

不規則波に対する繫留円筒浮体の応答（2）

渡 辺 晃\*・ 清 水 琢 三\*\*・ 堀 川 清 司\*\*\*

1. 緒 言

浮遊式構造物の波浪応答の基本特性を明らかにするために、著者らはこれ迄、円筒形浮体を対象にして一連の理論的、実験的研究<sup>1-5)</sup>を進めてきた。特に共振条件近傍での浮体運動に対しては抗力の寄与が重要となることを示し、この非線形抗力を考慮した回折理論により、円筒浮体の不規則波応答もある程度まで説明できることを前報<sup>5)</sup>で報告した。

本研究では浮体の鉛直運動に対象を絞り、模型実験の結果を回折理論や数値シミュレーション解と比較することにより、以前に提案した非線形抗力表示の妥当性を再検討する。また、浮体の不規則波応答をより簡便に推定するための近似的手法についても若干の考察を加える。

2. 浮体模型と実験方法

円筒浮体模型としては、抗力項の寄与を相対的に増大させるために前回より細長いものとし、外径 6 cm、長さ 35 cm のアクリル製パイプを用い、その内部に鉛の円盤型錘を入れて重量や重心位置を調整した。その諸元を表-1 に示す。繫留索は外径 3 mm、全長 15.0 cm、

表-1 模型浮体の諸元

| 諸 元     | 数 値                         | 諸 元    | 数 値       |
|---------|-----------------------------|--------|-----------|
| 全 長     | 35.0 (cm)                   | 繫留前吃水深 | 22.9 (cm) |
| 半 径     | 3.0 (cm)                    | 〃 重心深さ | 12.4 (cm) |
| 質 量     | 647.0 (g)                   | 繫留後吃水深 | 32.0 (cm) |
| 慣 性 能 率 | 7.82×10 <sup>4</sup> (g・cm) | 〃 重心深さ | 21.5 (cm) |

ばね定数 4.05 gf/cm (39.7 mN/cm) の鋼製バネを、径 0.3 mm の鋼製ワイヤに連結して所定の長さにしたものを 4 本用い、繫留角 45° で円筒浮体を造波水槽内に設置した。水深は実験全体を通じて 80 cm に保たれた。この条件での浮体の鉛直運動の固有周波数  $f_N$  はほぼ 1.1 Hz である。

索張力は至ゲージ式張力計で、浮体運動は非接触電子光学式変位計で、水面変動は容量式波高計でそれぞれ測

定されたが、以下では浮体の鉛直運動のみを対象とする。

3. 鉛直運動の理論解

規則波による円筒形浮体の運動に関しては、非線形抗力を導入した回折理論を既に示した<sup>4)</sup>。前報<sup>5)</sup>では不規則波応答の実験結果をこの回折理論解と比較したが、理論が規則波を対象としたものであるため、代表波高や抗力係数の設定にあいまいさがあり充分な検討ができなかった。そこで今回は、浮体の鉛直運動の方程式を直接数値積分して解を求め、そのシミュレーション解を実験結果と比較することを試みる。以下の説明に用いる各種記号の定義は紙面の都合で省略したものも多いので、文献 4) 等を参照された。

浮体鉛直運動の方程式は、浮体の質量を  $M$ 、重心の鉛直座標を  $z_0$  として次式で与えられる。

$$M\ddot{z}_0 = F_{Iz} + F_{Rz} + F_{Dz} + F_{Sz} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $F_{Iz}$ : 波浪強制力、 $F_{Rz}$ : 造波抵抗、 $F_{Dz}$ : 抗力、 $F_{Sz}$ : 繫留力であり、重力と静止時浮力、初期張力は相殺されている。

水深  $h$  の水域におかれた半径  $a$ 、吃水深  $qh$  の円筒浮体が、振幅  $\zeta_0$ 、角周波数  $\sigma$  の規則波の作用をうけるものとする、浮体が固定されているとした時に働く波浪強制力は回折理論より容易に求まり次式で与えられる。

$$F_{Iz} = i\pi\rho a^2 \sigma e^{-i\sigma t} A_0 \sum_{l=0}^{\infty} L_{0l} D_{l0}' \dots\dots\dots (1)$$

ただし  $D_{l0}$  は文献 4 の式 (31)~(33) で  $C_2=0$  とした時の解。一方、この入射波による浮体底面中心点での圧力変動は

$$p_b = \rho g \zeta_0 e^{-i\sigma t} \cosh \bar{\lambda}_0 / \cosh \lambda_0 \dots\dots\dots (2)$$

で与えられ、これに底面積を乗じれば Froude-Kriloff 力が得られる。入射波圧力変動  $p_b$  を用いて波浪強制力を、

$$F_{Iz} = C_I \pi a^2 p_b \dots\dots\dots (3)$$

と表示した時の係数  $C_I$  は、よって次式で計算される。

$$C_I = (\cosh \lambda_0 / \cosh \bar{\lambda}_0) \cdot J_0(k_0 a) \sum_{l=0}^{\infty} L_{0l} D_{l0}' \dots\dots (4)$$

この値は一般に複素数となり、その実部が通常の意味の慣性力係数に相当する。

円柱の鉛直運動に伴う造波抵抗  $F_{Rz}$  は、浮体の鉛直

\* 正 会 員 工博 東京大学助教授 工学部土木工学科  
\*\* 学生会員 東京大学大学院 工学系研究科  
\*\*\* 正 会 員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

加速度  $\ddot{z}_0$  を用いて次式のように表示される。

$$F_{Rx} = -C_M \rho \pi a^2 q h \ddot{z}_0 \dots\dots\dots (5)$$

規則的な入射波に対しては、回折理論より造波抵抗が計算されるので、上式中の係数  $C_M$  の値は浮体諸元および入射波角周波数の関数として定めうる。この値も一般には複素数となり、その実部が付加質量係数に相当し、虚部が線形減衰力に関する係数値を与える。

抗力に対しては前報 4 と同様に、入射波による浮体底面高さでの鉛直流速  $w_b$ 、浮体の鉛直速度  $\dot{z}_0$ 、および抗力係数  $C_D$  を用いて次式で表示する。

$$F_{Dz} = C_D (\rho/2) \pi a^2 (w_b - \dot{z}_0) |w_b - \dot{z}_0| \dots\dots\dots (6)$$

更に、繫留力はばね定数を  $K$ 、繫留角を  $\alpha_s$  として

$$F_{Sz} = -4Kz_0 \sin^2 \alpha_s \dots\dots\dots (7)$$

式 (3), (5), (6), (7) を式 (1) に代入すると、無次元運動方程式として次式が得られる。

$$(q_0 + C_M q) \ddot{z}_0 / g + (1 + K') z_0 / h - C_D (w_b - \dot{z}_0) |w_b - \dot{z}_0| / 2gh = C_I p_b / \rho gh \dots\dots (8)$$

ただし、 $q_0$  と  $q$  は繫留前と後の吃水深の水深  $h$  に対する比であり、 $K' = 4K \sin^2 \alpha_s / \pi \rho g a^2$ 。この式は浮体の鉛直変位  $z_0$  に関する 2 階の非線形常微分方程式であり、係数  $C_I$ ,  $C_M$ ,  $C_D$  等の値が与えられれば Runge-Kutta-Gill 法等による直接数値積分で容易に解くことができる。入射波が不規則波の場合でも水面変動が時系列で与えられれば、線形フィルタ法により浮体底面位置での鉛直流速  $w_b$  や圧力  $p_b$  を時系列として計算して上式に代入すればよい。

今回実験に用いた模型浮体に対する係数  $C_I$ ,  $C_M$  の値を回折理論より求めたところ、それらの値の虚部は実部に対して無視し得ることがわかった。そこで以下ではこれら係数を実数とみなし、便宜的に  $C_I$  を慣性力係数、 $C_M$  を付加質量係数とよぶことにする。これら係数値は図-1 に示すように周波数の関数となる。横軸は角周波数  $\sigma$ 、水深  $h$ 、重力加速度  $g$  よりなる無次元量  $\sigma^2 h/g$  をとってある。 $C_I$ ,  $C_M$  共に周波数の増加と共に若干減小する傾向があるがその変化は小さい。ここでは特に共振条件近傍での浮体応答に主眼をおいているので、鉛直運

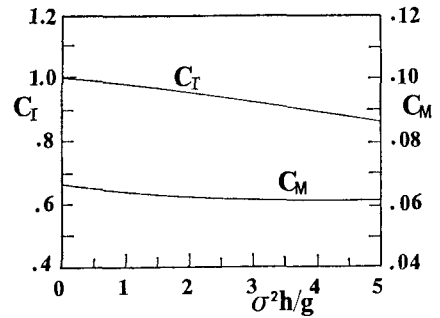


図-1 慣性力係数と付加質量係数

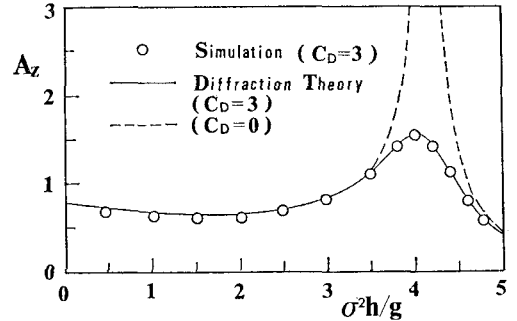


図-2 回折理論解とシミュレーション解

動に対する固有周波数  $f_N = 1.1 \text{ Hz}$  ( $\sigma^2 h/g = 4$ ) に相当する値をとり、慣性力係数  $C_I$  を 0.9、付加質量係数  $C_M$  を 0.062 で代表させる。

これらの係数値を用い抗力係数  $C_D$  は 3 とおいて、浮体の鉛直変位と速度が 0 という初期条件のもとに、波高 2 cm の規則波に対して式 (8) を数値積分して得られたシミュレーション解を、回折理論解と共に図-2 に示す。図の縦軸  $A_z$  は浮体鉛直変位振幅の入射波振幅に対する比である。周波数全域にわたって満足すべき一致が得られている。

#### 4. 規則波に対する応答

規則波に対する実験は波高を  $H = 2 \text{ cm}$  に固定し周期を広範囲に変化させて行ない、共振条件近傍では 1 cm, 3 cm の波高条件を追加した。実験結果を図-3 に示す。

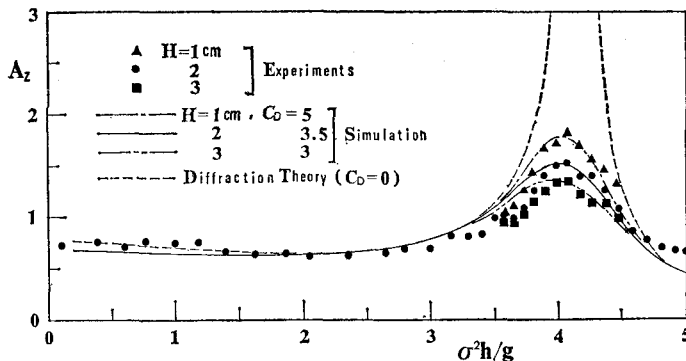


図-3 規則波に対する鉛直応答

共振条件 ( $\sigma^2 h/g \approx 4$ ) 近傍では入射波高の増大と共に無次元鉛直変位  $A_z$  は顕著に減少しており、これは主に浮体と水粒子の相対速度の増大にともなう抗力の効果によるものと判断される。

さて理論解を求める際には抗力係数  $C_D$  の値が必要となる。ここで問題となるのは水面を切って水没する円柱の軸方向抗力に対する抗力係数であり、従来ほとんど研究がなされていない。高ら<sup>6)</sup>が投下木材の水中挙動に関する研究の中で、木材長手方向の抗力係数として  $C_D=4$  という値を報告しているがその詳細は明らかではない。

図-3 にシミュレーション解として示してあるのは、各波高条件に対して共振点での実験値に合致するように定めた抗力係数を用いて計算したものである。波高 1, 2, 3 cm のそれぞれに対して  $C_D=5.0, 3.5, 3.0$  がとられた。波高の増大はレイノルズ数の増加を意味し、それと共に  $C_D$  が減小することは一般的な抗力係数の特性に一致する。しかし、抗力を式 (6) のように浮体底面での相対速度を用いて表現している点や、各波高に対し  $C_D$  を周期によらず一定としている点などは問題であり、今後更に基礎的な研究が必要である。

5. 不規則波に対する応答

(1) 実験結果と数値シミュレーション解の比較

実験に用いた不規則波は 10 種類であり、表-2 にそれぞれピーク周波数  $f_p$ 、ピーク密度  $(S_c)_p$ 、有義波、平均波の波高と周期が示されている。ケース 8 以外の不規則波は、模型浮体の鉛直運動固有周波数  $f_N=1.1$  Hz 付近にスペクトルのピークを有する。ケース 1, 2, 5, 6, 7, 8 は比較的スペクトル幅が狭く、3, 4, 9, 10 のスペクトルの周波数帯域は広い。

表-2 入射不規則波の諸量

| Case No. | $f_p$<br>(Hz) | $(S_c)_p$<br>( $\text{cm}^2 \cdot \text{s}$ ) | $H_{1/3}$<br>(cm) | $T_{1/3}$<br>(sec) | $\bar{H}$<br>(cm) | $\bar{T}$<br>(sec) |
|----------|---------------|-----------------------------------------------|-------------------|--------------------|-------------------|--------------------|
| 1        | 1.12          | 0.47                                          | 1.56              | 0.88               | 1.04              | 0.83               |
| 2        | 1.12          | 1.02                                          | 2.21              | 0.88               | 1.43              | 0.82               |
| 3        | 1.12          | 0.35                                          | 1.98              | 0.93               | 1.29              | 0.81               |
| 4        | 1.12          | 0.89                                          | 2.89              | 0.93               | 0.89              | 0.84               |
| 5        | 1.10          | 0.46                                          | 1.57              | 0.94               | 1.03              | 0.87               |
| 6        | 1.12          | 0.73                                          | 2.06              | 0.94               | 1.34              | 0.87               |
| 7        | 1.12          | 1.12                                          | 2.55              | 0.94               | 1.66              | 0.88               |
| 8        | 0.60          | 1.09                                          | 2.08              | 1.48               | 1.32              | 1.25               |
| 9        | 1.18          | 1.40                                          | 3.45              | 0.97               | 2.28              | 0.89               |
| 10       | 1.12          | 0.91                                          | 2.93              | 0.93               | 1.88              | 0.84               |

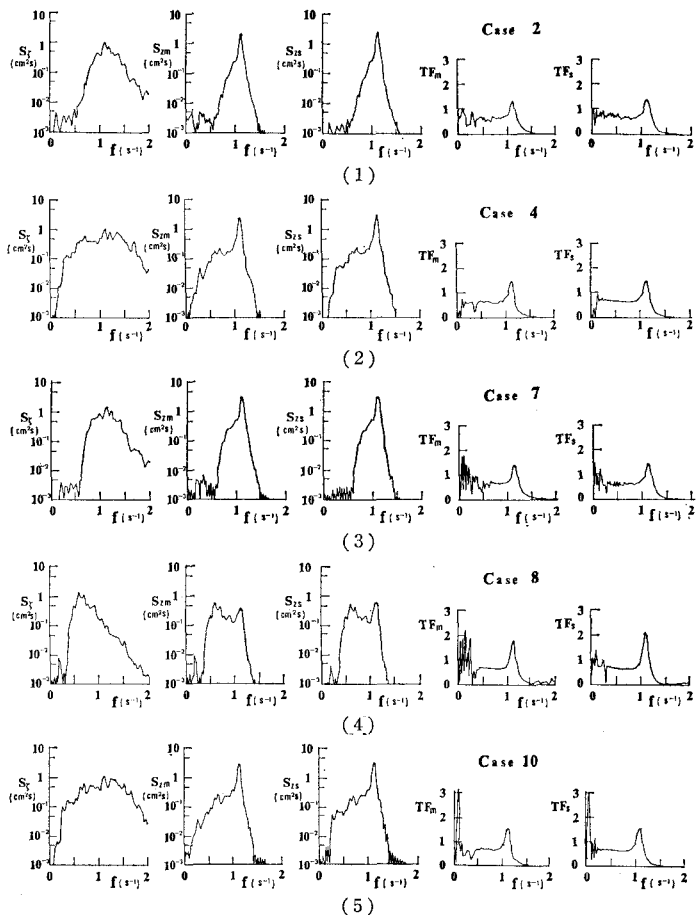


図-4 不規則波に対する鉛直応答

図-4 にはケース 2, 4, 7, 8, 10 に対して, 実測された入射波スペクトル  $S_{\zeta}$ , 浮体鉛直変位スペクトル  $S_{zm}$  ならびに水面変動と鉛直変位のクロススペクトルから計算された伝達関数  $TF_m$  が, 数値シミュレーション解より求まる鉛直変位スペクトル  $S_{zs}$ , 伝達関数  $TF_s$  と共に示されている。鉛直変位のスペクトルは固有周波数でピークを有し入射波の周波数帯域に応じてその帯域も増減する。特にケース 8 では入射波のピークに対応した位置にもピークを有する双峰型のスペクトルが得られている。一方, 伝達関数  $TF_m$  は常に浮体の固有周波数にピークを有し, 規則波に対する応答関数  $A_z$  と極めて似た変化を示す。

数値シミュレーション解より求められた鉛直変位スペクトル  $S_{zs}$  と伝達関数  $TF_s$  を実測された  $S_{zm}$ ,  $TF_m$  と比較すると, 両者は極めてよく一致していることが認められよう。スペクトルの微小な凹凸までよく一致していることは, シミュレーション法の有効性を示すものといえそうである。しかしながらここでもやはり抗力係数  $C_D$  の評価が問題となる。ここに示したシミュレーション解は, 変位スペクトルのピーク値が実測値とほぼ一致するように抗力係数を定めて得られたものであり, その値はケース 1~4, 6, 8 で  $C_D=6.0$ , ケース 5 で  $C_D=6.5$ , ケース 7, 9, 10 で  $C_D=5.5$  と選ばれた。これらの値の大小関係は規則波の場合と異なり, 表-2 に示した有義波高や平均波高の大小に必ずしも対応しない。不規則波は一波毎に波高や周期が変化するが, 各波毎に抗力係数の値を変化させることは物理的にも合理的な扱いとはいえないし, 実際計算上も不可能に近い。不規則波における有効抗力係数の定め方については更に検討を

要する。

## (2) 不規則波応答の簡易評価法について

有効抗力係数の評価の問題を別にすれば, 数値シミュレーション法が相当に有効であることが示されたが, もっと簡便に不規則波応答の概略を評価する方法はないであろうか。対象が線形現象であれば伝達関数を入射波スペクトルと独立に定めうるので, 任意の入射波条件に対して応答スペクトルを容易に計算できる。しかし, 図-3 と 4 に示されるように, 特に共振点近傍では入射波特性に応じて応答(伝達)関数も変化してしまう。逆にいえば, ある入射波スペクトルが与えられた時に, 共振点近傍で適切な値をもつ伝達関数あるいは代表波高を定めることができれば, 周波数全域に対して大過なく応答スペクトルを評価しうるはずである。そこで, 共振周波数に対応する入射波の波高を定めることが問題となる。

一般に不規則波においては, ある周波数を定めてもそれに対応する波高は一意的には定まらない。成分波の重ね合わせとして不規則波を扱う場合に, 周波数  $f_i$  の成分波の振幅  $a_i$  をスペクトル密度  $S_{\zeta}(f_i)$  を用いて

$$a_i = \sqrt{2 \int_{f_i - \Delta f/2}^{f_i + \Delta f/2} S_{\zeta}(f) df} \quad \dots\dots\dots (9)$$

と表わすことがあるが,  $a_i$  の大きさは周波数間隔  $\Delta f$  に依存してしまう。ここで一つの試みとして, スペクトル密度  $S_{\zeta}(f)$  と周波数  $f$  より作られる長さの次元をもつ量,  $\sqrt{S_{\zeta} \cdot f}$  と成分波の波高の関係のみてみよう。水面変動記録にゼロアップクロス法を適用して定義される個々の波を周期 0.1 秒間隔でグループ分けし, 各周期グループ毎にそこに含まれる波の平均波高  $H^*$  を求める。図-5 は  $H^*$  と  $\sqrt{S_{\zeta} \cdot f}$  の比較を例示したものである。波の

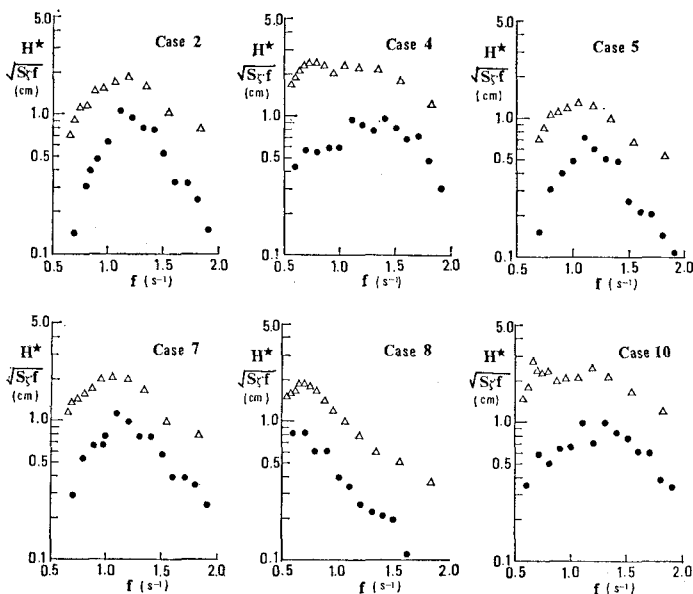


図-5 成分波平均波高  $H^*$  ( $\Delta$ ) と  $\sqrt{S_{\zeta} \cdot f}$  ( $\bullet$ )

出現頻度の極めて低い高・低周波数両側を除けば、両者の間には、

$$H^*=(2\sim 2.5)\sqrt{S_f \cdot f} \cdots \cdots (10)$$

の関係がほぼ成立している。

浮体の不規則波応答の問題に戻って、不規則波実験より得られた伝達関数を規則波に対する応答関数  $A_z$  と比較することにより、各ケース毎に代表波高  $H_e$  を決定する。上述のことより、この代表波高  $H_e$  と固有周波数での入射波スペクトル密度  $S_z(f_N)$  の平方根の間には比例関係が期待される。図-6 に全 10 ケースに対する両者の関係が示されており、おおよそ

$$H_e=2.6\sqrt{S_z(f_N)}\simeq 2.5\sqrt{S_z(f_N)\cdot f_N} \cdots \cdots (11)$$

の関係が成立する。したがって、入射波のスペクトルが

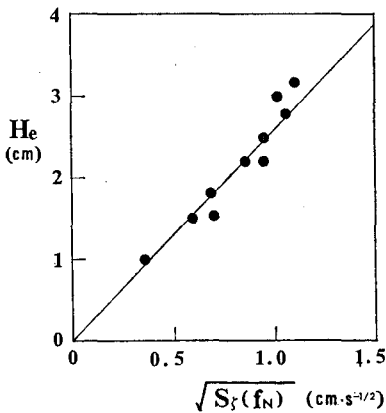


図-6 鉛直応答代表波高と固有周波数  
スペクトル密度

与えられれば固有周波数でのスペクトル密度より式(11)を用いて代表波高  $H_e$  を定め、その代表波高に対する規則波応答関数を伝達関数として用いることにより、不規則波応答を評価できることになる。ただし、式(11)あるいは式(10)の関係に対する物理的説明は与えられておらず、係数値の普遍性についてもまだまだ問題があるう。

## 6. 結 語

円筒形浮体の不規則波応答に関して、実験と理論解析により検討した。数値シミュレーションの有用性が確認されたが、抗力係数については更に検討が必要である。不規則波応答の簡易予測法に対する検討も未だ不十分であるが、ここに示された結果は浮体応答のみならず一般の非線形な不規則現象の扱いにも一つの示唆を与えるものと思われるので、今後も研究を継続していく予定である。

## 参 考 文 献

- 1) 堀川清司・渡辺 晃: 円筒形浮体と浅海波の相互作用, 第19回海講論文集, pp. 419~425, 1972.
- 2) 堀川清司・渡辺 晃・山田恭央: 浅海波による円筒形浮体の運動, 第28回年講講演集, pp. 35~36, 1973.
- 3) 堀川清司・渡辺 晃・丸山康樹: 係留円筒浮体の応答特性と索張力, 第21回海講論文集, pp. 507~513, 1974.
- 4) 渡辺 晃: 波による円筒形浮体の運動, 第25回海講論文集, pp. 377~381, 1978.
- 5) 渡辺 晃・島田保之・堀川清司: 不規則波に対する繫留円筒浮体の応答, 第26回海講論文集, pp. 480~484, 1979.
- 6) 高 隆二・木村 弘・菊池 孝: 投下木材の水中挙動, 第25回海講論文集, pp. 589~592, 1978.