

る鉛直連行量, ④ 運動量増加の割合, ⑤ 浮力により作用する圧力勾配, ⑥ 移流熱量増加の割合, ⑦ 大気中への放熱による熱量損失. ただし, u_0 は温噴流軸上表面流速, ΔT_0 は同軸上上昇水温, b は温噴流の拡がり幅, h は温噴流の躍層厚, I_1, I_2 等は積分定数, β は水の体積膨張率, C は定数, R_{ic} は軸上 Richardson 数, K は大気中への放熱係数, α_z は鉛直連行係数, α_y は水平連行係数である.

(6) 上式の解析を進めモデル計算を行なうとモデルの与える解は S-H モデルおよび Prych のモデルと同様に非常に大きな拡がり幅を与える. この点に修正を加える事は y 方向の運動方程式に考察を加える事である. その為に同式を解りやすい形で次式のように書き直す.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left(\frac{db}{dx} \right) \\ = \frac{1}{I_2 I_3 b h u_0^2} \left[\left(\frac{I_2 I_{11}}{I_1} \alpha_y - I_2 I_3 \frac{db}{dx} \right) \frac{d}{dx} (b h u_0^2) \right. \\ \left. - I_2 \alpha_z^2 h u_0^2 + I_7 h u_0^2 R_{ic} \right] \end{aligned} \quad (2.6)$$

上式より密度噴流の拡がりに寄与する要素は3つに分離しうる事が解る. 右辺第一項は密度流効果による沖合からの圧力に伴う拡がりを示し, 第二項は水平連行による拡がり幅の抑制, 第三項は密度差に伴う水面上昇による拡がりを示している. 上記したようにこのまま計算を行なうと非常に大きな拡がり幅となる. (2.6) 式で示されるように拡がり幅の増大は右辺の第一項および第三項に基づくが, ここでは特に後者について考察を加える. 半無限水域に放出された噴流は連行を伴うが, その方向は壁面の影響を受ける事によって噴流軸に対して直角とはならず, 放出口に対して斜め前方から入射する. この事は密度噴流の特長である水平方向への拡がりと相まって放出口近傍における大スケールの渦を形成する. この事によって温水はみずからによって形成された躍層中を流動してゆく事になると考えられる. その結果として温度上昇の水平方向分布は 図-2 に示されるようになり温度について仮定した相似な分布形とは異なるようにな

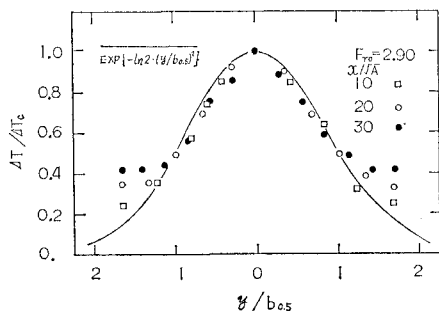


図-2 温度上昇の水平方向分布

る. この事は水面上昇による拡がりの項を小さく補正する必要がある事を示している. さらにいま1つの問題点は水平方向流速 v の分布形にある. 本モデルにおいては v の鉛直方向分布を $v = v_s f(\zeta_z)$ —— v_s は水面拡がり速度 —— としているが, この仮定は鉛直連行現象の弱い領域ではほぼ正しくとも, 連行現象の強い領域ではその分布形の妥当性に問題がある. Stefan-早川の実験結果によれば, 下層に上層の密度流としての拡がりに対する強い逆流がみられる. この逆流は拡がりを抑制する様に働くがモデルの中に組み込むにはこの流れについての詳細な検討に待たねばならない. 従って本論文では上記のような2つの問題点を (2.6) 式の右辺第三項を補正する形で処理する事とし, 補正係数 α_0 を導入し, 同項を $\alpha_0 I_7 b u_0^2 R_{ic}$ とおく.

(7) (2.2)~(2.5) 式を $u_0, \Delta T_0, b, h$ について項別微分しそれぞれの変数の一階微分について解くと次式を得る.

$$\frac{du_0}{dx} = -\frac{1}{2} \frac{u_0}{h} \left(2Y_0 + \frac{R_{ic}}{R_{ic} - R_{icr}} Y_1 \right) \quad \dots (2.7)$$

$$\frac{d\Delta T_0}{dx} = -\frac{\Delta T_0}{h} \left(Y_0 + \frac{I_5}{I_6^2} \frac{K}{u_0} \right) \quad \dots (2.8)$$

$$\frac{db}{dx} = q \quad \dots (2.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dx} = -\frac{1}{2} \left(\frac{h}{b} q - Y_0 - \frac{I_5}{I_6^2} \frac{K}{u_0} \right) \\ + \frac{1}{2} \frac{R_{icr}}{R_{ic} - R_{icr}} Y_1 \quad \dots (2.10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dx} = \frac{1}{I_2 I_3 b h u_0^2} \left(\frac{I_2 I_{11}}{I_1} \alpha_y - I_2 I_3 q \right) \\ \times \left\{ h u_0^2 q - \frac{1}{2} b u_0^2 (Y_1 + 6Y_0) \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \frac{R_{icr}}{R_{ic} - R_{icr}} b u_0^2 Y_1 \right\} \\ - I_2 \alpha_z^2 h u_0^2 + I_7 h u_0^2 R_{ic} \quad \dots (2.11) \end{aligned}$$

ここに

$$\begin{aligned} Y_0 &= \frac{\alpha_z}{I_1} \frac{P_1}{\sqrt{P_2}}, & Y_1 &= \frac{h}{b} q - 3Y_0 + \frac{I_5}{I_6^2} \frac{K}{u_0}, \\ P_1 &= e^{-CR_{ic}}, & P_2 &= \frac{3}{2} CR_{ic} + 1. \end{aligned}$$

ただし R_{icr} : Critical Richardson 数, ① 連行による流量増加に基づく温度低下, ② 放熱による温度低下.

上記の方程式群を初期条件を付加して Runge-Kutta-Gill の方法で数値積分する事により解を得てゆく事ができる.

3. Stolzenbach-Harleman のモデル¹⁾

使用した座標系は 図-3 の通りである. S-H モデルにおける特長を以下に列記してゆく.

(1) 最初の基本式は著者等のものと同様であるが,

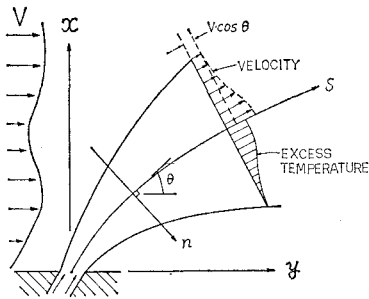


図-3 S-H モデル, Prych モデル, Shirazi モデルの座標系

S-H モデルにおいては cross flow を考慮しているので、軸の曲りに関する項が含まれている。

(2) 流速・温度についての相似性の仮定に関しては、図-4 に示す様に噴流の cross section を4つの領域に分割し、その中の分布をそれぞれ次のようにおいた。

領域 1: $u=u_c+V \cos \theta$, $\Delta T=\Delta T_c$; 領域 2: $u=u_c M(\zeta_n)+V \cos \theta$, $\Delta T=\Delta T_c N(\zeta_n)$; 領域 3: $u=u_c M(\zeta_n)+V \cos \theta$, $\Delta T=\Delta T_c N(\zeta_n)$; 領域 4: $u=u_c M(\zeta_n)M(\zeta_s)+V \cos \theta$, $\Delta T=\Delta T_c N(\zeta_n)N(\zeta_s)$ 。

分布形状は次式で与えられる。

$$M(\zeta)=(1-\zeta^{3/2})^2, \quad N(\zeta)=1-\zeta^{3/2} \quad \dots\dots(3.1)$$

ここに $\zeta_n=(|y|-s)/b_l$, $\zeta_s=(z-r)/h_l$ 。 b_l は S-H モデルにおける定義による噴流外縁までの拡がり幅, h_l は同様な躍層厚。また cross flow がある場合の u, v はそれぞれ s, n 方向の流速の成分。

(3) 水平方向流速 v の分布は non-buoyant jet の場合噴流内流速が 0 となる事を考慮して次式のように表わした。次式の $(db/ds)_{nb}$ は non-buoyant jet の場合の拡がり率であり 0.22 と与えられた。また噴流外流速は 0 と与えられた。

$$v=\left[\left(\frac{db_l}{ds}\right)-\left(\frac{db_l}{ds}\right)_{nb}\right]\zeta_y^{1/2} \times [u_c(1-\zeta_s^{3/2})^2(1-\zeta_n^{3/2})+V \cos \theta] \quad \dots\dots\text{噴流内}\dots\dots(3.2)$$

(4) 鉛直および水平方向の連行速度は Ellison-Turner の 2 次元の場合の実験結果を準用する事で与えている。

(5) 境界条件のもとに流速・温度に関する相似性の仮定を使用して基本式群を積分するとそれぞれの領域について4つの積分された方程式を得る。三次元密度噴流が

確立領域に入ると jet の cross section 全体が領域 4 となる。そのような領域に入ってから積分された基本式はそれぞれ次のようになる。

$$\frac{d}{ds}[h_l b_l(u_c I_2^2+V \cos \theta)]-\alpha_z u_c b_l I_1 +\alpha_y u_c h_l I_1=0 \quad \dots\dots(3.3)$$

$$\frac{d}{ds}[h_l b_l(u_c^2 I_2^2+2 u_c I_1^2 V \cos \theta+V^2 \cos^2 \theta)] -u_c I_1(\alpha_z b-\alpha_y h) V \cos \theta +\beta g I_3 I_4 \frac{d}{dx}(\Delta T_c h_l^2 b_l)=0 \quad \dots\dots(3.4)$$

$$\frac{d}{ds}\left[\left(\frac{db_l}{ds}\right)-\left(\frac{db_l}{ds}\right)_{nb}\right] \times(u_c^2 b_l h_l I_2 I_6+2 u_c b_l h_l I_1 V \cos \theta+V^2 b_l h_l \cos^2 \theta) -\beta g \Delta T_c h_l^2 I_4=0 \quad \dots\dots(3.5)$$

$$\frac{d}{ds}[u_c \Delta T_c b_l h_l I_2^2+V \cos \theta \cdot \Delta T_c b_l h_l I_3] +K \Delta T_c b_l I_3=0 \quad \dots\dots(3.6)$$

$$[u_c^2 b_l h_l I_2^2+2 u_c b_l h_l I_1^2 V \cos \theta+b_l h_l V^2 \cos^2 \theta] \cdot d \theta / d s -u_c V \sin \theta \cdot(-\alpha_z b I_1+\alpha_y h I_1)=0 \quad \dots\dots(3.7)$$

$$d x / d s=\sin \theta \quad \dots\dots(3.8)$$

$$d y / d s=\cos \theta \quad \dots\dots(3.9)$$

上記方程式群を項別微分すれば連立一階の常微分方程式群が得られる。それぞれの一階微分について数値的に解かれた後、連立させて数値積分し、解が求められた。

4. Prych のモデル²⁾

Prych は流下方向単位長さ当りの体積に関する流量増加の割合, 移流熱量の減少割合, 運動量の変化割合, 水平方向の拡がり率を物理的な考察により基本式を立てて解いた(図-3)。Prych のモデルの特長を以下に列記してゆく。

(1) 上昇温度・軸方向速度については著者等のモデルとほぼ同様な相似性の仮定を使用した。

(2) 流量の増加を水平連行による増加と鉛直連行による増加に分離した。さらにそれぞれの連行を噴流自身によって作り出される乱れによる連行と場の乱れによる連行を別々に評価し重ね合わせた。また鉛直連行を表現する式の中に密度噴の作る成層状態を考慮している。なお jet の作る乱れによる連行量の評価は Ellison-Turner の

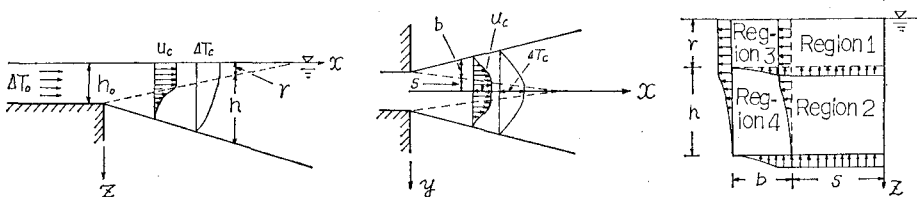


図-4 断面内の領域分割

式を準用して行なっている。

(3) x, y 方向の運動方程式を評価する為に密度噴流底面に掛かる剪断力 S_{Fx}, S_{Fy} を Schlichting の与える壁面抵抗を表わす式を準用して定めた。

(4) 拡がり幅の軸方向の変化率 db/ds を次式のようにおいた。

$$\frac{db}{ds} = \left(\frac{db}{ds} \right)_{nb} + \left(\frac{db}{ds} \right)_b \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

$(db/ds)_{nb}$ は周囲水との混合による拡がりを表わし、 $(db/ds)_b$ は水平方向の密度差に基づく拡がりを表わす。 $(db/ds)_{nb}$ の算出は x および y 方向の運動方程式に b と h の s 方向への変化率の比に対する仮定を加え導出された。また $(db/ds)_b$ は density front の拡がり速度を

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{-\pi(F_D - S_{Fy} \cdot \cos \theta + S_{Fx} \cdot \sin \theta + V dQ/ds \cdot \sin \theta)}{(Q^2/bh + \pi^{3/2}/2 \cdot g' \Delta T_c h b)} \quad \dots\dots\dots (4.5)$$

$$\frac{db}{ds} = \frac{\{\pi(S_{Fx} \cdot \sin \theta + S_{Fy} \cdot \cos \theta) + (\pi V \cos \theta - 2Q/bh) \cdot dQ/ds - \pi^{3/2}/2 \cdot g' h^2 b \cdot d\Delta T_c/ds\}}{\pi^{3/2} g' h^2 \Delta T_c \left\{ (dQ/ds)_v / (dQ/ds)_h + \frac{1}{2} \right\} - Q^2/bh \{ (dQ/ds)_v / (dQ/ds)_h + 1 \}} + \frac{C}{\sqrt{2} \sqrt{U_m^2 - C^2}} \quad \dots\dots\dots (4.6)$$

$$\frac{dh}{ds} = \{\pi(S_{Fx} \cdot \sin \theta + S_{Fy} \cdot \cos \theta) + (\pi V \cos \theta - 2Q/bh) \cdot dQ/ds - \pi^{3/2}/2 \cdot g' \cdot d\Delta T_c/ds + (Q^2/bh - \pi^{3/2}/2 \cdot g' h^2 \Delta T_c) \cdot db/ds\} / (\pi^{3/2} g' \Delta T_c h b - Q^2/bh) \quad \dots\dots\dots (4.7)$$

$$\frac{dx}{ds} = \sin \theta \quad \dots\dots\dots (4.8)$$

$$\frac{dy}{ds} = \cos \theta \quad \dots\dots\dots (4.9)$$

$$U = 2(Q^2/\pi b h - V \cos \theta) \quad \dots\dots\dots (4.10)$$

ここに $g' = \Delta \rho / \rho \cdot g$, Q は密度噴流の流量, F_D は cross flow による形状抗力係数, $(dQ/ds)_v$ は鉛直連行に基づく流量の増加率, $(dQ/ds)_h$ は水平連行に基づく流量の増加率。

(4.3) から (4.9) 式を数値積分してゆく事によって解を決めてゆく事ができる。

5. Shirazi のモデル²⁾

Shirazi は Prych のモデルを実験データおよび実測データと良く一致するように改良した。その主な改良点は拡がり幅の変化率についてである。Shirazi は Prych と同様に拡がりの変化率を与える項 db/ds を (4.1) 式のようにおいた。(4.6) 式の第一項で $(db/ds)_{nb}$ の値を Prych は与えたが、Shirazi はこの項の中の浮力による影響を与える部分を除いたものを $(db/ds)_{nb}$ の値とし、jet の周囲水との混合による拡がりを与えるものとした。さらに浮力に関する拡がりを与える項 $(db/ds)_b$ に対する考察を付加した。Shirazi は密度噴流の任意の断面における縦横比もまた拡がり速度に関係するとして (4.6) 式第二項をおきかえた。そのような考察によって得られた db/ds の最終的な値は次の通りである。

そのまま使用して近似する事として次式のようにおいた。

$$\left(\frac{d(\sqrt{2}b)}{ds} \right)_b = \frac{C}{\sqrt{U_m^2 - C^2}}, \quad C = C_1 \sqrt{\frac{d\rho}{\rho} g d} \quad \dots\dots\dots (4.2)$$

C は density front の速度, U_m は jet の s 軸方向の平均流速, C_1 は無次元定数で ≈ 1.0 , d は jet の平均深さ。

(5) 上記のような考察の結果、最終的に次式に示す様な一階の常微分方程式群を得た。

$$\frac{dQ}{ds} = \left(\frac{dQ}{ds} \right)_v + \left(\frac{dQ}{ds} \right)_h \quad \dots\dots\dots (4.3)$$

$$\frac{d\Delta T_c}{ds} = -\frac{\Delta T_c}{Q} \left(2\sqrt{\pi} K b + \frac{dQ}{ds} \right) \quad \dots\dots\dots (4.4)$$

$$\frac{db}{ds} = \frac{S_{Fx} \cdot \sin \theta + S_{Fy} \cdot \cos \theta + (V \cos \theta - 2Q/bh\pi) \cdot dQ/ds - (Q^2/\pi b h) [(dQ/ds)_v / (dQ/ds)_h + 1]}{(B/H \cdot F_r^2 - 1)^2} \quad \dots\dots\dots (5.1)$$

残りの変数の一階微分を与える式は Prych と同様であり、数値積分によってそれぞれの変数の値を求めてゆくことができる。(5.1) 式中の F_r は認意の断面の Froude 数。Case 2, Case 3 は放出・環境条件はほぼ同じであるが、Case 3 の方が Case 2 より、より far field までデータがとられている。

6. 各種モデルの比較

各種モデルと実験データおよび実測データを比較する為にとり出した例は表-1 に示される3例である。いずれの場合も cross flow がなく水表面がおだやかな場合である。

表-1 実験・実測

	F_{ro}	H/B	K (cm/sec)	Re_o	
Case 1	2.38	1	5.4×10^{-4}	5.9×10^3	Experiment
Case 2	2.53	0.392	1.2×10^{-4}	2.3×10^6	Field Data
Case 3	2.37	0.392	1.2×10^{-4}	2.3×10^6	Field Data

F_{ro} : 放出 Froud 数, Re_o : 放出 Reynolds 数

図-5 は Case 1 における軸上温度分布に関する実験結果と各種モデルとの比較である。同図より著者のモデル以外は軸上上昇温度を低く評価している事が解る。

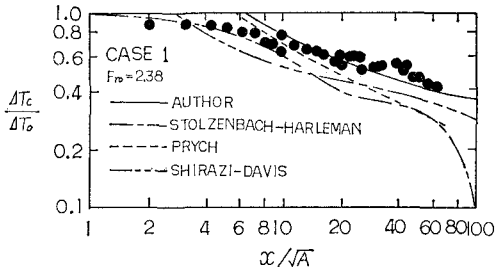


図-5 各種モデルと実験結果との比較

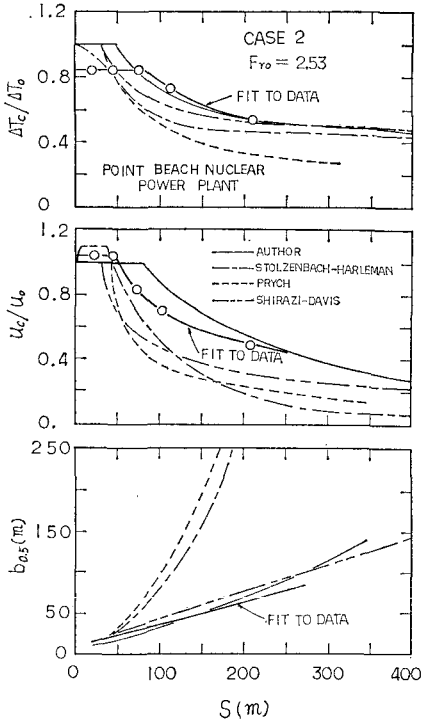


図-6 各種モデルと実験結果との比較

S-H モデルにおいて放熱領域と見做せる部分の温度低下が大きいのは同モデルの解の拡がり幅が非常に大きい事に対応している。図-6 は Case 2 における軸上表面上昇温度、同軸上流速・温度の半幅の軸方向変化に関する実験結果と各種モデルとの比較である。同図より上昇温度・流速共に著者のモデル以外は小さい結果となる。温度の半幅に関する比較では S-H モデル、Prych モデルは過大評価であるが、著者のモデルおよび Shirazi のモデルでは妥当な結果となっている。図-7 は Case 3 における実験データとの同様な比較であるが、Case 2 より far field までの比較となっていると共に、拡がり面積に関する比較を行なっている。以上の比較より S-H

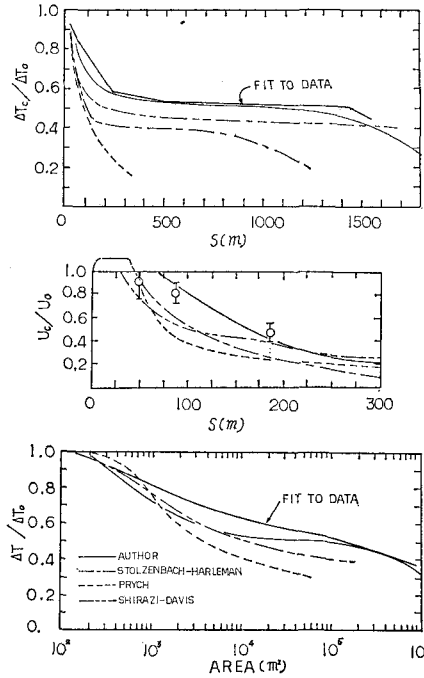


図-7 各種モデルと実験結果との比較

モデルおよび Prych のモデルでは拡がり幅を非常に大きく評価すると共に軸上流速・軸上温度に関しては低い値となる。一方 Shirazi のモデルは拡がり幅は妥当なものとなったが流速・温度については S-H モデル、Prych モデルと同様である。著者のモデルは全体的にほぼ妥当な評価をしていると考える。なお著者のモデルではすべて α_0 を 0.02 として計算した。また以上の表及び図中において B は放出口幅、 H は放出口水深、 u_0 は放出流速、 ΔT_0 は放出上昇温度、 $b_{0.5}$ は軸上温度の半分になるまでの拡がり幅である。

最後に本研究は中央大学・林泰造教授の指導によって始められたものでありまた参考文献について紹介を受けた事を記し感謝の意を表わします。

参考文献

- 1) Stolzenbach, K. D. and D. R. F. Harleman: MIT Ralph M. Parsons Lab. Rep. No. 135, 1971.
- 2) Prych, E. A.: Swedish Meteorological and Hydrological Institute, Series Hydroli, Nr. 21, 1972.
- 3) Shirazi, M. A. and L. R. Davis: U.S. Environmental Protection Agency, Rep. No. EPA-R2-72-0056, 1974.
- 4) 林 泰造・有田正光: 第 19 回水講, pp. 173~182, 1975.
- 5) 林 泰造・有田正光: 第 22 回水講, pp. 185~189, 1975.
- 6) 林 泰造・有田正光: 第 20 回水講, pp. 161~172, 1976.