

越波による伝達波高

倉 田 克 彦*

1. ま え が き

防波堤で囲まれた港内水域の静穏度は、港内に生じる波、すなわち港口よりの回折波と防波堤天端上の越波による伝達波ならびに防波堤捨石部からの透過波が合わさった波の波高によって定められる。港口よりの回折波については、各種の数値計算法¹⁾あるいは回折図²⁾を用いることによって、その波高分布を求めることが可能である。防波堤捨石部からの透過波高については、実験値とよい一致を示す計算法が提案されている³⁾。

一方、越波による伝達波についても多くの研究がなされており⁴⁾、それらの結果によれば、入射波が単一の周期(周波数)を持つ規則波の場合にも、伝達波には、入射波の周波数の2倍、3倍、…の周波数を有する高周波数成分が含まれることが見だされており、また、伝達波形の場所による違いは、このような高周波数成分波間の干渉によるものではないかと推論された⁴⁾。このような現象は潜堤背後の伝達波形においても見られ⁵⁾、越波或いは碎波のような水塊の水面への打込み現象によって生じる波に特有なものと思われる。

この越波による伝達波は、越波によって生じる初期水面上昇(Initial Surface Elevation)に起因する所謂コーシー・ポアソン波(Cauchy-Poisson Wave)を入射波の周期と同じ時間間隔でずらせて重ね合わせた波として取扱えばよく、場所による伝達波形の違いは、たんに重ね合わされる波に含まれる成分波の位相速度、振幅の違いによるものであることが著者らによって明らかにされた⁶⁾。しかし、文献(6)においては伝達波の有する周波数特性についての定性的な検討にとどまり、波高或いは成分波の振幅すなわち波高伝達率に関する定量的な検討はなされなかった。この定量的な検討に関しては、防波堤を含むコントロール・ボリューム(Control Volume)内においてエネルギー保存則を用い、実験により得られる反射率、防波堤上でのエネルギー損失係数および、防波堤への波の打上げ時の水面形等の函数として波高伝達率が表わされ、その結果が実験値と比較的よく一致することが報告されている⁷⁾。

本論文においては、文献(6)と同様に越波による伝達波を Initial Surface Elevation によって生じる所謂コーシー・ポアソン波の重ね合わせとして表現した場合の波高伝達率の計算値を実験値と比較して、その算定法の妥当性を調べた。

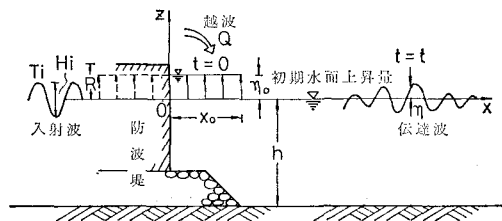
2. 波高伝達率の計算法

(1) 波高伝達率の計算式

図—1に示すように、時刻 $t=0$ における越波によって、防波堤背後の一樣水深 h なる水域の幅 x_0 なる区間において一樣な水面上昇 η_0 が生じ、それが原因で起こる波の、防波堤背面から距離 x の位置での時刻 $t=t$ における波形 η は次式のように表わされる⁸⁾。

$$\eta(x, t) = \eta_0 \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{s} \cdot \sin\left(\frac{x_0 s}{h}\right) \cdot \cos\left(\frac{x s}{h}\right) \times \exp\left(-i\sqrt{\frac{g}{h}} s \cdot \tanh s t\right) ds \dots\dots\dots (1)$$

式中 g : 重力の加速度, s : 助変数, $i = \sqrt{-1}$ である。なお、初期水面上昇および波動は $O-xz$ 平面で記述される2次元的なものとし、更にそれらは z 軸に関して対称であるとする。



図—1 初期水面上昇と伝達波

いま、 $\eta' = \eta/H_i$, $\eta'_0 = \eta_0/H_i$, $X_0 = x_0/h$, $X = x/h$ および $\tau = t\sqrt{g/h}$ なる無次元量を導入し、更に $u^2 = s \cdot \tanh s$ なる新たな助変数 u を用いれば式(1)は

$$\eta' = \eta'_0 \frac{4}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin(X_0 s) \cdot \cos(X s)}{s \cdot (\tanh s + s \cdot \operatorname{sech}^2 s)} \cdot u \cdot \exp(-i\tau u) du \dots\dots\dots (2)$$

のように書き直される。なお、 H_i は入射波高である。

上式で表わされる波形 η' は、 $X \gg X_0$ の場合には定常

* 正会員 工修 大阪市立大学助手 工学部土木工学教室

位相法 (Stationary Phase Method) によって比較的精度よく計算されるが⁸⁾, X が X_0 に比してあまり大きくない場合には, 定常位相法ではあまり満足いく結果は得られない⁶⁾. いま文献 (6) にならって次のようにおく.

$$\left. \begin{aligned} \Delta u &= 2\pi/(N\Delta\tau), \quad N=2^n \\ \Delta\tau &= \tau_i/M, \quad M=2^m \\ u &= k \cdot \Delta u \equiv u_k, \quad \tau = l \cdot \Delta\tau \equiv \tau_l \\ \tau_i &= T_i \sqrt{g/h} \\ T_i: &\text{時間に関する基準値=入射波の周期} \\ M, N: &\text{別に定められる整数} \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

式 (3) を用いて式 (2) を離散化すれば

$$\begin{aligned} \eta'(X, \tau) &\equiv \eta'(X, l) \\ &= \eta'_0 \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^N \frac{\sin(X_0 s) \cdot \cos(Xs)}{s \cdot (\tanh s + s \cdot \operatorname{sech}^2 s)} \cdot u_k \\ &\quad \times \exp\left(-i \frac{2\pi k l}{N}\right) \cdot \frac{2\pi}{N\Delta\tau} \dots (4) \end{aligned}$$

のようになり,

$$Y_k = \frac{\sin(X_0 s) \cdot \cos(Xs)}{s \cdot (\tanh s + s \cdot \operatorname{sech}^2 s)} u_k \dots (5)$$

のようにおけば, 式 (4) は次のように書ける.

$$\eta'(X, l) = \eta'_0 \frac{8}{N\Delta\tau} \sum_{k=0}^N Y_k \cdot \exp\left(-i \frac{2\pi k l}{N}\right) \dots (6)$$

式 (6) より, η' は Y_k を複素フーリエ変換して, その実数部をとることによって求められる. 実際の計算においては, この複素フーリエ変換は FFT 法によりおこなった.

越波は入射波の周期 τ_i ごとに繰返される現象であるので, K 回の越波が生じた後の堤内側水域における波形 ξ は

$$\begin{aligned} \xi(X, \tau) &\equiv \xi(X, l) = \sum_{j=0}^{K-1} \eta'(X, \tau - j\tau_i) \\ &= \sum_{j=0}^{K-1} \eta'(X, l - jM) \dots (7) \end{aligned}$$

のように, η' を τ_i (あるいは M) づつずらせて $(K-1)$ 回重ね合わせることによって表わされると考えればよい

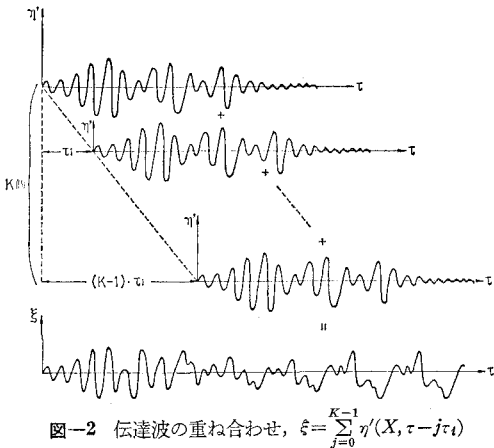


図-2 伝達波の重ね合わせ, $\xi = \sum_{j=0}^{K-1} \eta'(X, \tau - j\tau_i)$

(図-2 参照).

このようにして得られた伝達波形 ξ の, 入射波の 1 周期間に相当する時間間隔 τ_i 中での最大値を $\xi_{\max}$, 最小値を $\xi_{\min}$ とすれば, 波高伝達率 $[K]_0$ は

$$[K]_0 = \xi_{\max} - \xi_{\min} \dots (8)$$

のようにして求まる (図-3 参照). 本論文では, $[K]_0$ がほぼ同じ値を示すようになった後の 3 波~5 波分の $[K]_0$ の平均値を波高伝達率の計算値とした.

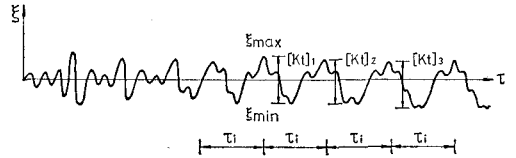


図-3 波高伝達率, $[K]_0 = \xi_{\max} - \xi_{\min}$

(2) 計算に用いる数値

計算における M および N の値は次のようにして定めた. 式 (4)~式 (6) における η'_0 , X_0 および X の値を一定に保ち, $M=4\sim 24$, $N=64\sim 4096$ に変化させて波形 η' の変化を調べ, ほぼ同じ η' を示す M, N のうちの最小の M, N の値 $M=16$ および $N=256$ を採用した. 但し入射波の周期が比較的短かい場合には $N=512$ とした.

図-4 に示す防波堤背後の計算および実験により得られた伝達波の周波数特性を比較した結果では, 静水面上の防波堤天端高 R と入射波高 H_i との比 $R/H_i=0.95$, 0.78 および 0.56 , 入射波周期 $\tau_i=6.35$ なる波に対しては, $X_0=0.05$, 0.1 および 0.7 にとればよいことが報告されている⁶⁾. この防波堤および同じような断面を有する護岸の越波に関する実験結果⁹⁾ を用いて, この防波堤の $R/H_i=0.95$, 0.78 および 0.56 の場合の越波量 Q を推定し (図-5 参照), X_0 を

$$X_0 = Q/(\alpha R h) \dots (9)$$

のように仮定すれば, 近似的に $\alpha=0.75$ となる.

初期水面上昇量 η_0 , その分布幅 x_0 および越波量 Q との間に次のような関係を仮定すれば

$$Q = \eta_0 x_0 \dots (10)$$

η_0 は次式のように越波量 Q に拘わらず, 静水面上の防波堤天端高 R のみによって定まる.

$$\eta_0 = 0.75 R \dots (11)$$

但し, 式 (9) および式 (11) は実際計算には簡便式で

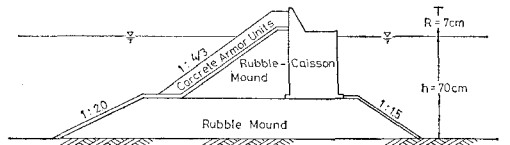


図-4 消波用異型ブロック被覆混成防波堤 (防波堤A)

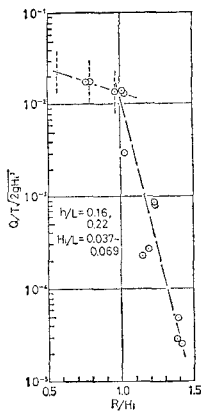


図-5 異型ブロック被覆防波堤および護岸の越波量

はあるが、理論的根拠が十分でないため、今後更に検討する必要がある。

3. 波高伝達率の実験値と計算値との比較

(1) 波高伝達率に関する実験^{8),9)}

図-4 および 図-6 に断面を示した防波堤の波高伝達率を実験により求めた。防波堤の越波量は、波高伝達率の実験と同時に測定できなかったため、図-5 および 図-7¹⁰⁾ に示した同じような断面形状を有する防波堤あるいは護岸の越波に関する実験結果を参考にして推定した。

実験により得られた伝達波形は、入射波高が大きいくほど、すなわち越波量 Q が多いほど、見掛け上入射波と同じ周期を有する成分波の振幅が大きくなって、その上に2倍、3倍周期数を持つ振幅の小さな波がのるように

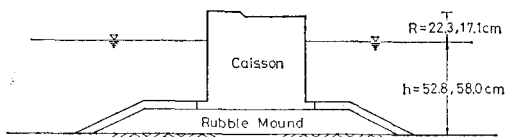


図-6 混成防波堤 (防波堤B)

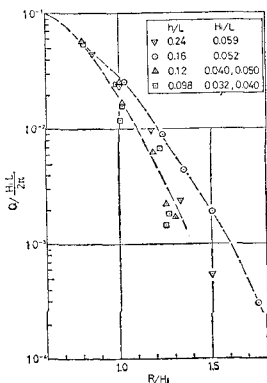


図-7 直立護岸の越波量

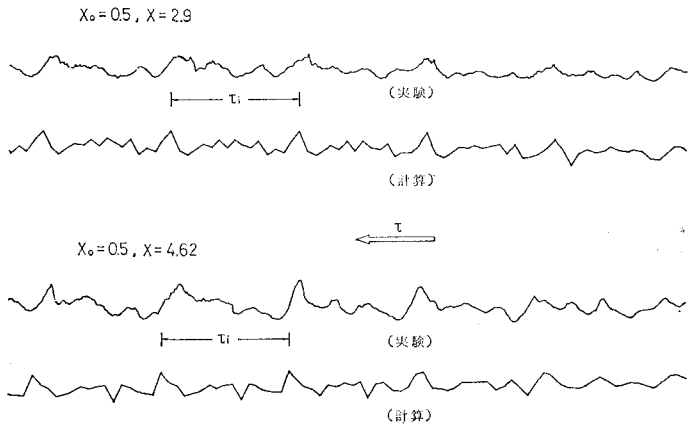


図-8 伝達波形の比較 (防波堤B)

なる。その例を 図-8 に示す。

(2) 波高伝達率の実験値と計算値との比較

η_0 は式 (11) のように与えられるので、推定された越波量 Q と η_0 とを式 (10) に代入すれば x_0 が求まる。このようにして得られた x_0 , η_0 を用いて、伝達波形および波高伝達率 $[K_t]_e$ を計算した。伝達波形の例と、波高伝達率 $[K_t]_e$ をそれぞれ 図-8 および 表-1 に示す。

表-1 波高伝達率

防波堤断面	水深 h (cm)	入射波			波高伝達率		
		周期 T_i (s)	波高 H_i (cm)	相対 天端高 R/H_i	水面上昇 η_0 の分 布幅 $X_0 = x_0/h$	実験値 $[K_t]_e$	計算値 $[K_t]_c$
B (図-6)	58.0	2.2	31.1	0.55	0.25	0.38	0.33
			38.9	0.44	0.50	0.28	0.28
		2.2	36.0	0.62	0.25	0.28	0.34
			31.8	0.70	0.17	0.29	0.32
	52.8	1.69	29.3	0.76	0.085	0.27	0.32
			27.1	0.82	0.065	0.28	0.31
		1.52	21.5	1.04	0.013	0.16	0.19
			25.0	0.89	0.023	0.23	0.27
A (図-4)	70.0	1.70	12.6	0.56	0.7	0.25	0.24
			9.0	0.78	0.7	0.11	0.11

実験により得られた伝達波形・時間曲線においては、計算波形における時刻 $\tau=0$ に対応する時刻を定め難かったため、実験波形と計算波形のそれぞれにおける比較的明瞭な第1番目の山が生じる時刻を一致させて、互いの波形を比較した。

図-8 にその例を示すように、実験および計算による伝達波形は互いに比較的よく似かよっており、伝達波は時間とともに徐々にその振幅を増し、比較的明瞭な第1番目の波の山が生じてから入射波の周期の数倍の時間が経過した後は、入射波の周期 τ_i と同じ時間間隔ごとにほぼ同じ波形が繰返されるようになる。また、両者の波形の比較的大きな山或いは谷の生ずる時刻もほぼ一致

する。

次に波高伝達率について調べると、表—1 に示すように、その計算値 $[K_t]_0$ は実験値 $[K_t]_e$ よりやや大きくなるが、その差は比較的小さい。すなわち、越波量が比較的多い $X_0=0.5\sim 0.7$ の場合には $[K_t]_e$ と $[K_t]_0$ とはほぼ同じであって、両者の比 $C_T=[K_t]_e/[K_t]_0\approx 1.0$ であるが、越波量が比較的小さい $X_0=0.01\sim 0.25$ の場合には $[K_t]_e$ は $[K_t]_0$ よりやや小さくなって $C_T\approx 0.8\sim 0.9$ となるようである。

波高伝達率に関する合田の提案式¹¹⁾を用いて推定した値 $[K_t]_0$ は、表—1 に示すように実験値或いは計算値より小さくなり、計算値との比をとると $C_T'=[K_t]_e/[K_t]_0\approx 0.5\sim 0.6$ となるようである。すなわち、捨石堤天端上水深 h_1 が比較的深く $h_1/h=0.63, 0.66$ で、しかも入射波高 H_i が大きく入射波が捨石堤上で碎波的になるような場合には、合田による推定値は実験値よりやや小さくなるようである。入射波が碎波状態で防波堤に衝突する場合、波高伝達率は合田による推定値より大きくなることが報告されており¹²⁾、表—1 に示す結果もこのことに関連すると思われるが、ここではそれ以上の検討はおこなわない。

以上の結果より入射波が防波堤直前において碎波的になる場合には補正係数として $C_T\approx 0.8\sim 1.0$ 、そうでない場合は $C_T\approx 0.5\sim 0.6$ を計算値 $[K_t]_0$ に乗ずれば、ほぼ妥当な値が得られると言える。

4. 結 語

本論文において示した伝達波の算定法は、文献 6) の結果をも併せて考えれば、越波による伝達波の周波数特性だけでなく波高伝達率についても旨く説明できる。すなわち、越波によって生じる伝達波は、1回の越波ごとに堤内側水域において生じる所謂コーシー・ポアソン波が単純に重ね合わさったものとして取扱うことができる。言い換えれば、越波による伝達波は、初期水面上昇のような簡単な現象が原因で生じる所謂コーシー・ポアソン波が単純に重ね合わさった、見掛けの複雑さとは違った、その性質においては比較的単純な波である。

波高伝達率の算定において、初期水面上昇量 $\eta_0=0.75R$ を、その分布幅 $x_0=Q/\eta_0$ にわたって一様として得た値は実験値より若干大きくなるが、その差は僅かである。波高伝達率の計算値、実験値および合田による推定値の比較より、入射波が防波堤前面において碎波的となる場合には $C_T\approx 0.8\sim 1.0$ 、そうでない場合には $C_T\approx 0.5\sim 0.6$ なる補正係数を計算値に乗ずればよい。

5. あとがき

本論文においては、初期水面上昇量 η_0 、その分布幅 x_0 および越波量 Q の間に、 $\eta_0=0.75R$ 、 $Q=\eta_0 x_0$ なる簡単な関係を仮定したが、今後これらについてより詳しく調べる必要がある。

本論文における計算は大阪市立大学計算センターの FACOM 230-60 を用いておこない、実験は大阪市立大学河海工学実験場においておこなった。実験およびその結果の取纏めに御協力いただいた大阪市立大学工学部角野昇八助手ならびに当時大阪市立大学工学部学生原田祐司君（現在戸田建設（株）勤務）および金井重夫君（現在武智工務所勤務）に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 例えば、谷本勝利・小舟浩治：数値波動解析法による港内波高分布の計算，第22回海岸工学講演会論文集，pp. 249～253，1975年11月。
- 2) 例えば、運輸省港湾局監修：港湾の施設の技術上の基準・同解説，pp. 2-50～2-90，（社）日本港湾協会，1979年3月。
- 3) 倉田克彦・巻幡敏秋・桑原正博・川野成仁：混成堤捨石マウンドからの透過現象に関する考察，第27回海岸工学講演会論文集，pp. 401～405，1980年11月。
- 4) 例えば、合田良実・竹田英章：越波による防波堤背後への波高伝達率，第13回海岸工学講演会講演集，pp. 87～92，1966年12月。
- 5) 永井莊七郎・小田一紀・倉田克彦：大水深緩斜面潜堤に関する研究，第22回海岸工学講演会論文集，pp. 409～414，1975年11月。
- 6) 松井政博・倉田克彦・荻野英樹・鈴木 功：越波による伝達波特性（Cauchy-Poisson 波によるモデル化），第27回海岸工学講演会論文集，pp. 410～413，1980年11月。
- 7) Cross, R. H. and C. K. Sollitt: Wave Transmission by Overtopping, Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division, Vol. 98, No. WW3, pp. 295～309, Aug., 1972.
- 8) 例えば、Kranzer, H. C. and J. B. Keller: Water Waves Produced by Explosions, Journal of Applied Physics, Vol. 30, No. 3, pp. 398～407, Mar., 1959.
- 9) 永井莊七郎・倉田克彦：白島洋上原油備蓄基地水理模型実験報告書，1979年9月。
- 10) 永井莊七郎・角野昇八・北浦良樹：スリット型防波護岸の特性，第25回海岸工学講演会論文集，pp. 279～282，1978年11月。
- 11) Goda, Y.: Re-analysis of Laboratory Data on Wave Transmission over Breakwaters, Report of the Port and Harbour Research Institute, Vol. 8, No. 3, pp. 1～18, Sept., 1969.
- 12) 篠田邦裕・山本正昭：越波による港内伝達波に関する実験的研究，第27回海岸工学講演会論文集，pp. 406～409，1980年11月。