

閉塞水域における表層水平環流に関する実験的研究

大西 外明**・相谷 秀紀**・北島 陽一***

1. 緒 言

湖等のような閉塞水域における流れを発生させる原因として、セイシュ、地球の自転、水温差、風等の多くのものが挙げられるが、我国の湖や貯水池のように比較的小規模な水域では、風の影響は特に重要であると考えられる。この問題に関連して著者ら¹⁾は先に、単純な形状をもった均等質な水の湖の流動について解析的な検討を行ない、湖の形状、水深、風速、吹送時間等と湖水の流動特性との関連を明らかにすることを試みたが、その理論解析結果の妥当性について実験等により詳細に検討するに至らなかった。また、理論解析に際しては、解析モデルとして単純な楕円形水域を考え、かつ、非粘性流体の仮定を導入したために、琵琶湖等の実際の水域で観察される局所的環流の形成機構を明確に説明しえなかった。そこで本報告では、模型実験によって前報の解析結果を検証することを試みる。また、前報では1979年10月23日における琵琶湖北湖の表層水平環流を航空写真によって観察した結果を報告したが、本論文では同日における北湖の水面水温分布を人工衛星ノアのデータから求めた結果を示し、実験結果および前報の航空写真による結果等と対比しながらその流動特性につき検討を行う。

2. 閉塞水域における表層水平環流特性についての解析的検討

解析の詳細についてはすでに前報で記したので、ここではその概要を述べる。まず図-1に示すように、一様

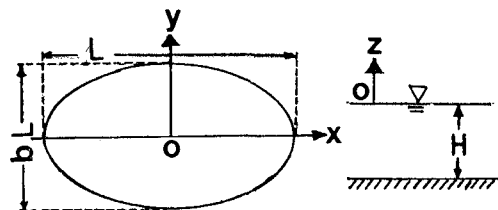


図-1 解析モデル

水深 H の楕円形水域を仮定する。静水面上に xy 平面をえらび、 x 軸を長さ L の長軸方向にとり、また y 軸方向の湖長を bL ($b < 1$) とする。理論解析上の仮定条件として、(i) 湖水は均等質、非圧縮性である、(ii) 地球の曲率の影響は無視でき、またコリオリー力是一定である、(iii) 湖水内の圧力は静水圧分布をなしていること、(iv) 移流加速度はコリオリー加速度に比べて小さいことを仮定すると、流れの運動方程式と連続の式は次のようになる。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + f \mathbf{k} \times \mathbf{u} = \frac{\nabla_H p}{\rho} + \nu \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$0 = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\nabla_H \cdot \mathbf{u} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $\mathbf{u}$ は流れの水平方向速度、 w は鉛直方向速度、 p は圧力、 ρ と ν はそれぞれ水の密度および動粘性係数、 f はコリオリーのパラメーター、 $\mathbf{k}$ は z 方向の単位ベクトル、 $\mathbf{g}$ は重力の加速度、 $\nabla_H = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y}$ ——ただし、 $\mathbf{i}$ と $\mathbf{j}$ はそれぞれ x 方向と y 方向の単位ベクトル——、 t は時間を表す。さらに、水面を滑らかな固体面と仮定すると、水面変動を $\zeta(x, y, t)$ と表わせば、固体面直下の圧力 $p(x, y, z, t)$ は $\rho g \zeta$ に等しく、したがって水中の任意点の圧力 $p(x, y, z, t)$ は

$$p(x, y, z, t) = \rho g (\zeta - z) \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。境界条件として (i) 水面では水平方向流速 $\mathbf{u}$ は風によるせん断応力により誘起されること、(ii) 水底では水の移動がないと、(iii) 湖岸を横断して質量輸送がないことを考慮すると、次式が成立つ。

$$\rho \nu \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} = \tau(x, y, t), \quad w = 0; \quad z = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\mathbf{u} = w = 0; \quad z = -H \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\left. \begin{aligned} n \cdot \int_{-H}^0 \mathbf{u}(x, y, z, t) dz &= 0; \\ x^2/(L/2)^2 + y^2/(bL/2)^2 &= \text{const.} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $\mathbf{n}$ は湖岸線に垂直な単位ベクトルである。式(1)～(7)を無次元化するために以下の変数変換を行なう。

* 正 会 員 工博 東京理科大学教授 理工学部土木工学科

** 正 会 員 (株)新日本技術コンサルタント

*** 生学会員 東京理科大学大学院土木工学科

$$\left. \begin{aligned} (x', y', z') &= \frac{1}{L}(x, y, z/\delta); \quad \delta = H/L, \\ t' &= t/t_f; \quad t_f = 2/f, \quad (q', w') = \frac{1}{U_0}(u, w/\delta); \\ U_0 &= (\tau_0/\rho)(2/f\nu)^{1/2}; \quad \tau_0 \text{ は水面での風のせん断応力, } p' = 2p/LU_0f, \quad \tau' = \tau/\tau_0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

その結果, 次の無次元式がえられる.

$$\frac{\partial q'}{\partial t'} + 2k \times q' = -\Gamma + E \frac{\partial^2 q'}{\partial z'^2} \quad (9)$$

$$\Gamma = \nabla_H' \bar{p}, \quad \bar{p}'(x', y', t') = p' + Mz' \quad (10)$$

$$\nabla_H' \cdot q' + \frac{\partial w'}{\partial z'} = 0 \quad (11)$$

$$E^{1/2} \frac{\partial q'}{\partial z'} = \tau', \quad w' = 0; \quad z' = 0 \quad (12)$$

$$q' = 0, \quad w' = 0; \quad z' = -1 \quad (13)$$

$$n \cdot Q' = 0; \quad x'^2 + \frac{y'^2}{b^2} = 1 \quad (14)$$

ここに,

$$E = 2\nu/fH^2 \quad (15)$$

$$M = 2gH/fU_0L \quad (16)$$

$$Q' = \int_{-1}^0 q'(x', y', z', t') dz' \quad (17)$$

また, 初期条件は次式で表わされる.

$$q'(x', y', z', t') = 0, \quad w(x', y', z', t') = 0; \quad t' \leq 0 \quad (18)$$

式(17)の Q' は水平方向の質量輸送であるが, 前報で示したように Q' のラプラス変換を $\bar{Q}'$ と表わすと(—はラプラス変換を表わす), $\bar{Q}'$ は質量輸送ポテンシャル $\bar{\phi}(x', y', s)$ —— s はラプラス変数——を用いて, 次式のように表わすることができる(ただし, 'を以後は省略する).

$$\bar{Q}' = -\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} + t \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y} \quad (19)$$

いま, y 方向の風の分布形として図-2のように $a(1-x^2)$ の二次曲線分布形を仮定すると, 基礎方程式(9)~(11)と式(18)から $\bar{\phi}$ は次の微分方程式で表わされる.

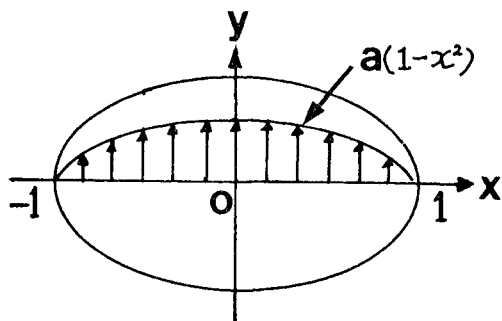


図-2 解析上の風分布形

$$\nabla_H' \bar{\phi} = \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial y'^2} = \frac{2aE^{1/2}}{s^2} x \quad (20)$$

境界条件式(12)~(14)をみたす式(20)の解は

$$\bar{\phi} = \frac{1}{s^2} \frac{aE^{1/2}}{3+b^2} \left(x^3 + \frac{y^2}{b^2} x - x \right) \quad (21)$$

となり, さらに上式を逆ラプラス変換すると

$$\phi = t \frac{aE^{1/2}}{3+b^2} \left(x^3 + \frac{y^2}{b^2} x - x \right) \quad (22)$$

流線は $\phi = \text{const.}$ の曲線に相当するから, a, E, t を与えたときの流線は次式となる.

$$x^3 + \frac{y^2}{b^2} x - x = \text{const.} \quad (23)$$

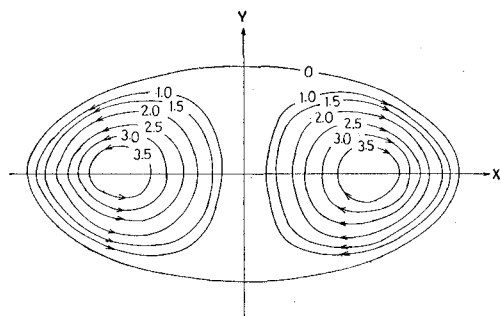


図-3 流線分布の解析結果例 ($b=0.5$ の場合)

図-3は $b=0.5$ の場合の例であり, y 軸方向の風が吹くと, y 軸に関して対称な一対の渦が生じる. 式(22)に式(8) ($t' = ft/2$)と式(15)の関係代入すると

$$\phi = \frac{aft}{2H} \cdot \frac{1}{(3+b^2)} \left(\frac{2\nu}{f} \right)^{1/2} \left(x^3 + \frac{y^2}{b^2} x - x \right) \quad (24)$$

となる. 上式より y 軸上での風成流の流速 v は

$$v = (-\partial \phi / \partial x)_{x=0} = \frac{aft}{2H(3+1/b^2)} \left(\frac{2\nu}{f} \right)^{1/2} \quad (24)$$

となる. すなわち, 風速が強かつ吹送時間が長いときほど, また, 水域の扁平度が大きくかつ水深が浅いときほど, 水域中央部の流速が大きくなる.

3. 水理模型実験

1) 実験装置と方法

上の解析結果を確かめる目的で水理模型実験を行なった. 実験用楕円形水槽の長軸長と短軸長はそれぞれ73cmと46mであり, それを風洞の直下においた. 風洞

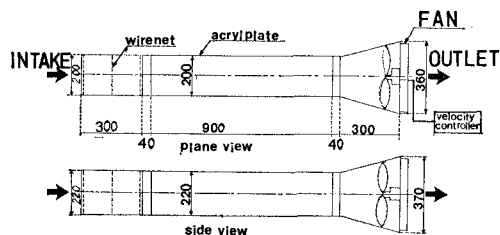


図-4 実験用風洞

は図-4に示すような幅 20 cm, 高さ 22 cm の長方形断面の透明アクリル板製であり, 90 cm の測定胴の両端にそれぞれ 30 cm の吸気胴と排気胴が取り付けられている。測定胴の上面と両側面はアクリル板で密閉されているが, 楕円水槽をまたぐ底面の部分は開放してある。多翼ファンにより風洞内に吸込まれた空気の流れは 3 mm メッシュの整流網を通ったのち測定胴に入り, その直下の水槽内で風成流が誘起されるようにした。測定胴内の空気の流速はファンの回転数を変化させることにより加減することとし, ファン回転数と風速との関係を予め求めておいた。実験は水深を 5 cm および 10 cm とし, それぞれの場合について, 短軸方向に種々の風を水面にあたえて, それによって生じる流れのパターンと流速を観測した。流れのパターンの観察は, 水面に浮べた微細な紙片群の移動軌道をオートドライブカメラによって撮影することにより行ない, また, 流速の測定には, 一定時間中における紙片群の移動距離を写真上で測る方法を用いた。

2) 実験結果と考察

(a) 水深と吹送時間の影響

写真-1 は風速 2.49 m/s の風の吹送開始後 10 秒, における水深 10 cm の場合の流れパターンを示す。同様の写真を一定の時間間隔で記録したが, これらの写真記録から求めた水深 10 cm と 5 cm の場合の水槽中央部での流速の平均値を, 吹送時間 3 秒, 5 秒, 10 秒, 13 秒, 15 秒について示すと表-1のとおりである。表-1 および写真-1 より, 表層水平環流の速度は, 風の吹送時間とともに増加し, また水深が浅いときほど大きくなっていることがわかる。このことは先にのべた理論解析結果と一致する。

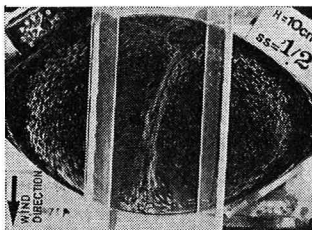


写真-1 模型水域における風成流の発達

表-1 模型楕円水域における風成流の表面流速

Time (s)	Depth (cm)	
	5	10
0	0	0
3	1.5	1.5
5	3.8	2.3
10	4.6	3.8
13	5.4	4.6
15	5.4	4.6

(b) 表層環流分布に及ぼす風向と地形特性の影響

写真-1 と図-3 を比較すると, y 軸方向の風が水面に吹く場合の環流パターンはほぼ良く一致していることがわかる。ただし, 実験では y 軸ぞいの風上水域には上記の渦対と反対方向の小規模な局所的渦対が発生している。その局所的渦対の発生原因としては, 模型における吹送の始点が水槽壁よりやや風下の所にあった等の模型特性などが挙げられる。なお風向が y 軸方向と一致しない場合には, 互に強さを異にする一対の環流が生じることが実験により確かめられている。さらにまた, 写真-2

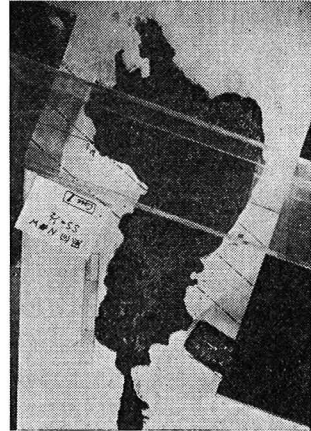


写真-2 琵琶湖の地形模型における環流分布

は琵琶湖の地形模型 (水平縮尺 1/50 000, 一様水深 28 cm) において舟木崎から彦根方向に向って風速約 30 cm/sec (模型値) の風を与えた場合の環流分布の一例であるが, 北湖の平面地形特性に起因した局所的環流が発生している。

4. 琵琶湖北湖における現地観測例

著者らは先に 1979 年 10 月 23 日に高度 12 000 m の航空機上から琵琶湖湖面の撮影観測を行なった (参考文献, 1 参照)。その観測日に先立つ 10 月 18 日から 10 月 19 日にかけて, 大雨を伴った台風が琵琶湖地方を通過したために, 陸地より流出した濁水がトレーサとなって, 湖面の航空写真には水平環流の分布を示す映像の濃淡が明瞭にうつし出され, 図-5 に示す A, B, C, D の 4 個の水平環流の存在を把握することができた。このうちで, 反時計まわりの環流 A, 時計まわりの環流 C, および, 反時計まわりの環流 D はともに強い濃淡差をもって現われているが, 時計まわりの環流 B は前三者に比較して鮮明度においてやや劣っている。環流 A, C, D は半世紀以前に浮標追跡法を用いて須田ら²⁾により得られた 3 個の環流にそれぞれ対応しているように思われる。前報では, 1979 年 10 月 23 日の観測日の数日前からの風向, 風速の分布を湖周辺の気象観測所のデータを基に検討を行



図-5 1979年10月23日の北湖の環流分布¹⁾

ない、降雨終了後10月20日から航空写真撮影時10月23日までは今津から彦根に向う北西風が卓越し、湖の北部および南部では風は余り強くなかったことを見出した。その後著者らは現地において北湖湖面上と陸岸部における風向の相関関係を調べる現地調査を行ない、その調査時には両者の間により相関関係があることが判明した³⁾。この様な相関関係が常に保持されるか否かを結論づけるためにはさらに多くの観測を必要とするが、仮に良好な相関を仮定すると、図-5の表層環流パターンが出現したときの湖面上の風向分布は、写真-2に示す分布がえられた模型実験時の風向分布にほぼ対応しているように考えられる。したがって現地観測で得られた環流AとCとは模型水槽内での渦対に対応し、環流Dは北湖の平面地形特性に起因した局所的渦に対応するとすれば一応の説明がつく様に思われる。しかし従来から琵琶湖北湖の水平環流の成因を地衡流理論に基づいて解明しようとする試みが報告されている(例えば岡本⁴⁾)ことを勘案して本報告では、図-5の環流分布を湖水の水温分布の面からも検討を加える必要があると考え、アメリカの宇宙衛星ノアのデータを用いて解析を行った。一般にノアのデータから 0.2°C の水温差を識別することが可能とされているので、1979年10月23日午前7時44分にノアより送られてきたチャンネル4のデータをイメージ100に出力して琵琶湖湖面の熱映像を求めることとした。写真-3は、その様にして得られた熱映像をさらにカラーブライスをして水温差を強調して示したものである。ノアの記録からは水温の具体値を知ることはできないが、写真-3に記した高温水域(high temp. reg.)と中位水温水域(medium temp. reg.)との水温差は約 2°C また中位水温水域と低温水域(low temp. reg.)との水温差は約 1°C と推算される。写真-3と図-5とを対比

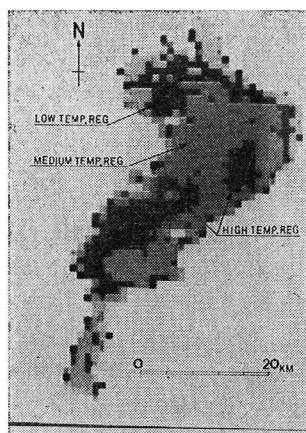


写真-3 琵琶湖湖面のノアによる熱映像(1979年10月23日)

すると、反時計回りの環流Aに低温水域が、また時計回りの環流Cと環流Bに高温水域が分布していることがわかる。また環流Dの中心部は中位水温水域に相当し、その外側は高温域に相当している。すなわち、各々の環流は、流れの方向に向うとき高温水域を右手に見るように流れており、これは地衡流の特性と一致している。以上の考察から、風と水温差はいずれも琵琶湖北湖の表層水平環流形成上で重要な要素であると判断され、無風時には地衡流の特性が卓越し、風が長時間にわたって吹く時には風成流的特性が卓越するものと考えられる。またその中間においては、両特性がともに表層水平環流形成に寄与するが、季節によってある場合には両者は互に相乗し、また他の場合には互に消去しあう状態もありうると推察される。この点に関しては、今後さらに調査研究を進めたうえで別途報告することとし、ここでは地衡流が卓越しう条件について以下にのべるに止める。

周知のように、地衡流が卓越する条件は、N-S方程式において、コリオリ力に比べて加速度項と粘性項が無視しう程度に小さいことである。式(1)中の f は、対象地点の緯度を φ 、地球の自転角速度を ω ($\doteq 7.3 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$)とすると $f = 2\omega \sin \varphi$ であるから、琵琶湖の場合には、

$$f = 2 \times 7.3 \times 10^{-5} \sin 35^{\circ} \sim 8.4 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1} \\ \sim 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$$

いま、湖面上に x 軸(東方向)と y 軸(北方向)をとり、鉛直上向きに z 軸をえらび、 x 方向と y 方向の地衡流の流速成分を u および v とすると、地衡流は次式で表わされる。

$$fv = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \dots\dots\dots (25)$$

$$fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \dots\dots\dots (26)$$

$$-\rho g = \frac{\partial p}{\partial z} \dots\dots\dots (27)$$

地衡流近似によれば、水域深部の等圧面を水平と考えるが、その条件をみたすために高温部の水柱は密度差の分だけ周囲の低温部よりだけ上昇する(図-6参照)。図-6に示す x 断面および $x+dx$ 断面内の水深 z の所での圧力

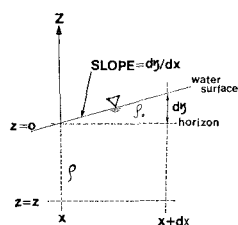


図-6 地衡流近似

をそれぞれ $(p_z)_x$ および $(p_z)_{x+dx}$ とすると、式 (27) より

$$(p_z)_x = -g \int_0^z \rho_0 dz$$

$$(p_z)_{x+dx} = -g \int_0^z \rho_0 dz + \left(-g \frac{\partial}{\partial x} \int_0^z \rho_0 dz \right) dx + \rho_0 g d\eta$$

ここに、 $d\eta$ は $x+dx$ 断面での水面上昇量、 ρ_0 は $z=0$ より上部の水の密度であり、一定と仮定する。上の二式より次式をうる。

$$\frac{\partial p_z}{\partial x} = g \frac{\partial}{\partial z} \int_0^z \rho_0 dz + \rho_0 g \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (28)$$

式 (28) を式 (25) に代入すると

$$v = \frac{g}{\rho f} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^z \rho_0 dz + \frac{\rho_0}{\rho} \frac{g}{f} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (29)$$

湖面における地衡流の y 方向の速度成分 v_0 は、式 (29) において $z=0$ 、また $\rho_0/\rho \approx 1$ として

$$v_0 = \frac{g}{f} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (30)$$

同様に、水面における地衡流の x 方向流速成分 u_0 は

$$u_0 = \frac{g}{f} \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (31)$$

となる。式 (30) または式 (31) 中の $\partial \eta / \partial x$ 、 $\partial \eta / \partial y$ は、いまの場合は水温差に起因する水面こう配であり、この値を具体的に把握することは困難であるが、逆に 10^{-2} m/sec のオーダの地衡流を誘起するのに必要な水面こう配を求めると

$$\partial \eta / \partial x = 10^{-2} [\text{m} \cdot \text{sec}^{-1}] \times \frac{10^{-4} [\text{sec}^{-1}]}{9.8 [\text{m} \cdot \text{sec}^{-2}]} \sim 10^{-7}$$

のオーダをもつことになる。

一方、風成流の流速は式 (24) から算定できる。式中の H として表層流厚さを用いることとすると、それは水温躍層厚にほぼ等しいと考えることができ⁹⁾、ここでは 15 m と仮定する。さらに $\nu = 1 \times 10^{-6}$ m²/sec、 $b \sim 1$ とし、風速を $a = 1$ m/sec とすると、式 (24) より

$$v = \frac{1 [\text{m} \cdot \text{sec}^{-1}] \times 10^{-4} [\text{sec}^{-1}] \times t [\text{sec}]}{4 \times 15 [\text{m}]} \times \left\{ \frac{2 \times 10^{-6} [\text{m}^2 \text{sec}^{-1}]}{10^{-4} [\text{sec}^{-1}]} \right\}^{1/2}$$

$$= 2.35 \times 10^{-7} t [\text{m/sec}]$$

となる。式より、風成流が 10^{-2} m/s の流速の地衡流と同オーダの値に達するための吹送時間 t は 4.25×10^4 秒 (約 12 時間) となる。すなわち、風速 1 m/s の風が半日間吹くと、風成流と 10^{-2} m/sec の地衡流はほぼ同オーダとなるものと推算される。その結果として、琵琶湖北湖では強い北西風が卓越する期間が大きいことを考慮すると、北湖の表層水平環流に及ぼす風の影響は甚だ重要であると判断される。

5. 結 語

図-1 に示すような楕円形水域における風生流としての表層水平環流の流速を与える解析解として式 (24) を提示し、その妥当性を水理模実験により検証した。さらに、その結果を基にして、1979 年 10 月 23 日の琵琶湖北湖の表層環流の航空写真による観察結果(図-5)および同日の宇宙衛星ノアのデータから求めた北湖の水温分布(写真-3)を併せて考察し、同日は風および水温分布が相乗して、図-5 に示す環流の発生を促進する効果を及ぼしていたことを示した。ただし、1979 年 10 月 23 日の場合には北西風が吹き始めて 3 日後であったことから、図-5 の環流は地衡流としてよりも風成流としての特性をより多く保有していたものと推察される。また、琵琶湖北湖の地衡流の流速が 10^{-2} m/sec のオーダ以下の場合には、風速 1 m/sec 以上の風を 12 時間以上持続させることにより、北湖の表層水平環流は地衡流的特性よりも風成流的特性をおびることを推算した。勿論この推算は極めて大まかな仮定条件のもとでなされたものであり、その妥当性の確認のためには一層の調査研究が必要とされる。今後の研究成果については、機会をあらためて報告する。

謝 辞： NOAA データのデジタル画像処理は島山祐二氏 (アジア航測 (株)) によって行なわれた。深甚の謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 大西外明・田中総太郎：琵琶湖北湖の環流の航空機による観察と解析的考察，第 25 回水理講演論文集，pp. 569~575，1981。
- 2) 神戸海洋気象台：琵琶湖調査報告，神戸海洋気象台彙報，8，pp. 1~103，1926。
- 3) 大西外明・大林成行・高橋康夫：航空写真三角測量による琵琶湖北湖の流動観測と水理学的考察，第 28 回海岸工学講演会論文集，1981。
- 4) 岡本 巖：びわ湖の潮流，琵琶湖国定公園学術調査報告書，pp. 177~213，滋賀県，1971。
- 5) 3) に同じ。