

水中物体の非定常および定常有限振幅運動の解析

井 島 武 士*・永 田 修 一**

1. 概 要

前論文^{1),2),3)}において、グリーンの公式と摂動展開法を用いる非定常有限振幅波の数値解析法を提案し、ストークス波の解析解や、ソリトンが発生するような条件の下での実験と比較して、解析法が有効であることを示した。さらに、この方法は、浮体との連成問題への適用が容易なことを述べ、波による、没水円形物体の自由運動を、自由表面だけでなく、物体表面の非線形性も含めた解析例を示した。

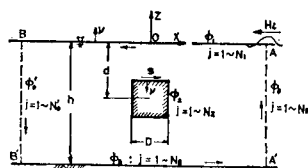
本論文においては、一般の場合として、回転運動が生じる矩形物体を考え、波による、水中での自由運動についての解析法を述べ、第2次近似までの計算例を示す。

また、このような浮体運動を過渡状態から定常状態まで計算するには、広い流体域が必要となり、計算容量が増大するので、これを減らす方法を提案し、計算例としてピストン式造波板による発生波を第2次近似まで求めた。

2. 没水矩形浮体の自由運動

(1) 基本方程式

図—1 に示すように、深さ h の流体域に、流体と同



図—1 解析領域

じ密度をもち、深さ d の位置に静止している矩形シリンダーの、進行波による運動を考える。流体は、非粘性、非圧縮性の完全流体とすると、この流体運動は速度ポテンシャルを持つ。矩形シリンダーは波によって、水平、鉛直、回転の3つの周期運動を行うが、その外に漂流運動も生じるので、シリンダーと共に水平移動を行う座標系を考えて、流体の運動および連続の式を次のように示

す。

$$\left. \begin{aligned} u_t + (u - \xi_t)u_x + wu_z &= -\frac{1}{\rho}p_x \\ w_t + (u - \xi_t)w_x + ww_z &= -\frac{1}{\rho}p_z - g \\ u_x + w_z &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

速度ポテンシャルを $\Phi(x, z; t)$ とすると

$$\left. \begin{aligned} u &= \Phi_x, \quad w = \Phi_z, \\ p/\rho &= -\Phi_t - \frac{1}{2}(\Phi_x^2 + \Phi_z^2) + \xi_t\Phi_x - gz \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 x : 水平座標、 z : 鉛直座標、 t : 時間、 u : 水平流速、 w : 鉛直流速、 ρ : 流体密度、 g : 重力加速度、 p : 流体圧力、 ξ : シリンダーの水平変位、サフィックスは偏微分を示す。

(2) 境界条件

自由表面を $z = \zeta(x; t)$ とすると、自由表面での運動と連続方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \zeta_t &= \Phi_z - (\Phi_x - \xi_t)\zeta_x \\ \Phi_t &= -g\zeta - \frac{1}{2}(\Phi_x^2 + \Phi_z^2) + \xi_t\Phi_x \end{aligned} \right\} (z = \zeta) \dots\dots\dots (3)$$

この座標系においては、物体は鉛直と回転の運動を行う。静止時の物体重心の座標を (x_G, z_G) 、物体表面上の点の座標を (x_0, z_0) とし、運動中の座標を (x_S, z_S) とすると

$$\left. \begin{aligned} x_S &= x_G + (x_0 - x_G) \cos \theta - (z_0 - z_G) \sin \theta \\ z_S &= z_G + \eta + (x_0 - x_G) \sin \theta + (z_0 - z_G) \cos \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 η, θ はそれぞれ物体の鉛直と反時計まわりの回転変位である。物体表面 (x_S, z_S) における連続方程式は、 ν_S を物体境界に対する法線ベクトルとして、

$$\left. \begin{aligned} [\Phi_x - \{\xi_t - (z_S - z_G - \eta)\theta_t\}] \cos(\nu_S; x) \\ + [\Phi_z - \{\eta_t + (x_S - x_G)\theta_t\}] \cos(\nu_S; z) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

(3) 物体の運動方程式

D を流体域を代表する長さ、 ν_1, ν_2 を物体に関する定数とすると、水平、鉛直、回転の運動方程式は次のようになる。

* 正 会 員 工博 九州大学教授 工学部水工土木学科
** 学生会員 工修 九州大学大学院工学研究科 博士課程

$$\left. \begin{aligned} \rho\nu_1 D^2 \xi_{it} &= \int_S p dz_S, \quad \rho\nu_1 D^2 \eta_{it} = - \int_S p dx_S \\ \rho\nu_2 D^4 \theta_{it} &= - \int_S p [(x_S - x_G) dx_S + (z_S - z_G - \eta) dz_S] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

(4) グリーンの公式

流体域を囲む境界線を N 個の微小要素に分割し、各要素の中点を $j(x_j, z_j)$, ($j=1 \sim N$) 線分の長さを dS_j とすると、次の関係がある。

$$\begin{aligned} \Phi(i) &= \frac{1}{\pi} \left[\sum_{j=1}^N \Phi(j) \int_{dS_j} \frac{\partial \log R}{\partial \nu} dS \right. \\ &\quad \left. - \sum_{j=1}^N \Phi_v(j) \int_{dS_j} \log R dS \right] \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここで、 R は境界上の点 (x_i, z_i) と点 (x_j, z_j) との距離である。

(5) 振動展開および無次元化

流体域の大きさと時間を代表する値 D , $1/\sigma$ により、

$$\left. \begin{aligned} x &= Dx', \quad z = Dz', \quad h = Dh', \\ \xi &= D\xi', \quad \eta = D\eta', \quad \theta = \theta', \quad \sigma t = t', \\ \phi &= \frac{gD}{\sigma} \phi, \quad \Gamma = \frac{\sigma^2 D}{g} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

のように無次元化し、その後ダッシュを省き $\phi, \zeta, \xi, \eta, \theta$ を微小パラメータ ε を用い $\phi = \varepsilon \phi^{(1)} + \varepsilon^2 \phi^{(2)}$ のように第2次までの展開を行う。自由表面と物体表面の条件は、静止位置に関してテーラー展開を行うと、式 (3), (5), (6), (7) は第1次、第2次近似に対して次のようになる。

a) 第1次近似

$$\begin{aligned} \phi_i^{(1)} &= -\zeta^{(1)}, \quad \zeta_i^{(1)} = \frac{1}{\Gamma} \phi_i^{(1)} \quad (z=0) \dots\dots\dots (9) \\ \phi_v^{(1)} &= \Gamma [l\xi_i^{(1)} + m\eta_i^{(1)} + (m\bar{x} - l\bar{z})\theta_i^{(1)}] \quad (\text{物体表面}) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \nu_1 l' \xi_{it}^{(1)} &= - \int_S \phi_i^{(1)} dz, \quad \nu_1 l \eta_{it}^{(1)} = \int_S \phi_i^{(1)} dx \\ \nu_2 \Gamma \theta_{it}^{(1)} &= \int_S \phi_i^{(1)} (\bar{x} dx + \bar{z} dz) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} \phi^{(1)}(j) - \sum_{j=1}^N E_{ij} \bar{\phi}^{(1)}(j) = 0 \quad (i=1 \sim N) \dots\dots\dots (12)$$

b) 第2次近似

$$\left. \begin{aligned} \phi_i^{(2)} &= -\zeta^{(2)} - \frac{1}{2\Gamma} (\phi_x^{(1)2} + 3\phi_z^{(1)2}) + \xi_i^{(1)} \phi_x^{(1)} \\ &\quad - \zeta_i^{(1)} \phi_z^{(1)} \\ \zeta_i^{(2)} &= \frac{1}{\Gamma} (\phi_i^{(2)} - \zeta_i^{(1)} \phi_{xx}^{(1)} - \zeta_x^{(1)} \phi_z^{(1)} + \xi_i^{(1)} \zeta_x^{(1)}) \end{aligned} \right\} (z=0) \dots\dots\dots (13)$$

$$\begin{aligned} \phi_v^{(2)} &= \Gamma [l\xi_i^{(2)} + m\eta_i^{(2)} + (m\bar{x} - l\bar{z})\theta_i^{(2)}] + [A] \\ &\quad (\text{物体表面}) \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \nu_1 \Gamma \xi_{it}^{(2)} &= - \int_S [(\phi_i^{(2)} + [B]) dz + \phi_i^{(1)} \cdot \theta^{(1)} dx] \\ \nu_1 \Gamma \eta_{it}^{(2)} &= \int_S [(\phi_i^{(2)} + [B]) dx - \phi_i^{(1)} \theta^{(1)} dz] \\ \nu_2 \Gamma \theta_{it}^{(2)} &= \int_S (\phi_i^{(2)} + [B]) (\bar{x} dx + \bar{z} dz) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} \phi^{(2)}(j) - \sum_{j=1}^N E_{ij} \bar{\phi}^{(2)}(j) = 0 \dots\dots\dots (16)$$

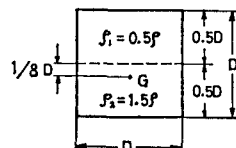
ただし

$$\left. \begin{aligned} l &= dz/dS, \quad m = -dx/dS \\ \bar{x} &= x_0 - x_G, \quad \bar{z} = z_0 - z_G \\ [A] &= -\gamma^{(1)} (l\phi_{iS}^{(1)} - m\phi_{SS}^{(1)}) - \theta^{(1)} [2\phi_{SS}^{(1)} \\ &\quad + \Gamma (m\xi_i^{(1)} - l\eta_i^{(1)}) + (l\bar{x} + m\bar{z}) \phi_{vS}^{(1)} \\ &\quad - (m\bar{x} - l\bar{z}) \phi_{SS}^{(1)}] \\ [B] &= \frac{1}{2\Gamma} (\phi_{SS}^{(1)2} + \phi_{\nu}^{(1)2}) + \{-l\xi_i^{(1)} + m\eta_i^{(1)} \\ &\quad + (m\bar{x} - l\bar{z}) \theta_i^{(1)}\} \phi_{\nu}^{(1)} + \{m\xi_i^{(1)} + l\eta_i^{(1)} \\ &\quad + (l\bar{x} + m\bar{z}) \theta_i^{(1)}\} \phi_{SS}^{(1)} + \{m\eta_i^{(1)} \\ &\quad + (m\bar{x} - l\bar{z}) \theta^{(1)}\} \phi_{vi}^{(1)} + \{l\eta_i^{(1)} \\ &\quad + (l\bar{x} + m\bar{z}) \theta^{(1)}\} \phi_{Si}^{(1)} \\ \bar{\phi} &= \phi_{\nu}, \quad F_{ij} = \bar{E}_{ij} - \delta_{ij}, \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 0, & (j \neq i) \\ 1, & (j = i) \end{cases} \\ E_{ij} &= \frac{1}{\pi} \int_{dS_j} \log R dS \\ \bar{E}_{ij} &= \frac{1}{\pi} \int_{dS_j} \frac{\partial \log R}{\partial \nu} dS \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

図—1 に示すように、それぞれの境界上のポテンシャルと外向き法線微分値 $\bar{\phi}$ を添字で示し、境界線を N_1, N_2, N_3, N_4 個の線分に分割し、時間間隔を τ , $t = n\tau$ ($n=0, 1, 2, \dots$) として離散化し計算を行う。

(6) 適用計算例

図—3 は、境界 AA' で式 (18) の流速によって発生する波による正方形物体の水平、鉛直、回転変位の時間変化である。正方形物体は、図—2 に示すように一辺 D で、2 つの密度部分 ($\rho_1=0.5\rho$, $\rho_2=1.5\rho$) より成り、 $\nu_1=1$, $\nu_2=0.151$ である。



図—2 矩形シリンダー断面図

$$\phi_{0x} = \begin{cases} 0 & (t \leq 0) \\ -aA \frac{\cosh A(z+h)}{\cosh Ah} \sin(t + A\xi(t)) & (t \geq 0) \end{cases} \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 $A=kD$ で a は無次元化されている。

計算条件は、 $\sigma^2 h/g=4.0$ ($h/L=0.637$), $D/h=0.2$, d/h

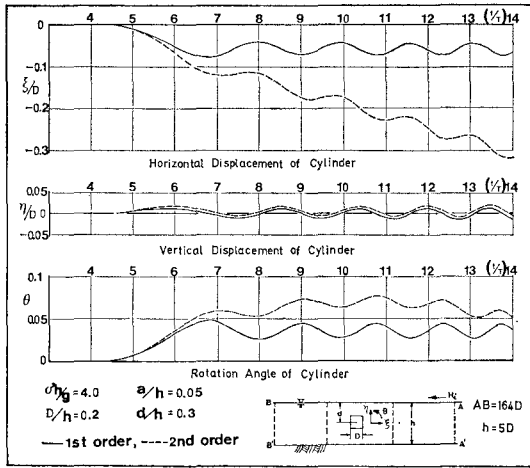


図-3 矩形シリンダーの水平、鉛直、回転運動計算値

$=0.3$, $a/h=0.05$ の場合で、 $\overline{AB}=21L$ (L : 波長) とし、境界 BB' では $\phi_x=0$ として計算を行なっている。計算点は、 $N_1=350$, $N_0=N_0=10$, $N_2=20$, $N_3=230$ とし、3領域に分け時間間隔を $T/40$ で計算した。水平変位においては、第2次近似で、ほぼ一定速度の漂流現象が生じている。

3. フーリエ展開による非定常有限振幅波解析

(1) 定式化

前章における浮体運動の計算法においては、境界面 AA' と BB' でのポテンシャルと法線微分値の間の関係が不明であるために、長時間の解析を行うには、広い流体域における莫大な計算を行わねばならないことになる。この関係は、微小振幅波においてさえも不明である。しかし、定常状態での単一周波数の進行波に対しては、その関係を容易に求めることができるので、過渡状態の波を無数の周波数の成分波の重合として取扱う方法をとれば、有限領域での過渡状態の計算を行うことができる。この方法は、第1次近似だけでなく高次の近似に対しても適用可能である。なお、計算においては複素数を用いることにする。

$$f(t)=0 \quad (-bT \leq t \leq 0): \quad =\sin \sigma t \quad (0 \leq t \leq cT) \quad \dots\dots\dots(19)$$

但し、 b, c は正の整数、 $\sigma=2\pi/T$ で定義される関数 $f(t)$ は、 $-bT \leq t \leq cT$ の領域では、フーリエ級数で次のように展開される。

$$f(t)=\sum_{n=1}^{\infty} [\alpha_n \cos n\sigma^*t + \beta_n \sin n\sigma^*t] \\ =R_e \left[\sum_{n=1}^{\infty} G_n e^{in\sigma^*t} \right] \quad \dots\dots\dots(20)$$

ここで

$$\sigma^* = \frac{2\pi}{(b+c)T}, \quad G_n = \alpha_n - i\beta_n$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_n &= -\frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{b+c+n} \left\{ \cos \frac{2c(b+c+n)\pi}{b+c} - 1 \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{b+c-n} \left\{ \cos \frac{2c(b+c-n)\pi}{b+c} - 1 \right\} \right] \\ \beta_n &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{b+c-n} \sin \frac{2c(b+c-n)\pi}{b+c} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{b+c+n} \sin \frac{2c(b+c+n)\pi}{b+c} \right] \\ \alpha_{b+c} &= 0, \quad \beta_{b+c} = \frac{c}{b+c} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(21)$$

一例として 図-4 に示すように、造波板が静止の状態

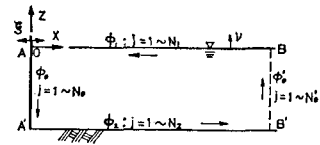


図-4 ピストン式造波板と解析領域

から振幅 a , 周波数 σ の水平振動を始める時は、水平変位 $\xi(t)$, 水平速度 $\dot{\xi}(t)$ は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} t \leq 0 \quad & \xi(t) = -a, \quad \dot{\xi}(t) = 0 \\ t \geq 0 \quad & \xi(t) = -a \cos \sigma t, \quad \dot{\xi}(t) = a\sigma \sin \sigma t \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(22)$$

ϕ と ζ をパラメータ ε により摂動展開すると、式(22)より、 $x=0$ における条件は次のようである。

$$\phi_x^{(1)} = \dot{\xi} = a\sigma R_e \left[\sum_{n=1}^{\infty} G_n e^{in\sigma^*t} \right], \quad \phi_x^{(2)} = 0 \quad \dots\dots(23)$$

自由表面条件は、第1次および第2次近似で次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_{tt}^{(1)} + g\phi_z^{(1)} &= 0 \\ \phi_{tt}^{(2)} + g\phi_z^{(2)} &= \frac{1}{g} \left[\phi_{tt}^{(1)} \cdot \phi_{tt}^{(1)} - \phi_{tt}^{(1)} \cdot \phi_{xx}^{(1)} \right. \\ &\quad \left. - 4\phi_{tz}^{(1)} \cdot \phi_{zt}^{(1)} - 2\phi_{xt}^{(1)} \cdot \phi_{xt}^{(1)} \right] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(24)$$

境界 BB' 上では、 x の正方向へ進行する波のポテンシャルを $\phi = (gh/\sigma) K \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} e^{i(-kx+\sigma t)}$ とすると、 $\phi_x = -ik\phi$ の関係がある。

水深 h により、前記のような無次元化を行ない、ポテンシャル ϕ と、水面変動量 ζ を

$$\phi^{(1)}(x, z; t) = R_e \left[\sum_{n=1}^N n \phi^{(1)}(x, z) e^{in(\sigma^*/\sigma)t} \right], \\ \phi^{(2)}(x, z; t) = R_e \left[\sum_{n=-(N-1)}^{2N} n \phi^{(2)}(x, z) e^{in(\sigma^*/\sigma)t} \right]$$

の形にフーリエ展開し、各成分波に対する境界条件をまとめると次のようである。

a) 第1次近似

$$\left. \begin{aligned} n\phi_z^{(1)} &= n^2 \Gamma_n \phi^{(1)}; \quad (z=0), \quad n\phi_z^{(1)} = 0; \quad (z=-1) \\ n\phi_x^{(1)} &= a \Gamma_n \left(\frac{\sigma}{\sigma^*} \right)^2 G_n; \quad (x=0) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} n\phi^{(1)} &= K_n^{(1)} \frac{\cosh \lambda_n(z+1)}{\cosh \lambda_n}, \\ n\phi_x^{(1)} &= -i\lambda_n K_n^{(1)} \frac{\cosh \lambda_n(z+1)}{\cosh \lambda_n}; \quad (\text{BB}' \text{ 境界上}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

b) 第2次近似

$$\left. \begin{aligned} n\phi_z^{(2)} &= n^2 \Gamma_n \phi^{(2)} - \frac{i}{2} \left(\frac{\sigma^*}{\sigma} \right) p(n, j); \quad (z=0) \\ n\phi_z^{(2)} &= 0; \quad (z=-1), \quad n\phi_x^{(2)} = 0; \quad (x=0) \\ n\phi^{(2)} &= K_n^{(2)} \frac{\cosh \lambda_n(z+1)}{\cosh \lambda_n}; \quad (\text{BB}' \text{ 境界上}) \\ n\phi_x^{(2)} &= \pm i\lambda_n K_n^{(2)} \frac{\cosh \lambda_n(z+1)}{\cosh \lambda_n}; \\ &(\text{BB}' \text{ 境界上で, } n>0 \text{ の時 } -, n<0 \text{ の時 } +) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \lambda_n &= k_n h, \quad \Gamma = \frac{\sigma^{*2} h}{g}, \quad n^2 \Gamma = \lambda_n \tanh \lambda_n \\ \frac{\sigma}{\sigma^*} &= \frac{1}{b+c} \\ p(n, j) &= \begin{cases} \sum_{r=1}^{n+N} Q_2(n, r, j); & (-N-1 \leq n \leq -1) \\ \sum_{r=n+1}^N Q_2(n, r, j); & (n=1) \\ \sum_{r=1}^{n-1} Q_1(n, r, j) + \sum_{r=n+1}^N Q_2(n, r, j); & (2 \leq n \leq N-1) \\ \sum_{r=1}^{n-1} Q_1(n, r, j); & (n=N, N+1) \\ \sum_{r=n-N}^N Q_1(n, r, j); & (N+2 \leq n \leq 2N) \end{cases} \\ Q_1(n, r, j) &= \Gamma^2 r(n-r)^3 (n+3r) r \phi^{(1)}(j) \cdot n-r \phi^{(1)}(j) \\ &\quad + r r \phi^{(1)}(j) \cdot n-r \phi_x^{(1)}(j) \\ &\quad + 2(n-r) r \phi_x^{(1)}(j) \cdot n-r \phi_x^{(1)}(j) \\ Q_2(n, r, j) &= \Gamma^2 r(r-n)^3 (5r-n) r \phi^{(1)}(j) \cdot r-n \phi^{(1)}(j) \\ &\quad + r r \phi^{(1)}(j) \cdot r-n \phi_x^{(1)}(j) \\ &\quad + 2(r-n) r \phi_x^{(1)}(j) \cdot r-n \phi_x^{(1)}(j) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

$r-n\phi^{(1)}, r-n\phi_x^{(1)}, r-n\phi_x^{(1)}$ は、それぞれ $r-n\phi^{(1)}, r-n\phi_x^{(1)}$, $r-n\phi_x^{(1)}$ の共役複素数。

これに対応するグリーンの式は、図-4 に示すようにして次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^{N_1} [F_{ij} - n^2 \Gamma E_{ij}] n \phi_1^{(1)}(j) + \sum_{j=1}^{N_0, N_2} F_{ij} \cdot n \phi_{0.2}^{(1)}(j) \\ + K_n^{(1)} \sum_{j=1}^{N_0'} [F_{ij} + i\lambda_n E_{ij}] \frac{\cosh \lambda_n(z+1)}{\cosh \lambda_n} \\ = -a\Gamma \left(\frac{\sigma}{\sigma^*} \right)^2 G_n \sum_{j=1}^{N_0} E_{ij} \\ (i=1 \sim N_1 + N_2 + N_0 + 1, 1 \leq n \leq N) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^{N_1} [F_{ij} - n^2 \Gamma E_{ij}] n \phi_1^{(2)}(j) + \sum_{j=1}^{N_0, N_2} F_{ij} \cdot n \phi_{0.2}^{(2)}(j) \\ + K_n^{(2)} \sum_{j=1}^{N_0'} [F_{ij} + i\lambda_n E_{ij}] \frac{\cosh \lambda_n(z+1)}{\cosh \lambda_n} \\ = -\frac{i}{2} \left(\frac{\sigma^*}{\sigma} \right) \sum_{j=1}^{N_0} E_{ij} \cdot p(n, j) \quad (i=1 \sim N_1 + N_2 \\ + N_0 + 1, -(N-1) \leq n \leq -1, 1 \leq n \leq 2N) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

上式を解いて水面波形は次式で計算される。

$$\left. \begin{aligned} \zeta^{(1)}(j) &= R_e \left[\sum_{j=1}^N n \zeta^{(1)}(j) e^{in(\sigma^*/\sigma)t} \right] \\ \zeta^{(2)}(j) &= R_e \left[\sum_{j=-N-1}^{2N} n \zeta^{(2)}(j) e^{in(\sigma^*/\sigma)t} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} n \zeta^{(1)}(j) &= -i \left(\frac{\sigma^*}{\sigma} \right) n n \phi_1^{(1)}(j) \\ n \zeta^{(2)}(j) &= -i \left(\frac{\sigma^*}{\sigma} \right) n n \phi^{(2)}(j) - \frac{1}{4\Gamma} \left(\frac{\sigma^*}{\sigma} \right)^2 g(n, j) \\ g(n, j) &= \begin{cases} \sum_{r=1}^{n+N} e_2(n, r, j); & (-N-1 \leq n \leq 0) \\ \sum_{r=n+1}^N e_2(n, r, j); & (n=1) \\ \sum_{r=1}^{n-1} e_1(n, r, j) + \sum_{r=n+1}^N e_2(n, r, j); & (2 \leq n \leq N-1) \\ \sum_{r=1}^{n-1} e_1(n, r, j); & (n=N, N+1) \\ \sum_{r=n-N}^N e_1(n, r, j); & (N+2 \leq n \leq 2N) \end{cases} \\ e_1(n, r, j) &= r \phi_x^{(1)}(j) \cdot n-r \phi_x^{(1)}(j) + \Gamma^2 r(n-r)^2 \\ &\quad \times (r+2n) r \phi^{(1)}(j) \cdot n-r \phi^{(1)}(j) \\ e_2(n, r, j) &= r \phi_x^{(1)}(j) \cdot r-n \phi_x^{(1)}(j) + \Gamma^2 r(n-r)^2 \\ &\quad \times (5r-2n) r \phi^{(1)}(j) \cdot r-n \phi^{(1)}(j) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

$r-n\phi_x^{(1)}, r-n\phi^{(1)}$ は、それぞれ $r-n\phi_x^{(1)}, r-n\phi^{(1)}$ の共役複素数である。

また、第1次近似に関しては、グリーンの公式を用いずポテンシャル接続法を用いて、過渡状態の解析解が次のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} \zeta^{(1)}(j) &= R_e \cdot a\Gamma \left(\frac{\sigma}{\sigma^*} \right) \sum_{n=1}^{\infty} n G_n \left[\frac{1}{n\lambda_0 \cdot nN_0} \right. \\ &\quad \times e^{i(-n\lambda_0 x + n(\sigma^*/\sigma)t)} \\ &\quad + i \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{n\lambda_s \cdot nN_s} \\ &\quad \times e^{-n\lambda_s x + in(\sigma^*/\sigma)t} \left. \right] \dots\dots\dots (31) \end{aligned} \right\}$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} n\lambda_0 \tanh n\lambda_0 &= -n\lambda_S \tan n\lambda_S = n^2 I' \\ nN_0 &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 \cdot n\lambda_0}{\sinh 2 \cdot n\lambda_0} \right) \\ nN_S &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 \cdot n\lambda_S}{\sin 2 \cdot n\lambda_S} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(32)$$

上式は、グリーンの公式による解のチェックになる。

(2) 適用計算例

図-5 は、 $\sigma^2 h/g=0.37$, $a/h=0.158$ のピストン式造

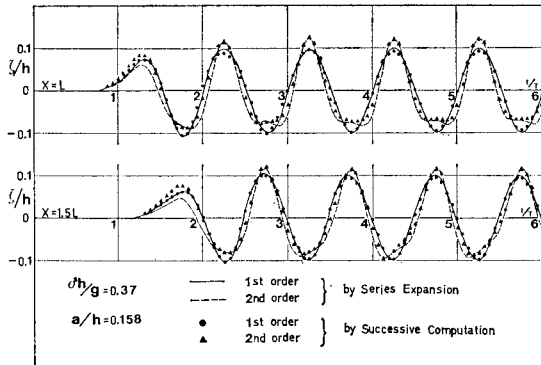


図-5 水面波形計算値

波板により発生した波 ($h/L=0.103$) の、造波板から 1 波長および 1.5 波長位置での第 2 次近似までの計算値であるが、実線と点線は、それぞれ、フーリエ展開による方法の第 1 次、第 2 次近似値を示している。($N_1=60$, $N_0=N'_0=10$, $N_2=30$, $N=20$, $b=4$, $c=6$, $\overline{AB}=1.7L$; L は波長。) 第 1 次近似値においては、解析解 (式 (31)) と完全に一致した。また、図には、フーリエ展開を用い

ず、時間差分を用いる従来の方法の第 1 次近似値 (●) と、第 2 次近似値 (▲) も合わせて示している。この場合は、 $\overline{AB}=5.8L$ とし、境界 BB' は不透過な固定壁として計算した。両者の一致は、波の谷において完全ではないが、満足すべきものであると思われる。

4. 結 論

ここで示したように、グリーンの公式を用いる方法は、流体と浮体の連成問題に容易に適用できる。有限領域での過渡状態から定常状態までの解析には、滝川・田淵の論文⁴⁾があるが、仮想境界面での条件が厳密でないように思われる。ここでは、フーリエ展開を用いる方法を示したが、これによると、仮想境界面の条件は、より厳密で、時間の経過による誤差の蓄積がなく、解は安定している。ただ、高周波数の波も問題となるため、計算点はふやす必要がある。フーリエ展開法による浮体問題解析については、今後、検討を進める予定である。

参 考 文 献

- 1) 井島武士・永田修一: グリーンの公式による非定常有限振幅波の数値解析, 九大工学集報, 52 巻 3 号, pp. 209~217, 1979.
- 2) 井島武士・永田修一: 周辺積分と摂動展開法による非定常有限振幅波の数値解析, 第 27 回海講論文集, pp. 6~10, 1980.
- 3) Ijima, T. and S. Nagata: Numerical analysis of transient, finite amplitude waves by boundary integral and perturbation expansion, Coastal Engrg. in Japan, Vol. 23, pp. 25~44, 1980.
- 4) 滝川 清, 田淵幹修: 有限要素法による波動解析について, 第 25 回海講論文集, pp. 28~32, 1978.