式(9)の δ'_*/L , h'/δ'_* , h'/h_1 は次のように表わされる.

$$\begin{aligned} \frac{\delta'_*}{L} &= \frac{R_{e\delta'_*} \nu}{U_*} \frac{\kappa \varepsilon g E \bar{U}}{U_*^3} = R_{e\delta'_*} \frac{\nu}{\bar{U} h_1} \kappa \frac{\varepsilon g h_1}{\bar{U}^2} \left(\frac{\bar{U}}{U_*} \right)^4 E \\ &= 4\kappa R_{e\delta'_*} E (\phi f_i'^2)^{-1} \\ \frac{h'}{\delta'_*} &= \frac{h'}{L} \frac{L}{\delta'_*} = \frac{J}{4\kappa} R_{e\delta'_*}^{-1} E^{-1} (\phi f_i'^2) \\ \frac{h'}{h_1} &= \frac{h'}{L} \frac{L}{h_1} = J \frac{U_*^3}{\kappa \varepsilon g h_1 E \bar{U}} = \frac{J}{\kappa} (E R_i)^{-1} \left(\frac{f_i'}{2} \right)^{3/2} \end{aligned}$$

ここに, $R_e = \bar{U} h_1 / \nu$, $R_i = \varepsilon g h_1 / \bar{U}^2$ はそれぞれ上層の Reynolds 数と Froude 数, $E = W_e / \bar{U}$ は連行係数, $\phi = R_e R_i^{-1}$ である.

h'/L , δ'_*/L , h'/h_1 の値を式(9)に代入すれば抵抗係数を表わす式は次のようになる.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\kappa} [\ln \phi f_i'^2] - \left(1 - \frac{U_i}{\bar{U}} \right) f_i'^{-1/2} - \frac{1}{\kappa} \ln E \\ - \beta R_{e\delta'_*} E (\phi f_i'^2)^{-1} - \left(1 + \frac{\beta J}{2} \right) \frac{J}{\kappa^2} (E R_i)^{-1} f_i'^{3/2} \\ = - \left(R_{e\delta'_*} + \frac{\beta J}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{J}{\kappa R_{e\delta'_*}} \right) \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

ここに, $f_i = f_i'/2$ である.

h'/h_1 , $\delta'_*/L \ll 1$ の場合には上式の左辺の最後の2項を無視でき, 上式の近似式として次のより簡単な式が成立する.

$$\frac{1}{\kappa} [\ln \phi f_i'^2] - \left(1 - \frac{U_i}{\bar{U}} \right) f_i'^{-1/2} - \frac{1}{\kappa} \ln E = -D \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここに,

$$D = R_{e\delta'_*} + \frac{\beta J}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{J}{\kappa R_{e\delta'_*}} = \text{定数} \quad \dots\dots\dots (17)$$

さらに, 上式の左辺における最後の2項の和が無視しうる場合には

$$f_i' = (2e^{-\kappa D/2}) \phi^{-0.5}$$

あるいは

$$f_i' \propto \phi^{-0.5} \quad \dots\dots\dots (18)$$

上式から従来の $f_i' \propto \phi^{-0.5}$ を含む理論式形が得られた. また, 上式は E や $U_i/\bar{U}$ がさらに $f_i' \sim \psi$ 関係に

対するパラメータであることを示している. $U_i/\bar{U}$ の値を理論的に定めるために下層の流速分布を考慮することが必要になってくる. しかし, これは今後の課題にしたい. ここには $U_i/\bar{U}$ をパラメータとして計算を行う.

式(15)あるいはその近似式(16)から, f_i' を具体的に求めるには, universal constants κ , $R_{e\delta'_*}$, β , J の値が必要である. これには, 他の種々の流れについて知られている値を用いる. すなわち, $\kappa=0.4$, $R_{e\delta'_*}=10$, (著者らの流速分布の実験で得られた) $\beta=1.0$, $J=3$. また, 著者ら²⁾および Keulegan⁴⁾, 椿ら⁵⁾の実験の結果より $U_i/\bar{U}=0.3 \sim 0.6$ の範囲に選ぶ. 連行係数は, 式(12)に対応し, 次式を用いる.

$$E = 6.25 \times 10^{-3} \cdot R_i^{-1} \quad \dots\dots\dots (19)$$

式(15)あるいは式(16)からわかるように抵抗係数 f_i' は岩崎 ϕ 以外に Richardson 数の関数である. 従って, Richardson 数をパラメーターとして $f_i' \sim R_e$ 関係を計算する方が一般的である. しかし, ここでは計算結果は $f_i' = f(\phi, R_i)$ の形で図-1に示されている. 計算の結果より式(15)の解 f_i' は ϕ の小さい範囲においては存在しないことがわかった. このことは式(15)は上層の流れが乱流状態になっているとして導かれたことによっている. また式(15)の左辺の第4項および第5項(それぞれ δ'/L , h'/h_1 を表わす項)は解 f_i' の存在する ϕ の範囲の下限の近傍を除いて小さいことが認められた. つまり近似式(16)は ϕ の上記の範囲において成立する.

ここでは $U_i/\bar{U}$ の値は理論的に決めることはできなかった. しかし, 抵抗係数 f_i' の理論値は従来の実測および実験の結果をよく説明している.

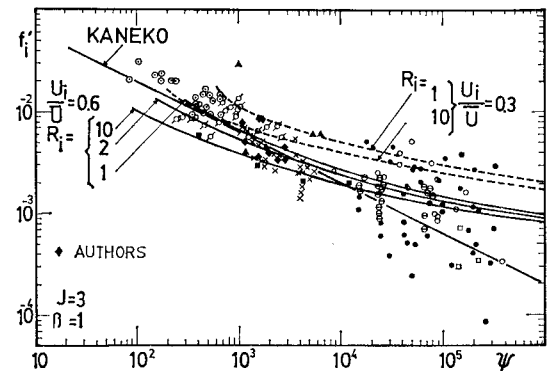


図-1 抵抗係数の実験値, 実測値と計算値との比較

3. 実験装置および方法

a) 実験装置

実験装置についての詳細な説明は前報²⁾を参照されたい.

b) 実験条件

実験条件は表-1にまとめて示した。表の $\bar{U}$, h_1 はそれぞれ上層の平均流速, 水深, ϵ は上, 下層の相対密度である。また, Froude 数および Reynolds 数は上層の流速や水深に対して定義されたものである。

表-1 実験条件

ϵ	$\bar{U}$ (cm/s)	h_1 (cm)	H (cm)	Re	Ri
0.014	6.41	6.00	14.45	3864	2.00

c) 二重露光水素気泡法

流速測定は水素気泡法を用いた。しかし, 平均流速のみならず瞬時々の流速場の空間的分布をも測定するため, 著者らは水素気泡の二重露光法を工夫した。すなわち, カメラのシャッターが開いている約 1/15(s) の間に照明光源に用いた stroboscope を 2~3 回発生させ, 1 枚のフィルム上に 0.04(s) の間隔で次々に発生させた多数の水素気泡のタイム・ラインのそれぞれの一本について 2~3 回記録する方法である。この方法および界面波の可視化法についての詳細な説明は文献 (3) を参照されたい。

4. 界面波

界面波についての研究は多くあるが, それらはあまりにも良く制御された実験室内の状態であるため, 反って現実の状態とは無関係なものを調べているのではないかと考えられる。ちょうど, 良く整流された風洞での Tollmien-Schlichting 波は乱流そのものではないように。とはいっても, ここでは一応良く制御された状態での界面波について調べ, 実験上新しく見出した結果を中心に述べる。界面波に 2 種類が存在することはよく知

られている。波速が速い波 (wave I) と遅い波 (wave II) である。染料により可視化された界面の連続写真に基づいて 図-2 (a) が示すように上記の 2 種類の個々の界面波の波長と波速を求めた。界面波の波長の分布の一例は 図-2 (b), (c), (d) に示す。図-3 は wave I と wave II の波速と波長の関係を示す。同図に示す点線は浜田⁶⁾の理論より計算した波速を表わす。理論値は実測の結果をよく説明しており, 安藤⁷⁾も同じ結果を報告している。

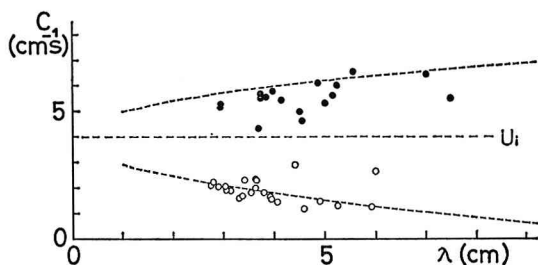


図-3 個々の界面波の波長と波速の関係

ところで, 界面波は常に同じ状態にはない。すなわち, 同一条件のもとでも, 界面波が存在しないと見做せるほど波高の非常に小さい状態を示す期間と波高のかかなり高い状態を示す期間が交互に発生する⁸⁾。また, 同様に wave I だけが卓越している期間と wave II だけが卓越している期間がある。

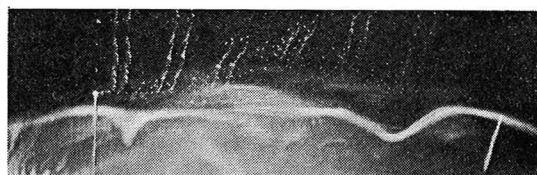


写真-1

ほぼ同一の全域 Richardson 数と Reynolds 数のもとでも密度の微細な分布の差異によって界面波は異なる。すなわち, sharp な密度分布 (流速と密度の遷移層の厚さの比 $R = l_u/l_\rho > 1$) の場合には wave I と wave II が見られる (図-4 (a), 写真-1)。しかし, 遷移層の厚い密度の分布 (R はほぼ 1.0 に近く, 文献 (2) の厚い中間密度層) の場合には wave II だけが現われ, wave I が見られない (写真-2)。また遷移層が後者より少し薄い場合にはほぼ規則的な界面波が見られる (図-4 (b), 写真-3)。

5. 界面における流速場の微細構造

a) 乱れの鉛直分布

著者らが工夫した二重露光水素気泡法は瞬

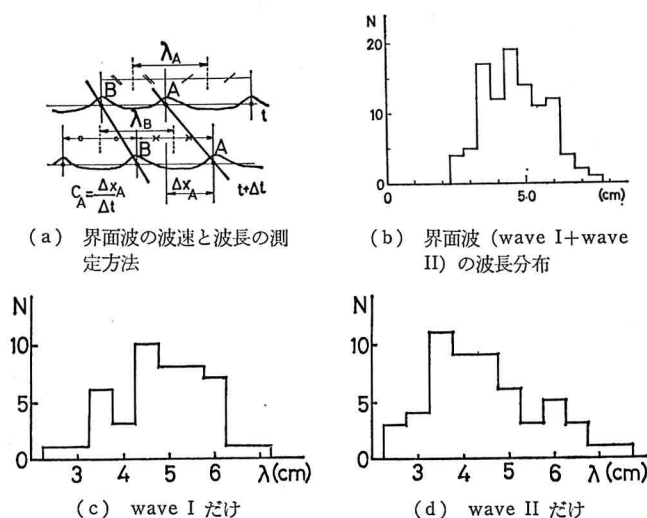


図-2

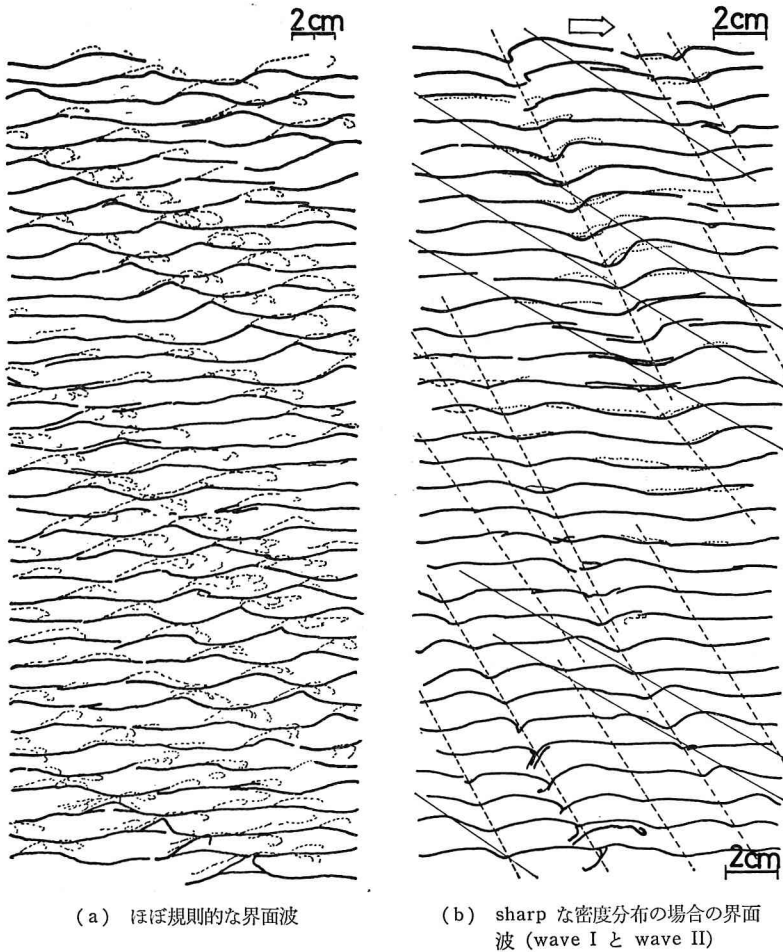


図-4

して、著者らの実験では乱れの最大値は密度勾配が最大になる高さではなく、それより上の淡水層の底（目視界面）で起きている。密度勾配が大きくなるにつれて局所的な Richardson 数は大きくなるから、そこでは乱れ強度は逆に小さくなると著者らは考える。

b) wave I と wave II 上の流速分布の差異

二重露光水素気泡法では、hot film あるいはレーザー流速計の場合とは異り、界面波の進む方向に数本の陰電極を張り、一つの界面波上の流速場の全体を測定することができる。図-6 (a), (b) に wave I と wave II 上の各位相における（それぞれ4波、10波）水平方向の平均流速分布を示す。同図に同一の波の全位相の平均流速分布を点線で示す。この図より wave I の峰の近傍における流速はその谷の近傍における流速より遅いのに対して wave II の



写真-2

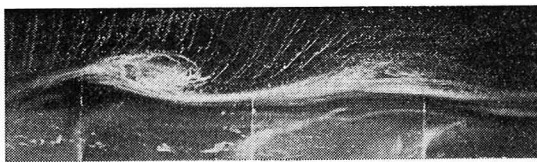


写真-3 密度分布の遷移層の厚い淡塩層流の界面波 (wave II だけ)

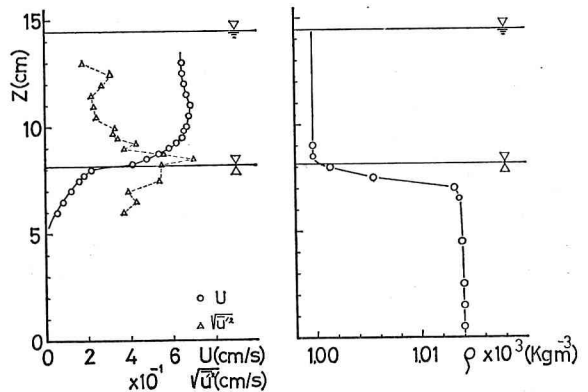


図-5 平均流速・乱れと密度の分布の一例

時々々の流速場の測定に有効である⁸⁾。図-5 はこの方法による水平方向の平均流速分布とその乱れの鉛直分布の一例である。本研究で得られた乱れの値は、椿ら⁵⁾が hot film により測定した（ほぼ同じ実験条件のもとで）乱れの値と同じ程度である。しかし、後者らの実験では密度勾配が最大になる高さで乱れが最大値をとるのに対

峰における流速はその谷の近傍における流速より速い。この結果は次のように理論的説明できる。静止している二層流中を進行する界面波による界面より上層の水平方向の流速の向きはその谷で進行方向と同じ、峰でそれと反対である⁸⁾。その結果として、上層の流速は流れ方向に進む wave I の峰の近傍で遅くなり、その谷で速くな

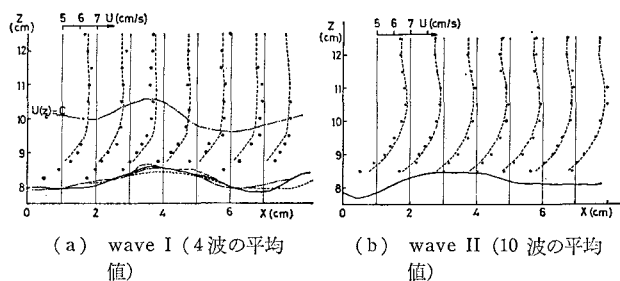
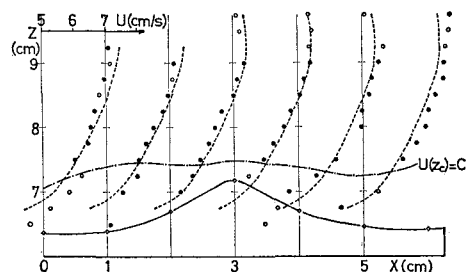


図-6 界面波の近傍の水平方向の流速分布の一例


 図-7 臨界層 ($U(z_c)=c$) の位置

る。一方、上層の流速はもともと流れと反対向きに進む wave II の峰で速く、その谷で遅くなる。

さらに波形勾配があまり大きくない wave I に対しては、波速が平均流の流速に等しくなる高さは平均流の流速分布がほぼ一定になる層に入っている (図-6 (a))。一方、波形勾配がより大きい wave I に対しては上記の高さは $\partial U / \partial z \neq 0$ の層に入っている (図-7)。この結果より風波と同様に淡塩二層流の界面波の場合にも臨界層の位置は界面波の発達に対して重要であると考えられる。

c) 流速分布則—log および折れた log—

前節に述べたように同一条件のもとでも界面波がほとんど存在していない期間がある。図-8 は界面波がほとんど存在していない期間と存在している期間における同一の場所での流速分布を比較したものである。図には、前者はほぼ単純 log law に従うに対して、後者は折れた log law に従うことがわかる。さらに前者の乱れ強度は後者のそのものの約 $1/2$ しかないと認められた³⁾。

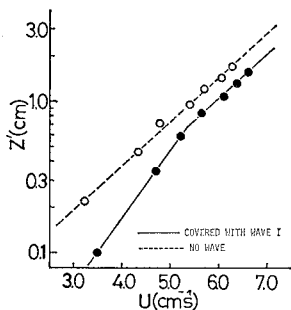


図-8 界面波が存在している期間とほとんど存在していない期間における流速分布の比較

d) 乱れの空間分布

著者ら³⁾は先に界面波上の乱れが bursting 的構造をもつことを指摘した。ここでは、さらにデータを追加する。

図-9 (a), (b) はそれぞれ wave I と wave II の近傍における瞬間的な乱れ (同じ高さでの平均流速からの変動分 (cm/s)) の contour lines である。図には渦構造が見られる。波高が大ききほど流速変動強度は大きくなるという傾向が認められる。

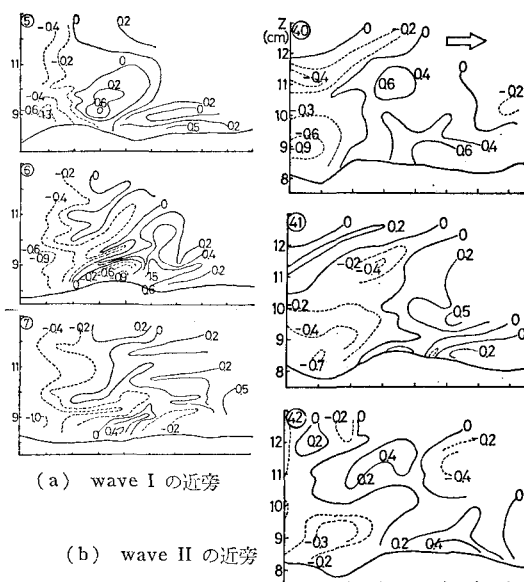


図-9 瞬間乱れの contourlines

参考文献

- 1) 日野幹雄: 第23回水理講演会論文集, pp. 347~353, 1979.
- 2) 日野幹雄, ゲン・ソン・フン, 中村健一, 東江隆夫: 第27回海岸工学講演会論文集, pp. 414~418, 1980.
- 3) 日野幹雄, ゲン・ソン・フン, 中村健一: 流れの可視化, Vol. 1, No. 2, pp. 139~142, 1981.
- 4) Keulegan, G. H.: Estuary and Coastline Hydrodynamics, A. T. Ippen ed., McGraw-Hill, pp. 546~574, 1966.
- 5) 椿 東一郎, 小松利光, 下田五郎: 第25回水理講演会論文集, pp. 311~319, 1981.
- 6) 浜田徳一, 加藤 始: 二層流と波, 第9回海岸工学講演会論文集, pp. 61~63, 1962.
- 7) Andow, T., K. Hamawa and Y. Toba: Experimental study on internal waves in a stratified shear flow (submitted to J. Oceanogr. Soc. Japan, 1980).
- 8) Turner, J. S.: Buoyancy effects in fluids, Cambridge University Press, pp. 17, 1973.
- 9) Hino, M., Nguyen, S. H., Nakamusa, K.: Proc. of Second International Symposium on Stratified flows, Norway, Vol. 2, pp. 763~782, 1980.