

海峡に侵入する波浪について

前野 賀彦*・西村 益夫**・杉本 修***

1. ま え が き

海峡を波浪はどのような状態で通過してゆくか? という問題は、海峡付近に港を建設する場合、また海峡を通過する船舶にとっては、安全上重要な問題である。

このような問題を理論的にかつ厳密に考察するため、問題を簡単化して、 x 軸に対称な双曲線を考え、この双曲線を海峡とみなして、水深が一定の場合について、この間を波浪が通過してゆくときの厳密解については、すでに発表した¹⁾。その際には、厳密解のみについて発表し、数値計算結果については述べなかった。今回は、この時の理論にもとづいて数値計算を行ったので、それについて発表することにした。

そこで、まず理論の概要を述べ、ついで、その数値計算結果について述べる。

2. 基礎方程式

x 軸に対称な双曲線は、

$$x + iy = c \sinh(\xi + i\eta) = c \sinh \xi \cos \eta + ic \cosh \xi \sin \eta \quad \cdots (1)$$

$$x = c \sinh \xi \cos \eta, \quad y = c \cosh \xi \sin \eta \quad \cdots (2)$$

なる座標変換によって表示することができる。

長波の波動方程式は、周知のように、

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\sigma^2}{gd} \phi = 0 \quad \cdots (3)$$

で表わされる。この式において上記の座標変換を行えば

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \frac{c^2 \sigma^2}{2gd} (\cosh 2\xi + \cos 2\eta) = 0 \quad \cdots (4)$$

を得る。これを基礎方程式とする。

3. 入 射 波

図-1 のように、 x 軸に対して α なる角度で入ってくる入射波の波動関数 ϕ_{11} は、

$$\phi_{11} = \exp \{ ikc (\cosh \xi \sin \alpha \sin \eta - \sinh \xi \cos \alpha \cos \eta) \} \quad \cdots (5)$$

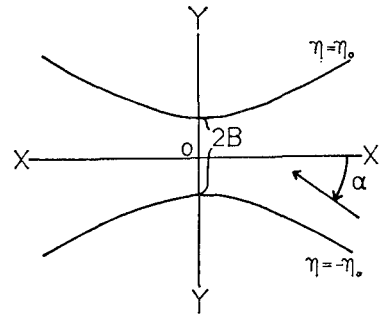


図-1

で与えられる。そこで、

$$\cosh \xi \sin \alpha = p \cos \xi_\theta \quad \cdots (6)$$

$$\sinh \xi \cos \alpha = p \sin \xi_\theta \quad \cdots (7)$$

$$\sinh^2 \xi + \sin^2 \alpha = p^2 \quad \cdots (8)$$

とおけば、上式の ϕ_{11} は、

$$\phi_{11} = \exp \{ -ikcp \sin(\xi_\theta - \eta) \} \quad \cdots (9)$$

で与えられる。この式の実部 Re をとれば、

$$Re \phi_{11} = J_0(kcp) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \{ J_{2m}(kcp) \cos 2m(\xi_\theta - \eta) \} \quad \cdots (10)$$

を得る。しかるに、 $\eta = \pm \eta_0$ の境界上においては、

$$\partial \phi / \partial \eta = 0 \quad \cdots (11)$$

でなければならない。そこで、

$$\phi_{12} = \sum_{m=1}^{\infty} c_m \cos \left(\frac{2m-1}{2} \frac{\pi}{\eta_0} \eta \right) \quad \cdots (12)$$

なる関数を仮定し、境界条件を満足するように、 c_m を定めれば、

$$c_m = \pm \frac{\eta_0}{\pi} \frac{8m}{2m-1} J_{2m}(kcp) \sin 2m(\xi_\theta \mp \eta_0) \quad \cdots (13)$$

を得る。さらに、 x 軸上では、 $0 < \eta < \pi/2$ と $-\pi/2 < \eta < 0$ の両領域における値が一致しなければならない。そのために、

$$0 < \eta < \pi/2, \quad \phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12} + \phi_{13} \quad \cdots (14)$$

$$-\pi/2 < \eta < 0, \quad \phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12} - \phi_{13} \quad \cdots (15)$$

なる関数 ϕ_{13} を定めれば、

$$\phi_{13} = \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+1} \frac{\eta_0}{\pi} \frac{8m}{2m-1} J_{2m}(kcp)$$

* 正会員 舞鶴工業高等専門学校 助手 土木工学科

** 正会員 工修 明石工業高等専門学校 教授 土木工学科

*** 正会員 舞鶴工業高等専門学校 名誉教授

$$\times \sin 2m\xi_0 \cos 2m\eta_0 \cos \frac{m\pi}{\eta_0} \eta \dots\dots (16)$$

を得る.

4. 拡散波

海峡の最狭部を通過後拡散してゆく波についての波動関数を ϕ_2 とすると, この ϕ_2 は,

$$\eta = \pm \eta_0 \text{ において, } \partial \phi_2 / \partial \eta = 0 \dots\dots (17)$$

$$\xi = 0 \text{ において, } \phi_2 = \phi_1 \dots\dots (18)$$

の境界条件を満足しなければならない. そのためには,

$$\phi_2 = \phi_{21} + \phi_{22} \dots\dots (19)$$

$$\phi_{21} = \{J_0(kcp) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} J_{2m}(kcp) \cos 2m(\xi_0 + \eta)\} J_0(kc\xi) \dots\dots (20)$$

$$\phi_{22} = \sum_{m=1}^{\infty} F_m \cos \left(\frac{2m-1}{2} \frac{\pi}{\eta_0} \eta \right) \dots\dots (21)$$

と仮定して, 境界条件式 (14) によって F_m を定めれば,

$$F_m = \mp (-1)^{m+1} \frac{\eta_0}{\pi} \frac{8m}{2m-1} J_{2m}(kcp) J_0(kc\xi) \times \sin 2m(\xi_0 \pm \eta_0) \dots\dots (22)$$

を得る. x 軸上では, $0 < \eta < \pi/2$ と $-\pi/2 < \eta < 0$ の両領域の値が一致しなければならない. そのため,

$$0 < \eta < \pi/2, \quad \phi_2 = \phi_{21} + \phi_{22} + \phi_{23} \dots\dots (23)$$

$$-\pi/2 < \eta < 0, \quad \phi_2 = \phi_{21} + \phi_{22} - \phi_{23} \dots\dots (24)$$

なる関数を考え, x 軸上で両領域の値が一致するように ϕ_{23} を定めれば,

$$\phi_{23} = \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+1} \frac{\eta_0}{\pi} \frac{8m}{2m-1} J_{2m}(kcp) J_0(kc\xi) \times \sin 2m\xi_0 \cos 2m\eta_0 \cos \frac{m\pi}{\eta_0} \eta \dots\dots (25)$$

を得る.

なお, 直線防波堤開口部を通過する波浪についての厳密解は, 入射波および拡散波の波動関数 ϕ_1, ϕ_2 を与える式において, $\eta_0 = \pi/2$ とすることにより得られる.

その場合の解については, 数値計算例が不十分ではあるが, すでに発表した^{2), 3)}.

5. 数値計算

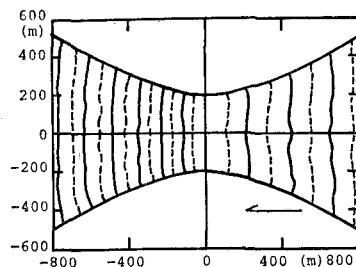
数値計算は, 水深 $d=80$ m, 一定として, 表—1 に示す各場合について行った.

その結果については, 図—2~19 に示す.

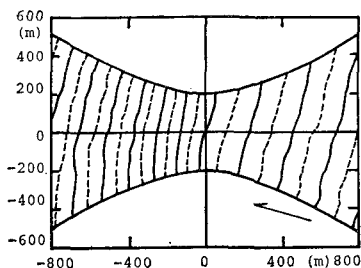
これらの結果から一般的に言えることは, 海峡最狭部を波浪通過直後付近において, 波浪は複雑な様相を呈するということである.

表—1

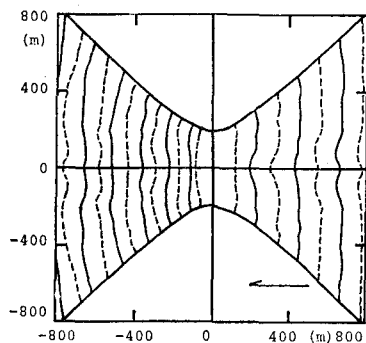
Case	Depth d (m)	Period T (sec)	Wave Length L (m)	α (°)	η_0 (°)	B (m)
1	80.	12.	220.0	0.	30.	200.
2	80.	12.	220.0	15.	30.	200.
3	80.	12.	220.0	0.	45.	200.
4	80.	12.	220.0	15.	45.	200.
5	80.	12.	220.0	30.	45.	200.
6	80.	12.	220.0	0.	60.	200.
7	80.	12.	220.0	15.	60.	200.
8	80.	12.	220.0	30.	60.	200.
9	80.	17.	387.9	0.	30.	200.
10	80.	17.	387.9	15.	30.	200.
11	80.	17.	387.9	0.	45.	200.
12	80.	17.	387.9	15.	45.	200.
13	80.	17.	387.9	30.	45.	200.
14	80.	20.	484.6	0.	30.	200.
15	80.	20.	484.6	15.	30.	200.
16	80.	20.	484.6	0.	45.	200.
17	80.	20.	484.6	15.	45.	200.
18	80.	20.	484.6	30.	45.	200.



図—2 Case 1



図—3 Case 2



図—4 Case 3

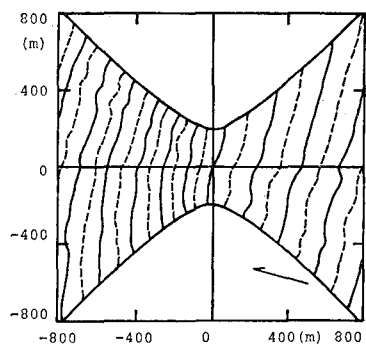


図-5 Case 4

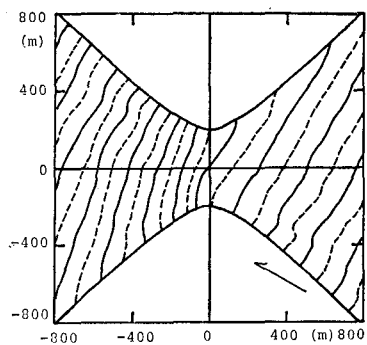


図-6 Case 5

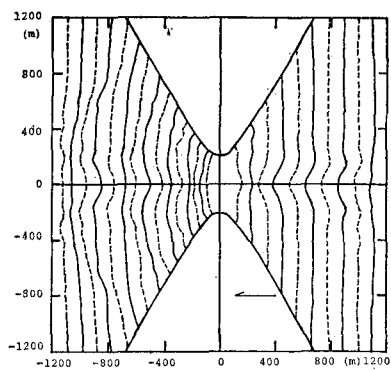


図-7 Case 6

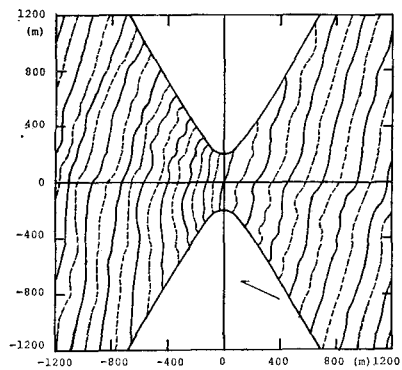


図-8 Case 7

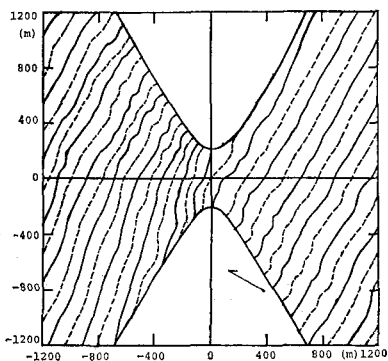


図-9 Case 8

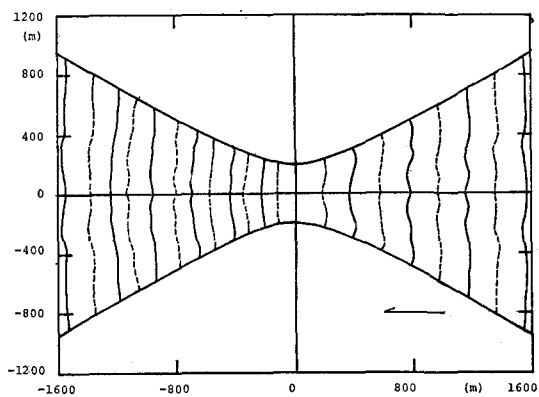


図-10 Case 9

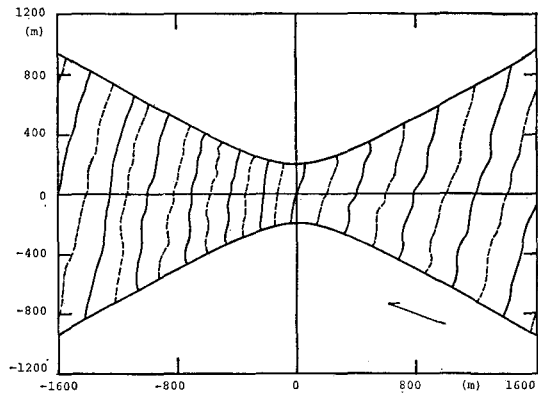


図-11 Case 10

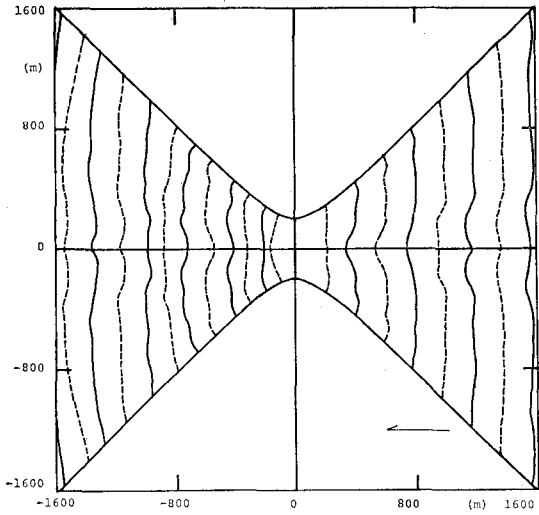


図-12 Case 11

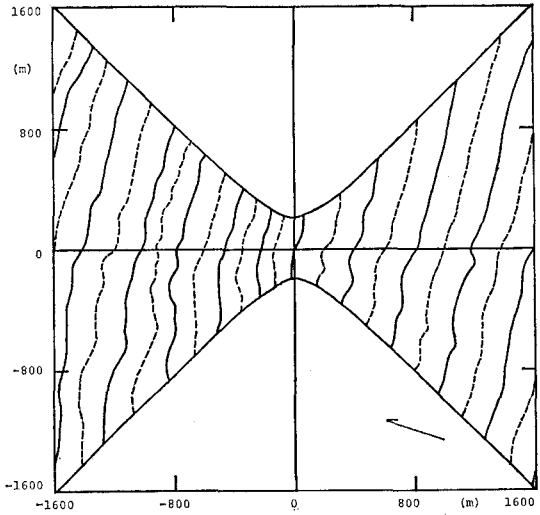


図-13 Case 12

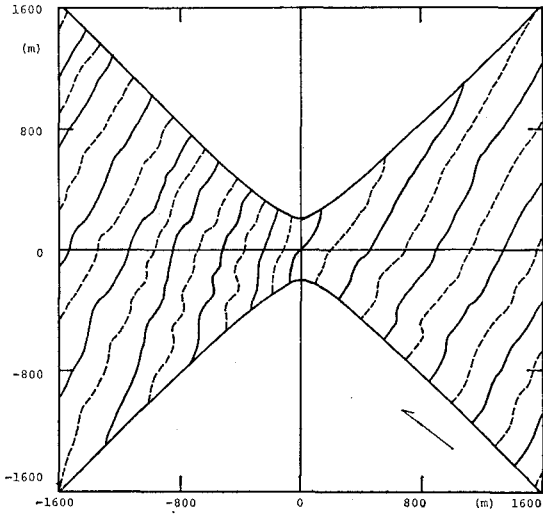


図-14 Case 13

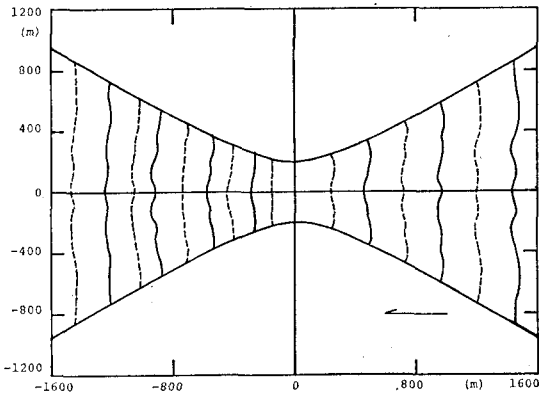


図-15 Case 14

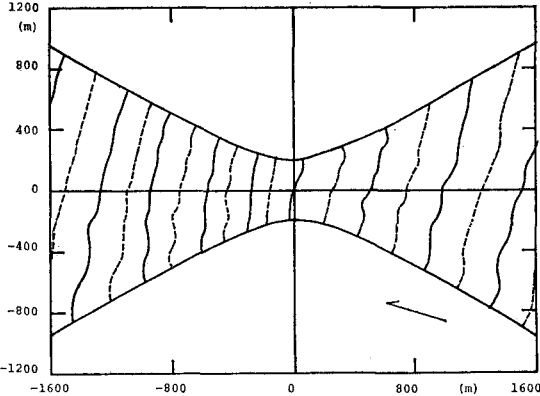


図-16 Case 15

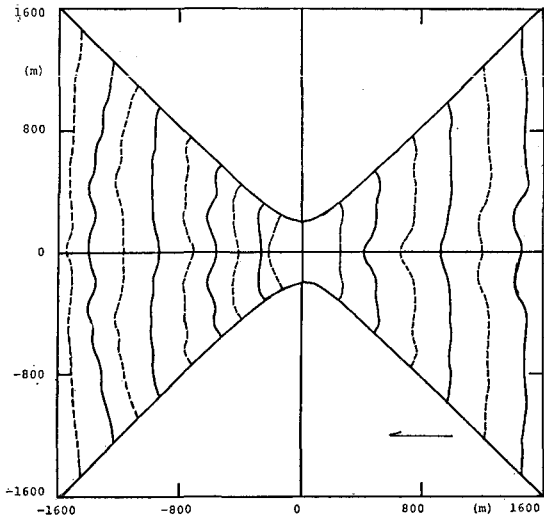


図-17 Case 16

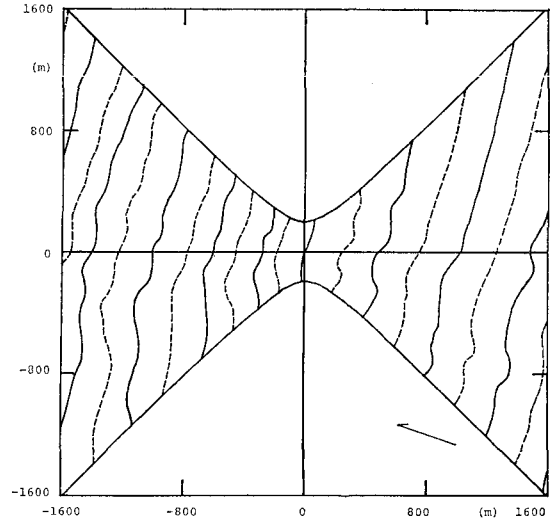


図-18 Case 17

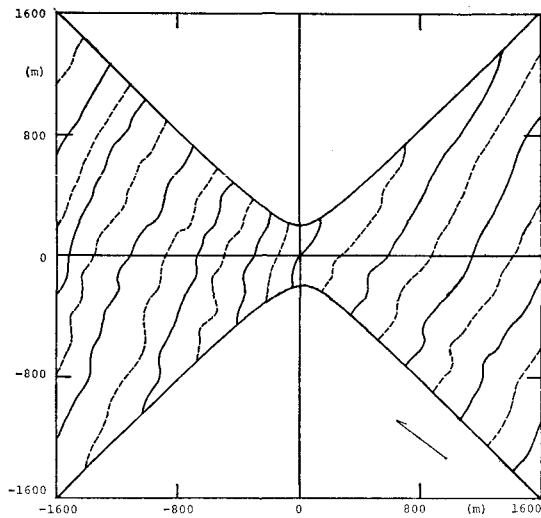


図-19 Case 18

参考文献

- 1) 杉本修一・西村益夫: 海峡を通過する波浪について, 昭和44年土木学会第24回年次学術講演会講演概要集, pp. 3~4, 1969.
- 2) 杉本修一・西村益夫: 防波堤開口部を通過する波浪につい
- て, 昭和43年土木学会第23回年次学術講演会講演概要集, pp. 25~26, 1968.
- 3) 前野賀彦・杉本修一・西村益夫: 防波堤開口部を通過する波浪について, 昭和54年土木学会第34回年次学術講演会講演概要集, pp. 569~570, 1979.