

不規則波による海中構造物の変位の確立特性

木村 晃*・瀬山 明**・浜島 幹雄***

1. はじめに

波の内部機構から波力を算定するモリソン式はある瞬間における水粒子速度と加速度から同時刻の波力を求める zero-memory 型の変換式である。すなわち、波力の算定にはそれ以前、以後のいずれの波の情報も必要でない。

一方、波力から構造物の変位への変換は、それ以前に作用した波力の履歴が問題となる memory 型のプロセスである。このため外力が非定常な場合、構造物の変位は過渡応答の積みかさねとして算定することが必要であるが、不規則であるが故に波の履歴を特定することは困難であるため、従来はスペクトル解析法により成分波による定常応答の重ね合わせとして構造物の応答解析を行ってきた。しかしこの方法では変位の rms 等平均的な特性の推定は可能であるものの異常波浪の作用時に安全基準を超過する変位の有無、その頻度あるいは最大変位の程度、稼働率に及ぼす影響等に関する情報は得ることができない。このため変位の確率特性そのものを知ることが必要となってくるわけであるが、従来は Borgman¹⁾ が長時間数値シミュレーションによる推定の可能性を示している程度であり、系統的な研究はみられなかった。この研究は、従来この種の研究のネックになっていた波の履歴の算定に波の連の概念を導入して構造物の変位の確率特性の算定法を提案するとともに、その特性を検討したものである。

2. 構造物の変位応答

この研究では 図-1 (a) に示すような柱状構造物で、砕波帯より沖に設置されたものを対象とし、以下の仮定のもとに論議を進めた。(1) ゼロアップクロス法で定義した波の内部機構は微小振幅波理論に補正係数をかけたもので近似できる。(2) 波力はモリソン式で算定できる。(3) 波力による構造物の変位は微小であり、構造物は線型 1 自由度系と見なし得る。(4) 不規則波は狭帯域スペクトルを持ち、ゼロアップクロス波の周期はほぼ一定で

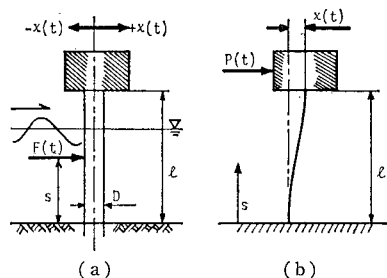


図-1 柱状海中構造物と等価系

ある。

通常、構造物の固有振動数は共振を防ぐため外力の周波数帯をさけるように設計されている。したがって、ここで対象とする柱状構造物の場合その固有周期は入射波の周期に比して十分小さいと考えてよく、共振による変位は一応無視できるものとする。このため構造物が大きく変位するのは波高の大きな波の作用時に限られる。一方、現地の不規則波浪では波高の大きな波の周期は平均周期の 1.1 倍付近に集中する傾向があり²⁾、この意味において (4) の仮定は必ずしも一般性を失うものではない。

円柱に作用する全波力は仮定より

$$F(t) = \frac{Ca c^2 w D \pi^2 H^2 (2kh + \sinh 2kh)}{8g T^2 \sinh^2 kh} \times |\cos(kx - \omega t)| \cos(kx - \omega t) + \frac{Cm c w D^2 \pi^3 H}{2g k T^2} \sin(kx - \omega t) \dots\dots\dots (1)$$

で与えられる。ここに、 Ca : 抗力係数、 Cm : 慣性力係数、 D : 円柱の直径、 w/g : 単位体積あたりの流体の質量、 H : 波高、 T : 周期、 h : 水深、 k : 波数、 ω : 角周波数、 c : 微小振幅波理論の補正係数である。ここで

$$\left. \begin{aligned} F_a &= \frac{Ca c^2 w D^3 (2\xi + \sinh 2\xi) \zeta^2}{16 \sinh 2\xi} \\ F_m &= \frac{Cm c w D^3 \pi \zeta \sinh \xi}{8 \cosh \xi} \\ \theta &= kx - \omega t, \quad \zeta = H/D, \quad \xi = kh \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

とおけば式 (1) は

$$F(\theta) = F_a |\cos \theta| \cos \theta + F_m \sin \theta \dots\dots\dots (3)$$

のように書ける。この式をフーリエ級数展開により線型

* 正員 工博 鳥取大学助教授 工学部海洋土木工学科

** 正員 工博 鳥取大学教授 工学部海洋土木工学科

*** 正員 国鉄名古屋鉄道管理局

化し、同時に構造物を図-1(b)のように等価体系に変換すると、この系に作用する外力 $P(\theta)$ は次式で与えられる³⁾。

$$P(\theta) = F_m f_m \sin \theta + \frac{8}{3\pi} F_a f_a \sin(\theta + \pi/2) \\ + \frac{8}{15\pi} F_a f_a \sin(3\theta + \pi/2) + \dots \quad (4)$$

但し

$$\left. \begin{aligned} f_m &= 3(\bar{s}_m/l)^2 - 2(\bar{s}_m/l)^3 \\ f_a &= 3(\bar{s}_a/l)^2 - 2(\bar{s}_a/l)^3 \\ \frac{\bar{s}_m}{l} &= \frac{\xi \sinh \xi - \cosh \xi + 1}{\xi \sinh \xi} \cdot \frac{h}{l} \\ \frac{\bar{s}_a}{l} &= \frac{2\xi \sinh 2\xi + 2\xi^2 - \cosh 2\xi + 1}{2\xi \sinh 2\xi + 4\xi^2} \cdot \frac{h}{l} \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

であり、図-1に示すように、 l は上部載荷面の海底からの高さ、 $\bar{s}_a$ 、 $\bar{s}_m$ はそれぞれ抗力および慣性力の平均作用点の高さである。この研究では式(4)の4項目以下は微小として無視した。

荷重を含む構造物の質量を M 、減衰定数を C 、バネ定数を K とすれば式(4)が作用した時の等価系の変位は仮定より微分方程式

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = P(\theta) \quad (6)$$

を解けば得られる。また、系全体の変位は式(4)の各項が単独に作用した場合に得られる変位の和として求めることができる。いま式(6)の $P(\theta)$ のかわりに

$$P(\theta) = \begin{cases} P \sin(\alpha\omega t + \varphi) & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

とおく、つまり入射波の1周期分だけ力が作用した場合、変位は式(6)から

$$x(t) = \frac{Pe^{-h\omega n t} [e^{h\omega n \tau} \cos\{(\alpha\omega + \omega_a)\tau - \omega_a t + \varphi - \beta_1\}]'_{\tau=0}}{2M\omega_a \sqrt{(h\omega n)^2 + (\alpha\omega + \omega_a)^2}} \\ - \frac{Pe^{-h\omega n t} [e^{h\omega n \tau} \cos\{(\alpha\omega - \omega_a)\tau + \omega_a t + \varphi - \beta_2\}]'_{\tau=0}}{2M\omega_a \sqrt{(h\omega n)^2 + (\alpha\omega - \omega_a)^2}} \quad (7)$$

となる。ここに $\omega_n = \sqrt{K/M}$ 、 $\omega_a = \omega_n \sqrt{1-h^2}$ 、 $h = C/2\sqrt{MK}$ 、 $\beta_1 = \tan^{-1}(\alpha\omega + \omega_a)/h\omega_n$ 、 $\beta_2 = \tan^{-1}(\alpha\omega - \omega_a)/h\omega_n$ であり、積分の上限 t' は $0 \leq t \leq T$ の時 $t' = t$ 、 $t > T$ の時 $t' = T$ となる。これより、式(4)の第1項による変位 x_{11} は式(7)で $P = F_m f_m$ 、 $\alpha = -1$ 、 $\varphi = 0$ とすれば得られる。以下同様に第2項による変位 $x_{12}(t)$ は $P = 8F_a f_a / 3\pi$ 、 $\alpha = -1$ 、 $\varphi = \pi/2$ 、第3項による変位 $x_{13}(t)$ は $P = 8F_a f_a / 15\pi$ 、 $\alpha = -3$ 、 $\varphi = \pi/2$ をそれぞれ代入すれば求められる。最終的に $t=0$ から T まで波が間欠的に作用した時の構造物の変位 $x_1(t)$ は

$$x_1(t) = x_{11}(t) + x_{12}(t) + x_{13}(t) \quad (8)$$

で与えられる。

3. 構造物の整定時間と波の履歴

図-2の上部の図は不規則波形とゼロアップクロス法

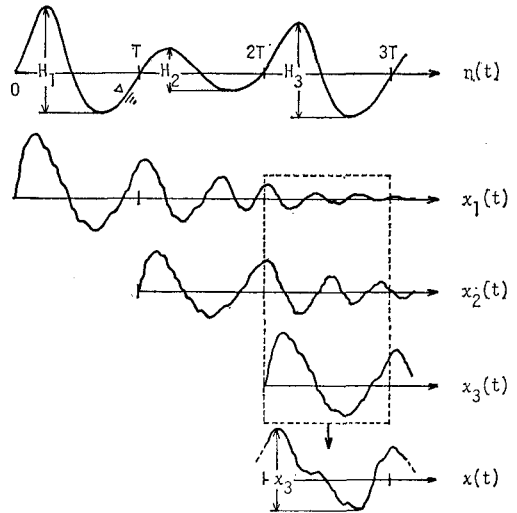


図-2 作用外力の履歴

による波高、周期の定義を示したもので、図の中央に示すように第1波目の波だけが間欠的に作用すると、作用の開始とともに構造物は変位し始めるが、作用が終了してもしばらくは変動が続く。2波目、3波目の波についても同様である。 $t=0$ において構造物が静止の状態にあったとすると、一般に第 n 波目の波が作用している間の構造物の変位 $x(t)$ は図の下部に示すように、

$$x(t) = \sum_{i=1}^n x_i(t) \quad (9)$$

で与えられる。ただし $x_i(t)$ は i 番目の波1波による構造物の変位

$$x_i(t) = \begin{cases} x_i(t) & t > (i-1)T \\ 0 & 0 \leq t < (i-1)T \end{cases} \quad (10)$$

であり、式(8)を各波の作用開始にあわせて時間をずらせたものである。

式(9)からわかるように、原理的には後位の波ほど数多くの波の影響を受けることになる。しかし図からもわかるように、間欠的な1波による変位は波の作用が終了するとともに減衰し始め、その影響はあまり後には及ばない。この影響をどの程度まで考慮すべきかという点に関する明確な基準はないが、ここでは1つの目安として構造物の変位応答の整定時間 T_s を用いた。図-3は式(6)で示される微分方程式のインディシャル応答を示したものであるが、 T_s はインディシャル応答が平衡値の $\pm 5\%$ 以内に入るのに要する時間として定義され、以後の変動はほとんど無視し得る。図からもわかるように、 T_s は減衰比 C/C_0 とともに変化し、これが大きくなるほど T_s も大きくなる。この値が入射波の周期の何周期分になる

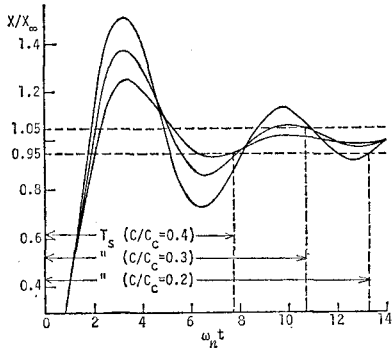


図-3 線型1自由度系のインディシャル応答

表-1 考慮する必要のある波の履歴

C/C_0	0.01	0.02	0.03	0.05	0.07	0.1	0.2
ω/ω_n							
0.02	1	1	1	1	1	1	1
0.05	3	2	1	1	1	1	1
0.1	5	3	2	1	1	1	1
0.2	9	5	4	2	2	1	1
0.3	14	7	5	3	2	2	1

かということで考慮すべき波の履歴(数)が決まるわけである。表-1は考慮すべき波の履歴を C/C_0 , ω/ω_n との関係のもとに示したもので、この表から N という値が読み取れた場合、式(9)の和は作用中の波とそれ以前の N 波の計 $N+1$ 波について取ればよいことになる。つまり第 n 波目の波が作用している間の構造物の変位は次式で与えられる。

$$x(t) = \sum_{i=n-N}^n x_i(t) \quad [(n-1)T \leq t < nT] \quad \cdots(11)$$

この間の $x(t)$ の最大値と最小値の差を x_n として以後の解析に用いる。

しかし不規則波の場合 $N+1$ 波の波でもその組み合わせは無限に存在するため式(11)をすべての波の組み合わせについて行うことは困難である。そこで、ここでは次のように波高をランク分けして各ランクの波高をその中央値で代表させ、有限個の波高について連続する $N+1$ 波のすべての組み合わせについて検討する。ところがこのすべての組み合わせが同じ確率で出現するわけではなく、出現しやすい組み合わせとそうでない組み合わせが存在する。この特性を考慮するためここでは著者らによる波の連の理論⁹⁾を用いる。

ランクは波高を平均波高で正規化し、適当な間隔 h_* ごとに区別する。ランクの上限は平均波高 $\bar{H}$ の4倍程度に取れば十分である。今連続する $N+1$ 波が順にランク $j_1, j_2, \dots, j_{N+1}$ に入ったとするとこの組み合わせの出現確率は

$$P(j_1, j_2, \dots, j_{N+1}) = p_{j_1} p_{j_1 j_2} \cdots p_{j_N j_{N+1}} \quad \cdots(12)$$

で与えられる。ここに p_{j_1} は最初の波がランク j_1 に入る確率、 $p_{j_1 j_2}$ は隣り合う波がランク j_1, j_2 に入る確率、

以下も同様であり、波高の確率分布が Rayleigh 分布をする場合次式で与えられる。

$$p_{j_1} = \int_{(j_1-1)h_*}^{h_*} P(H) dH \quad \cdots(13)$$

$$p_{j_1 j_2} = \frac{\int_{(j_1-1)h_*}^{j_1 h_*} \int_{(j_2-1)h_*}^{j_2 h_*} P(H_1, H_2) dH_1 dH_2}{\int_{(j_1-1)h_*}^{j_1 h_*} P(H) dH} \quad \cdots(14)$$

但し

$$P(H) = \frac{\pi H}{2 \bar{H}^2} \exp \left\{ -\frac{\pi}{4} \left(\frac{H}{\bar{H}} \right)^2 \right\} \quad \cdots(15)$$

$$P(H_1, H_2) = \frac{H_1 H_2}{A \bar{H}^4} I_0 \left(\frac{H_1 H_2 \rho}{A \bar{H}^2} \right) \times \exp \left\{ -\left(\frac{H_1^2 + H_2^2}{\pi A \bar{H}^2} \right) \right\} \quad \cdots(16)$$

ここに I_0 は0次の変形ベッセル関数であり、 $A=4/\pi^2 - \rho^2$ である。式(15)は Rayleigh 分布、式(16)は2次元 Rayleigh 分布である。 ρ は相関パラメーターであり、次式を介して隣り合う波高の相関係数 r_h から求めることができる。

$$r_h = \{E(\pi \rho / 2) - (1/2)(1 - \pi^2 \rho^2 / 4)K(\pi \rho / 2) - \pi / 4\} / (1 - \pi / 4) \quad \cdots(17)$$

ここに K, E はそれぞれ第1種および第2種完全楕円積分である。 r_h は合田のスペクトル尖鋭度パラメーター Q_p と密接な関係があり、スペクトル形がわかればほぼ決定することができる。

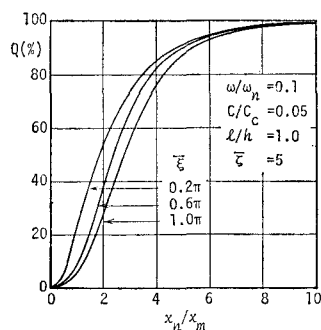
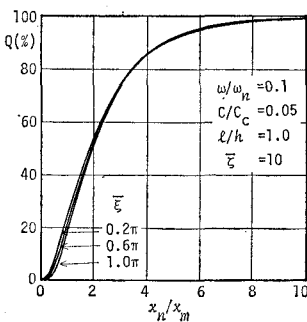
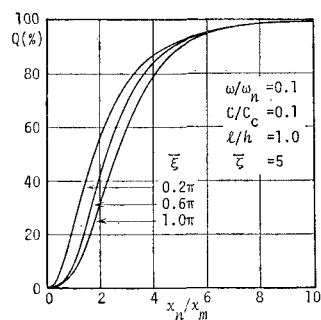
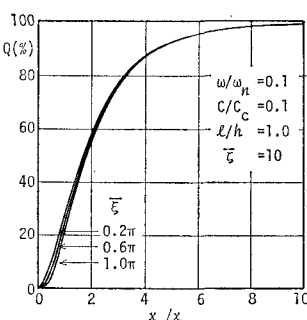
4. 変位の確率特性

ここまでの説明をもとに、1例として0から $4\bar{H}$ までの波高を m 個のランク ($h_* = 4\bar{H}/m$) に区分けし、各ランクの波高をその中央値で代表させた場合について確率分布の具体的な算定法を説明する。

あらかじめ式(8)により m 個のランクごとに間欠的な1波による構造物の変位と、式(13), (14)により p_{j_k} , ($k=1, \dots, m$), $p_{j_k j_l}$, ($k, l=1, \dots, m$) を求めておく。

表-1から考慮すべき波の履歴が N と与えられた場合、適当な $N+1$ 波の組み合わせに対してまず各波を h_* どのランクに区別する。つぎにあらかじめ準備しておいた値から必要なものを選び式(11), (12)に代入すれば構造物の変位 x_n と出現確率を求めることができる。また連続するすべての波の組み合わせ(総数 m^{N+1})についてこれを行い、得られた変位を再度適当なランクに区別し、それぞれのランクごとに出現確率の和を取れば構造物の変位の確率特性を知ることができる。

図-4(a), (b) および 図-5(a), (b) はこうして求めた変位の非超過確率 $Q(x)$ の1例を示したもので、図中に示すように、図-4は $C/C_0=0.05$ 、図-5は $C/C_0=0.1$ で両図とも (a) は $\xi (= \bar{H}/D)=5$, (b) は $\xi=10$

(a) $\bar{\zeta}=5$ (b) $\bar{\zeta}=10$ 図-4 変位の非超過確率 ($C/C_c=0.05$)(a) $\bar{\zeta}=5$ (b) $\bar{\zeta}=10$ 図-5 変位の非超過確率 ($C/C_c=0.1$)

とした場合の結果を示したもので共に $h/l=1$, $\omega/\omega_n=0.1$, $C_d=1.0$, $C_m=2.0$, $c=1.0$ とし $\bar{\zeta}(=2\pi h/\bar{L})$ を 0.2π , 0.6π , 1.0π と変化させて計算した。これらの条件では表-1 から $N=1$ で、考慮すべき波の組み合わせは 2 となる。式 (16) の相関パラメーターは十分発達した風波である Pierson 型スペクトルにほぼ対応する $\rho=0.25$ を用いた。なお各図とも変位は平均波の波力における式 (4) の第 2 項が単独に作用した時の構造物の定常応答の振幅の 2 倍

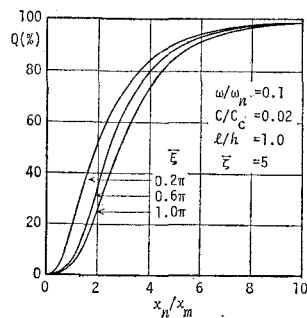
$$x_m = 16\bar{F}_a f_d / 3\pi K \sqrt{[(\omega/\omega_n)^2 - 1]^2 + 4\bar{h}^2(\omega/\omega_n)^2} \quad (18)$$

で割って正規化してある。

図からわかるように、 $\bar{\zeta}$ の増加とともに分布が右に移動しており、大きな変位の出現確率が增大する。特にこれは $\bar{\zeta}$ の小さい場合に顕著であり、 $\bar{\zeta}$ が大きくなると逆に $\bar{\zeta}$ の影響は小さくなる。これは著者らが先に示した波力の確率特性⁵⁾と同じ傾向であり、 $\bar{\zeta}$ の増加とともに、浅海域の変位の確率特性がしだいに長波域のものに漸近する傾向を示す。

つぎに前波の影響をかなり受ける $N=3$ の場合の結果の 1 例を示す。図-6 は他の条件は図-4, 5 の (a) と同じであるが $C/C_c=0.02$ とした場合の結果である。

図-4, 5 に比して分布形状が幾分右に移動し、大きな

図-6 変位の非超過確率 ($N=3$)

変位の出現確率が增大しており、例えば $\bar{\zeta}=1.0\pi$ の 90% 非超過確率変位は $C/C_c=0.1$ の場合の 1.2 倍に増加する。一方、 ω/ω_n の効果は C/C_c より顕著であり、その増加とともに大きな変位の出現確率が急激に増大する。

5. おわりに

この研究は不規則波による柱状海中構造物の変位の確率特性についてその算定法を示すとともに、2, 3 の結果についてその特性を検討したものである。ここでは簡単のために単柱を対象として検討したが、より一般的な多柱構造の場合、(1) 例えば Harleman ら³⁾の手法により図-1 (b) のような等価系へ変換する。(2) 構造物全体に作用する波力は波の入射角も含めて例えば Borgman⁶⁾による変換定数を用いて計算する。以上の準備をすれば、後はここで示した方法でその変位の確率特性を知ることができる。

具体的な計算に際して、ここでは式 (13), (14) のように、波高を h_* ごとの等しい間隔に分割したが、大きな変位の出現確率の計算精度の向上には、波高の大きな部分でランク幅を小さくする等の工夫が望ましいが、その場合も検討すべき波の総数 m^{N+1} が $10^4 \sim 10^5$ 程度になるように m の値を選べば十分である。

最後に本研究は文部省科学研究費 (代表者土屋義人教授) による研究の一部であることを付記して感謝の意を表す。

参考文献

- 1) Borgman, L. E.: Ocean wave simulation for engineering design, Proc. ASCE, Vol. 95, WW4, pp. 557~583, 1969.
- 2) 合田良実: 港湾構造物の耐波設計, 鹿島出版会, 237 p., 1977.
- 3) Harleman, D. R. F., W. C. Nolan and V. C. Honsinger: Dynamic analysis of offshore structures, Proc. 8th Conf. Coastal Engg., pp. 482~499, 1962.
- 4) Kimura, A.: Statistical properties of random wave

- groups, Proc. 17th Conf. Coastal Engg., 1980 (Printing).
- 5) 木村 晃・瀬山 明・上野 晃: 円柱に作用する不規則波の波力の確率特性, 第 27 回海岸工学講演会論文集, pp. 373~377, 1980.
- 6) Borgman, L. E.: Spectral Analysis of ocean wave force on piling, Proc. ASCE, WW2, pp. 129~155, 1967.
-