

不規則波の短時間越波量の確率特性

木村 晃*・瀬山 明**・山田敏彦***

1. はじめに

越波は波の不規則性が大きな影響を及ぼす現象であり、その算定にあたり、従来行われてきた設計波等代表波を用いる方法に問題のあることはかねてより指摘されてきたことである。最近になって不規則波の越波量を求めるための幾つかの試みが行われるようになり、合田により期待越波流量の概念¹⁾などが提案されるまでになっている。これは従来の規則波の越波に関する研究結果と、波別解析法による波高の確率特性とを組み合わせることで次式のようにして求めるものである。

$$q_{\text{exp}} = \int_0^{\infty} q_0(H|T_{1/3})P(H)dH \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここに $q_0(H|T_{1/3})$ は波高 H 、周期 $T_{1/3}$ の規則波の越波流量、 $P(H)$ は波高の確率分布である。その後高田²⁾は、この期待越波流量だけで設計することの危険性を指摘し、越波量の確率分布から最大越波流量、1/100 最大越波流量等確率越波流量を導き、期待越波流量とあわせた総合的な設計の必要性を説いた。現地の不規則波浪では高波は何波かの群をなすことが多く、その際には短時間に期待越波流量よりかなり大きな越波流量が見込まれる。しかしながら、最大越波流量のような大きな越波量が常時発生するわけではなくこれに対処し得るような計画は安全であっても不経済な場合もあろう。したがって越波対策にあたってはどの程度の越波を想定すべきであるか、あるいは逆に特定の越波対策における堤内地の浸水に対する安全率はどの程度期待し得るのか等に関する明確な尺度が必要となる。この研究は越波流量の確率特性を明らかにするとともに、新たに高波の波群による短時間越波量の概念を提案し、その確率特性をもとに越波量排水対策の安全率算定法を示したものである。

2. 越波流量の確率分布

この研究では堤脚水深の比較的大きい鉛直堤を対象とした。この場合には堤防への波のうちあげ、越波は前後

の波の影響を受けず、ゼロアップクロス法で定義した個々の波は波高、周期の等しい規則波と同じ越波特性を持つと仮定してよい。したがってここでは越波量を波高、周期を含めた比較的簡単な式で表現した吉川ら³⁾の式を用いる。

$$\frac{q'}{TH\sqrt{2gH}} = \frac{2}{15} m_0 k^{3/2} \left(1 - \frac{z}{kH}\right)^{5/2} \quad (H > z/k) \quad \dots\dots\dots(2)$$

q' は単位幅 1 周期あたりの越波量、 H は堤防前面の入射波高、 T は周期、 z は天端高である。 m_0 、 k は堤防の形状に対応して変化する定数であり、ここで対象としている鉛直堤の場合 $m_0=0.5$ 、 $k=0.6$ 程度の値が適当である³⁾。式 (2) から $z=0$ の時、波高 $\bar{H}$ 、周期 $\bar{T}$ の波の越波量 $\bar{q}$ は

$$\bar{q} = \frac{\sqrt{8}}{15} m_0 k^{3/2} \bar{T} \bar{H}^{3/2} \quad \dots\dots\dots(3)$$

となり、この値を用いて式 (2) を正規化すると

$$q = q'/\bar{q} = th^{3/2} \left\{1 - \frac{1}{h} \left(\frac{z}{k\bar{H}}\right)\right\}^{5/2} \quad \dots\dots\dots(4)$$

なる関係が得られる。ただし $t=T/\bar{T}$ 、 $h=H/\bar{H}$ である。図-1 は式 (4) による無次元越波量の t 、 h による変化の 1 例を示したもので、 $z/k\bar{H}=1.0$ とした場合のものである。図中の実線は等越波量線であり、この線上では q は一定である。破線は越波限界 ($h=z/k\bar{H}$) であり、 h

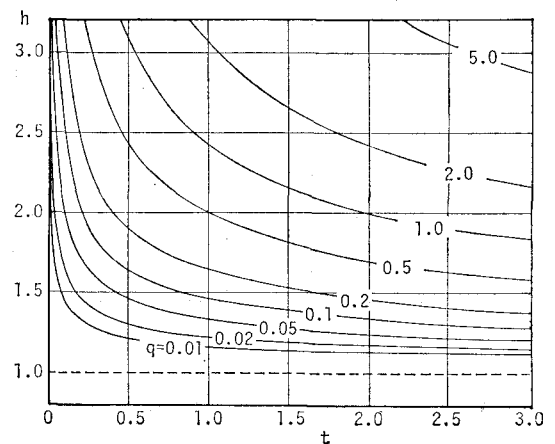


図-1 等越波量線図

* 正会員 工博 鳥取大学助教授 工学部海洋土木工学科

** 正会員 工博 鳥取大学教授 工学部海洋土木工学科

*** 正会員 アイサワ工業株式会社

がこれ以下では越波しない。

仮定からここで対象とした堤防においては波から越波流量への変換式は zero-memory 型と考えてよい。したがって越波量の確率分布は波高・周期の結合分布を図-1の越波量の算定図と重ねあわせることで計算することができる。波高・周期の結合分布としてはいくつかのものが提案されているが、ここでは著者ら⁴⁾による次式の2次元 Weibull 分布を用いる。

$$P(h, t)dhdt = \frac{mn}{4A} h^{m-1} t^{n-1} \exp \left[-\frac{1}{2A} (\phi_2 h^m + \phi_1 t^n) \right] I_0 \left(\frac{h^{m/2} t^{n/2} \rho}{A} \right) dhdt \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここに h, t はそれぞれ平均波高, 平均周期で正規化した値であり, m, n は波高および周期の周辺分布の形状母数である。 I_0 は第1種変形ベッセル関数であり, A, ϕ_1, ϕ_2 はそれぞれ次式で与えられる。

$$A = \phi_1 \phi_2 - \rho^2, \quad \phi_1 = [\Gamma(1+1/m)]^{-m/2}$$

$$\phi_2 = [\Gamma(1+1/n)]^{-n/2}$$

ただし Γ はガンマ関数であり, ρ は相関パラメーターである。式(3)で用いた $\bar{H}, \bar{T}$ をそれぞれ平均波の波高, 周期とすれば, 無次元越波量 q は $z=0$ の堤防からの平均波の一周期あたりの越波量で正規化した値となる。いま, 図-1の任意の2本の等越波量線 q と $q+dq$ で囲まれる領域を R とすれば, 越波量の確率密度関数 $P_0(q)$ および分布関数 $Q_0(q)$ は

$$P_0(q) = \iint_R P(h, t) dhdt, \quad Q_0(q) = \int_0^q P_0(q) dq \quad \dots\dots\dots(6)$$

で与えられる。2次元 Weibull 分布の形状母数と相関パラメーターはスペクトル形から決定することができる⁴⁾。したがってここでは, 十分発達した風波の Pierson

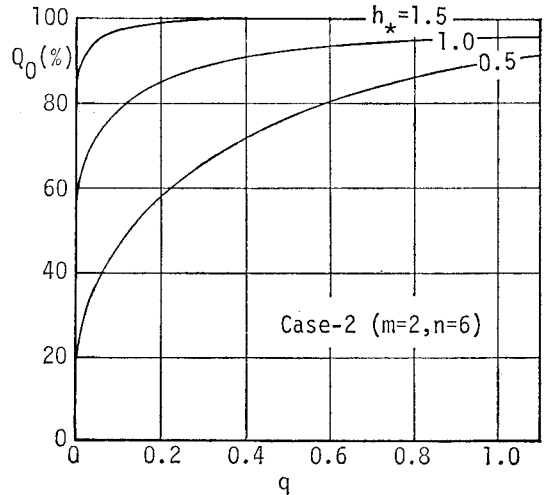


図-3 越波量の分布関数 (Case-2)

型スペクトルにほぼ対応する $m=2, n=4, \rho=0.4$ (Case-1)と風波の発達期に見られるかなりシャープなスペクトルにほぼ対応する $m=2, n=6, \rho=0.32$ (Case-2)の2つのケースについて非超過確率 $Q_0(q)$ を示す。ただし式(6)の解析的な表現は困難であるのでここでは数値計算によった。図-2, 3はそれぞれ Case-1, 2に対応するもので両図とも無次元天端高 $z/k\bar{H}$ を 0.5, 1.0, 1.5 の3通りに変化させた結果を示した。

3. 短時間越波量の確率分布

前にも述べたように, 不規則な海の波では波高の大きな波は群をなして来襲する傾向があり, その際には短時間にかかなりの越波量が見込まれる。したがって, 堤内地の越波の排水対策はこの短時間の越波量に対処し得るものでなければならない。ここでは連の概念を導入してこの短時間越波量の確率特性を明らかにする。

越波流量の算定に用いた仮定は2.と同じであるが, ここではさらに現地波浪では波高の大きな波の周期が平均周期の1.1倍付近に集中する傾向のあること⁵⁾を考慮して周期は $T=1.1\bar{T}$ と一定とした。

波の連なりに関してはいくつかの理論が提案されているが, ここでは著者ら⁶⁾の理論を用いる。すなわち, ゼロアップクロス法で定義した波高の時系列(平均波高で正規化したもの)から連続する n 波を取り出す。

$$h_{i_1}, h_{i_2}, \dots, h_{i_n} \quad \dots\dots\dots(7)$$

これを次の基準に従ってランク分けする。

$$\begin{aligned} \text{ランク 1:} & \quad 0 \leq h_j \leq h_* (=z/k\bar{H}) \\ \text{" 2:} & \quad h_* \leq h_j \leq h_* + \Delta h \\ \text{" 3:} & \quad h_* + \Delta h \leq h_j \leq h_* + 2\Delta h \quad \dots\dots\dots(8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{" } i: & \quad h_* + (i-1)\Delta h \leq h_j \leq h_* + i\Delta h \\ & \quad \dots\dots\dots \end{aligned}$$

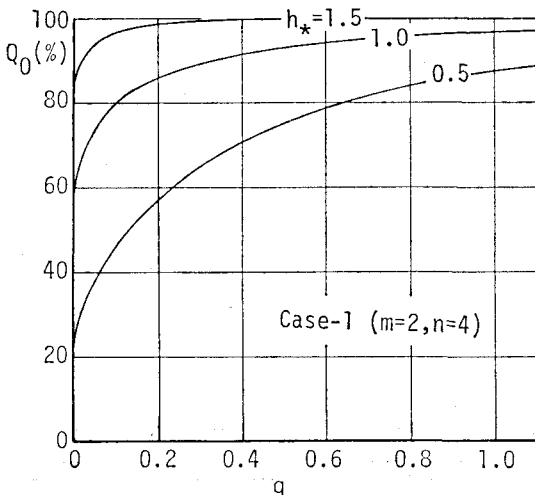


図-2 越波量の分布関数 (Case-1)

$$(j=i_1, i_2, \dots, i_n)$$

越波限界波高 h_* ($=z/k\bar{H}$) より波高の小さい波はすべてランク 1 に入れ, 他は Δh ごとのランクに区分けする. 但しランクは無限に取る必要はなく, 上限を平均波高の 4 倍程度にとればそれ以上の波の出現確率はほぼ 0 と考えてさしつかえない. したがってここでは平均波高の 4 倍を上限にとり, Δh を適当に選んでランクの数を N 個にし, 各ランクに入る波高をその中央値で代表させることにする. いま (7) の時系列において $h_{i_1} \sim h_{i_n}$ が順にランク $j_1 \sim j_n$ に入るとすれば, 連続する n 波のランクが順にこの組み合わせで出現する確率は

$$p(j_1, j_2, \dots, j_n) = p_{j_1} p_{j_2} \dots p_{j_{(n-1)j_n}} \dots (9)$$

で与えられる. ただし p_{j_1} は最初の波がランク j_1 に入る確率, $p_{j_1 j_2}$ は隣り合う波がランク j_1, j_2 に入る確率でありそれぞれ次式で与えられる.

$$p_{j_1} = \int_{h_*(j_1-1)\Delta h}^{h_*+j_1\Delta h} P(h)dh \dots (10)$$

$$p_{j_1 j_2} = \frac{\int_{h_*(j_1-1)\Delta h}^{h_*+j_1\Delta h} \int_{h_*(j_2-1)\Delta h}^{h_*+j_2\Delta h} P(h_1, h_2)dh_1 dh_2}{\int_{h_*(j_1-1)\Delta h}^{h_*+j_1\Delta h} P(h)dh} \dots (11)$$

但し,

$$P(h) = \pi h/2 \exp(-\pi h^2/4) \dots (12)$$

$$P(h_1, h_2) = h_1 h_2 I_0(h_1 h_2 \rho / A) \exp\{-(h_1^2 + h_2^2)/\pi A\} / A \dots (13)$$

$$A = 4/\pi^2 - \rho^2$$

である. 式 (12) は Rayleigh 分布, 式 (13) は 2 次元 Rayleigh 分布であり, 式 (5) において $m=n=2$ とすれば両式は一致する. 相関パラメーター ρ は隣り合う波高の相関係数 γ_h から次式を介して求めることができる.

$$\gamma_h = \{E(\pi\rho/2) - (1/2)(1 - \pi^2\rho^2/4)K(\pi\rho/2) - \pi/4\} / (1 - \pi/4) \dots (14)$$

ここに K, E はそれぞれ第 1 種および第 2 種完全楕円積分である. γ_h は合田のスペクトル尖鋭度パラメーター Q_p と密接な関係があり, スペクトル形がわかればほぼ決定することができる⁶⁾. 式 (11) の解析的な表現は困難であるのでここでは数値計算によった. 一方総越波量は次のように考える. すなわち, 各ランクに入る波の越波量を各ランクの平均値で代表させそれを q_i ($i=1, 2, \dots, N$ 但し $q_1=0$) のようにすると (7) の時系列の総越波量は $q_{j_1} + q_{j_2} + \dots + q_{j_n}$ となる. ランクの総数は N であるので, 連続する n 波の組み合わせは N^n 通り存在するが, ここでは高波の波群による総越波量を検討するため (7) の最初の波 h_{i_1} は越波し, その 1 波前の波は越波しなかったとする. これから, 組み合わせの総数は $(N-1)N^{n-1}$ となる. このすべての組み合わせについて

上と同様に総越波量とその出現確率が計算できる. こうして求めた総越波量を再度適当なランクに区分けし, ランクごとに出現確率の和をとれば短時間総越波量の確率特性を知ることができる.

ここで用いた連の理論は隣り合う波高の相関特性が考慮されており, 上述したように h_{i_1} の波から越波し始めるとおいたことでそれ以下の波で始まる波群は除外され, 結果的に高波の波群を対象としたことになる. したがって n の値をこの波群の長さにとれば高波の波群による短時間総越波量の確率分布を求めることができる.

越波する波の連の長さ l の確率分布は次式で与えられる⁶⁾.

$$P_l(l) = p_{22}^{l-1}(1 - p_{22}) \dots (15)$$

但し

$$p_{22} = \int_{h_*}^{\infty} \int_{h_*}^{\infty} P(h_1, h_2)dh_1 dh_2 / \int_{h_*}^{\infty} P(h)dh \dots (16)$$

式 (13), (16) から, p_{22} は h_* と ρ から決定される.

表-1 は 図-2, 3 で用いた 2 つのスペクトルについて

表-1 h_*, p_{11}, p_{22}, l_c

ρ	0.25			0.32		
	p_{11}	p_{22}	l_c	p_{11}	p_{22}	l_c
h_*						
0.5	0.204	0.827	29	0.225	0.832	29
1.0	0.583	0.502	11	0.610	0.534	11
1.5	0.846	0.253	6	0.857	0.307	7
2.0	0.960	0.113	5	0.962	0.162	5
2.5	0.993	0.044	4	0.993	0.077	4
3.0	0.999	0.015	3	0.999	0.033	4

ρ の値と h_* ごとに p_{11}, p_{22} の値および $P_l(l_c) < 10^{-3}$ となる連の長さ l_c の値を示したものである. n として l_c 程度の値を用いると高波の波群による短時間総越波量の確率特性をほぼ遺漏なく知ることができる. 図-4 は Case-

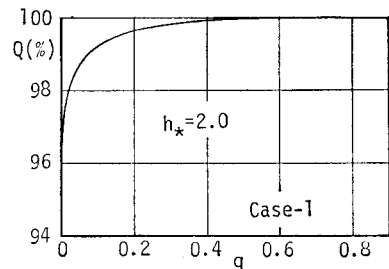


図-4 短時間総越波量の分布関数 (5 波)

1 のスペクトルに対応する短時間総越波量の非超過確率 $Q(q)$ であり, 1 例として $h_*=2.0$ の場合で n として, これをこえる波高の連の出現確率が 10^{-3} より小さくなる $l_c=5$ を用いた結果を示したものである.

4. 越波の排水対策の安全率

高波の波群が来襲した後は通常何波かの越波しない

波群が来襲し、やがて次の高波の波群が来襲する。したがって越波の排水は波群が越波し始めてから次の波群が越波し始めるまでの間つまりトータルランの一周期の間に完了しておけば堤内地の浸水を防ぐことができる。トータルランの長さ l_0 の確率分布は次式で与えられる⁶⁾。

$$P_3(l_0) = \frac{(1-p_{11})(1-p_{22})}{p_{11}-p_{22}} (p_{11}l_0^{p_{11}-1} - p_{22}l_0^{p_{22}-1}) \dots (17)$$

但し

$$p_{11} = \int_0^{h_*} \int_0^{h_*} P(h_1, h_2) dh_1 dh_2 \Big/ \int_0^{h_*} P(h) dh \dots (18)$$

である。これから排水路あるいは排水ポンプの容量と堤内地の浸水の安全率との関係を次のようにして求めることができる。すなわち、適当な総越波量の許容基準 q_0 を決定すれば 図-4 から非超過確率 $Q(q_0)$ を読み取ることができる。これが許容基準 q_0 の安全率となる。一方、越波を排除する設備の性能を入射波の1周期あたり q_0/r とする。つまり入射波の r 周期の時間で q_0 を排水できる設備を考える。トータルランの長さが $r+1$ 以上であれば次の波群の来襲までに排水することができる。式(17)より、トータルランの長さが $r+1$ 以上になる確率の総和 $Q_3(r)$ は

$$Q_3(r) = \sum_{l_0=r+1}^{\infty} P_3(l_0) = \frac{(p_{11}-1)p_{22}^r - (p_{22}-1)p_{11}^r}{p_{11}-p_{22}} \dots (19)$$

となり、最終的に許容基準として q_0 、排水設備の能力として q_0/r とを採用した場合の堤内地の浸水の安全率は $Q(q_0) \cdot Q_3(r)$ で与えられる。図-5, 6 はそれぞれ Case-1, 2 において h_* を 1.5, 2.0, 2.5, 3.0 と変化させ q_0 として非超過確率が 99% になる値を採用した場合の

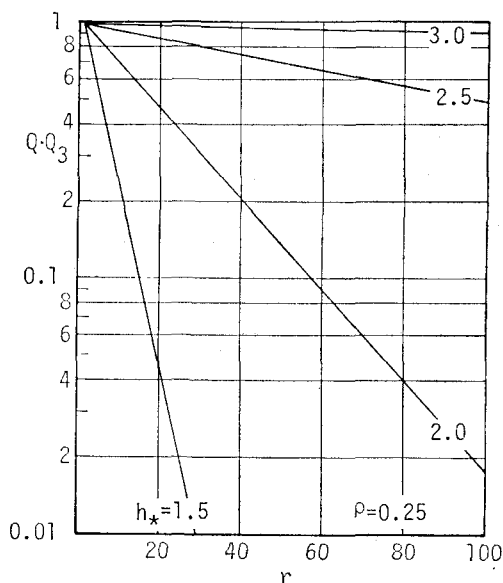


図-5 浸水災害の安全率 (Case-1)

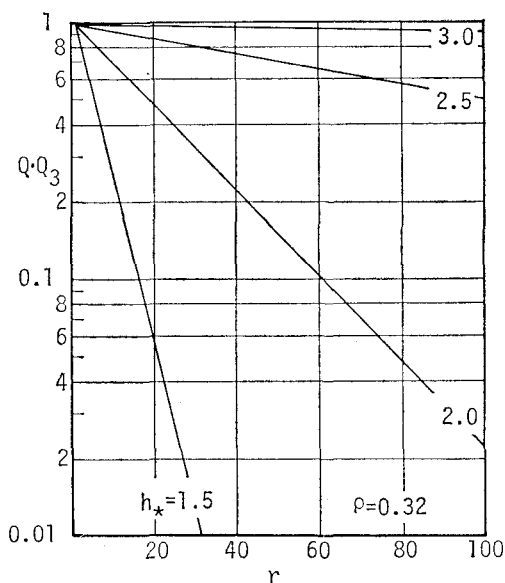


図-6 浸水災害の安全率 (Case-2)

r による安全率の変化を示したものである。

5. おわりに

この研究は不規則波の越波量の確率特性について検討したものであり、ゼロアップクロス法で定義した不規則波の個々の波は波高、周期の等しい規則波と同じ越波特性を示すとの仮定のもとに規則波の越波量式と波高・周期の結合確率分布とを組み合わせることで越波量の確率分布を求め、さらに連の概念を導入して短時間総越波量の確率分布を求め、排水設備の能力と堤内地の浸水災害の安全率の算定手法を示した。しかし条件の異なる堤防からの越波に対する適用には残された問題点も多く、今後実験による検証とともに一般化への努力が必要と考えている。

最後にこの研究は文部省科学研究費(代表者岩垣雄一教授)の援助を受けたことと付記して感謝の意を表する。

参考文献

- 1) 合田良実: 防波護岸の越波流量に関する研究, 港湾技術研究所報告, 第9巻第4号, pp. 3~41, 1970.
- 2) 高田 彰: 不規則波の越波分布の推算について, 土木学会第33回年次学術講演会講演概要集第2部, pp. 740~741, 1978.
- 3) 吉川秀夫・椎見博美・河野二夫: 海岸堤防の越波に関する基礎的研究, 第14回海岸工学講演会講演集, pp. 118~122, 1967.
- 4) 木村 晃: 不規則波の波高・周期の結合確率特性について, 土木学会論文報告集, 第286号, pp. 53~63, 1979.
- 5) 合田良実: 港湾構造物の耐波設計, 鹿島出版会, 237 p., 1977.
- 6) Kimura, A: Statistical properties of random wave groups, Proc. 17th Coastal Engg., 1980 (Printing).