

陸上遡上津波の先端条件と先端部の抵抗係数

松 富 英 夫*

1. ま え が き

津波遡上域の予測法として数値解析法が認められてきつつある。しかし、解決されるべき問題もいくつか残されている。

たとえば、陸上での波先端条件はその一つである。陸上での波先端は数学的特異点であるため、数値計算を継続するには別個に先端条件が与えられなければならない。従来よりたくさんの先端条件が提案されてきているが¹⁾、多くは流れそのものを考察せずに決められているように思われる。加えて、これ等の先端条件を用いた数値計算結果と実験結果との比較・検討例も少ないように思われる。

もう一つの残された重要な問題は抵抗の問題である。陸上部での抵抗の効果を数値計算に取り入れようとするとき、一般に定常な抵抗係数を有する二次の抵抗則を用いる。そして、その抵抗係数は津波の大きさに関係なく、地形の起伏状態や建造物の分布等の地域特性をもとに経験的に決められてきている。

本研究はダム破壊流れからの類推により新たな津波の陸上先端条件を提案し、津波の大きさと地形・地域特性に応じた、時々刻々に変化する抵抗係数の評価方法を示そうとするものである。また、これ等を用いた陸上への津波遡上計算法を提案し、津波遡上実験結果との比較・検討によりその妥当性を調べるものである。

2. 波先端条件

陸上遡上津波の先端部はダム破壊流れのそれと同じ力学的状態にあると仮定する。そして、ダム破壊流れには Whitham 理論²⁾が適用できるとする。

Whitham 理論について検討を行う。Whitham 理論は図-1 に示すように、ダム破壊による急変不定流を抵抗の無視できる領域 (Region-1) とできない領域 (Region-2) の二つにわけ、Region-1 では Ritter の理論³⁾が、すなわち浅水理論が成立すると仮定する。Region-2 では、水粒子速度は流れ方向に変化せず時間だけの関数と仮定する。その時、先端の移動に関する支配方程式は

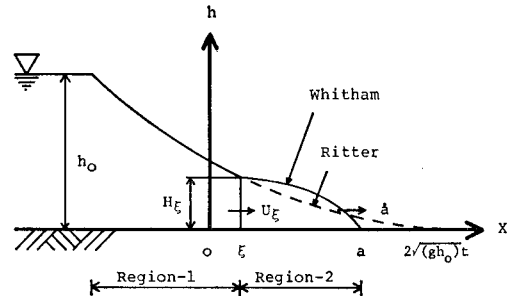


図-1 ダム破壊流れモデルと記号説明図

$$h_0\sqrt{gh_0}\left(1-\frac{\dot{a}}{2\sqrt{gh_0}}\right)^3 t\dot{a} = \frac{1}{2}gh_0^2\left(1-\frac{\dot{a}}{2\sqrt{gh_0}}\right)^4 - f\dot{a}^2\left\{a-\left(\frac{3}{2}\dot{a}-\sqrt{gh_0}\right)t\right\} \quad \dots\dots\dots(1)$$

その解は、

$$a = \frac{h_0}{f}(0.04862p^3 + 0.02503p^4 + 0.01262p^5 + 0.00635p^6 + 0.00319p^7 + 0.00161p^8 + 0.00081p^9 - 0.00167p^{10} \dots) \quad \dots\dots\dots(2)$$

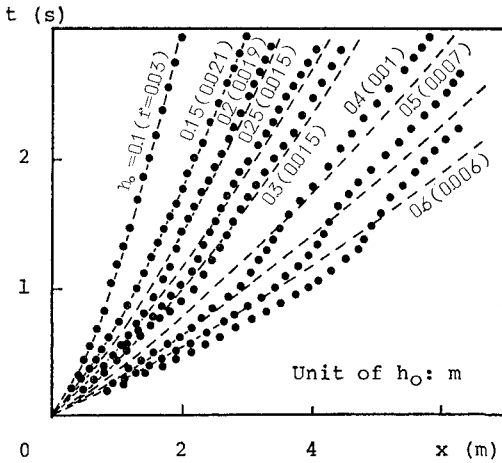
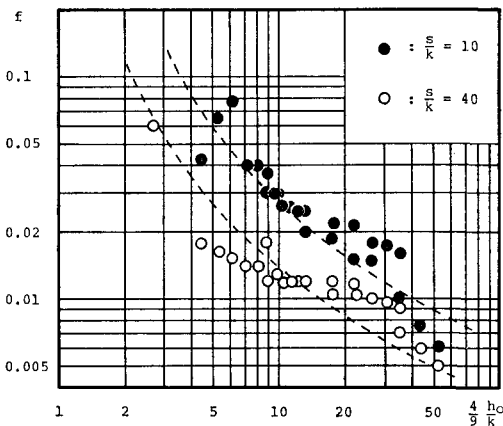
$$t = \frac{1}{f}\sqrt{\frac{h_0}{g}}(0.02431p^3 + 0.02163p^4 + 0.01496p^5 + 0.00941p^6 + 0.00563p^7 + 0.00328p^8 + 0.00186p^9 \dots) \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここで、 a : ダムゲートから流れ先端までの水平距離、 h_0 : 貯水槽での初期水深、 f : Whitham の抵抗係数、 t : 時間、 g : 重力加速度、 p : $(2\sqrt{gh_0}-\dot{a})/\sqrt{gh_0}$ で示される無次元速度、 $\dot{}$: 時間微分を示す。

式 (2) と (3) でダム破壊流れの先端の軌跡曲線を示し、 h_0 と f のいろいろの組み合わせにより無数の曲線群が考えられる。

図-2 は棧粗度 (棧間隔 $s=5$ cm, 棧高 $k=0.5$ cm) 上のダム破壊流れの先端軌跡に関する実験結果を示す。実験装置等の詳細は参考文献 4) を参照されたい。図中の破線群は実験結果に最も適合すると思われる式 (2) と (3) で示される理論曲線である。括弧内の数値はおのこの h_0 に対する理論曲線に用いた抵抗係数の値である。この図によると、Whitham の抵抗係数は流れのスケールを示すパラメタ h_0 により大きく変化することが

* 正会員 工修 秋田大学助手 鉱山学部 土木工学科

図—2 ダム破壊流れの先端軌跡 ($s/k=10$)

図—3 棧相度に対する Whitham の抵抗係数

わかる。

よって、Whitham 理論により任意時刻のダム破壊流れの先端位置を予測するには流れのスケールに応じた抵抗係数の評価が重要な問題となる。

図—3 は前述のようにして決められた棧相度に対する f と h_0 の関係を示したものである。図中の破線は定常流の棧相度に対する足立⁵⁾の抵抗則を若干修正した次式で示される経験式である。

$$f = \left[1.50 \log_{10} \left(\frac{s}{k} \right) - 1.91 + \left\{ 5.75 + 0.12 \left(\frac{s}{k} \right)^{0.8} \right\} \log_{10} \left(\frac{4}{9} \frac{h_0}{k} \right) \right]^{-2} \quad \text{.....(4)}$$

(ただし、実験範囲は $6 \leq h_0/k \leq 120$)

いろいろの底条件に対する抵抗則も同様にして得ることができよう。

流れの適切な抵抗係数が推定できると、流れの先端位置ばかりでなく先端部の波形の予測も可能となる。図—4 はその一例を示す。図中、点線は実験結果を、実線は次式で示される理論波形を示す。

$$x' = \frac{g}{\ddot{a}} h - fg \left(\frac{\dot{a}}{\ddot{a}} \right)^2 \ln \left(1 + \frac{1}{f} \frac{\ddot{a}}{\dot{a}^2} h \right) \quad \text{.....(5)}$$

ここで、 x' : 流れ先端からの水平距離、 h : x' 点での水深。

式 (5) は次の仮定のもとに導かれている⁶⁾。

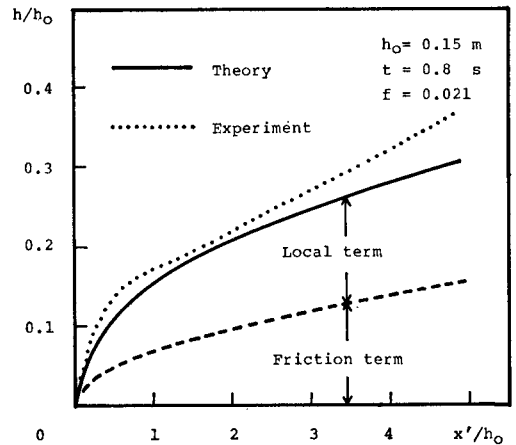
- i) 圧力は静水圧分布をする。
- ii) 水粒子速度は時間だけの関数である。

式 (5) は水平底に対するものである。底勾配 i を有する時は式 (5) に代わって次式となる。

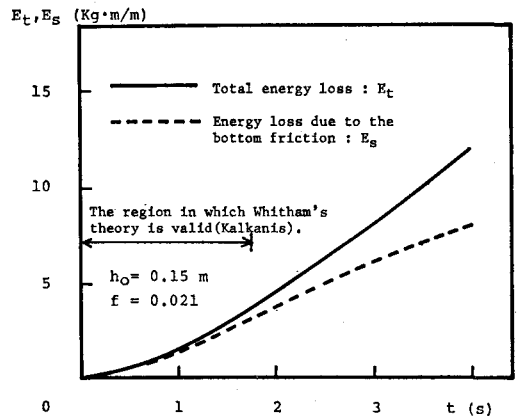
$$x' = \frac{gh}{\ddot{a} + ig} - fg \left(\frac{\dot{a}}{\ddot{a} + ig} \right)^2 \ln \left(1 + \frac{\ddot{a} + ig}{f \dot{a}^2} h \right) \quad \text{.....(6)}$$

式 (5) と (6) の誘導においては運動方程式のみを用いている。これ等が連続方程式を満足していることは容易に確認できる。

また、同図中の破線は圧力と底面抵抗力が釣り合うとして導かれる理論曲線である。図から、陸上での流れの先端部は非定常効果を見逃さず、移流効果よりも重要であることが推測される⁷⁾。



図—4 ダム破壊流れの先端部波形



図—5 Whitham 理論によるダム破壊流れのエネルギー損失

図-5 は Whitham 理論にもとづいてダム破壊流れのエネルギー損失を評価したものである。図中、破線は式(7)で示される底面抵抗によるエネルギー損失 E_s を、実線は式(8)で示される全エネルギー損失 E_t (E_s + 碎波等によるエネルギー損失)を示す。

$$E_s = -\frac{\rho g h_0^3}{f} (0.00152 p^7 + 0.000685 p^8 + 0.000336 p^9 + 0.000163 p^{10} + 0.000098 p^{11} + 0.000030 p^{12} + 0.000025 p^{13} - 0.000119 p^{14} \dots) \dots\dots (7)$$

$$E_t = -\frac{1}{16} \rho g h_0^2 \sqrt{g h_0} p^4 \left(1 - \frac{3}{4} p \right) t + \frac{1}{2} \rho g \int_{\xi}^a h^2 dx \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 ρ : 水の密度、 ξ : ダムゲートから境界層終端までの水平距離。

この図より、陸上の流れの先端部のエネルギー損失は底面抵抗によるものが支配的であることが予想される。

以上の諸考察から、ダム破壊流れを解析するのに Whitham 理論は有用であると思われる。

そこで、Whitham 理論を津波問題に応用することを考える。

陸上部での津波において、前述の仮定 i) と ii) を満足する領域は波先端部の非常に狭い範囲に限られると思われる。事実、従来より提案されている方法で津波遡上の数値解析を行ってみると、前述の仮定を満足していると見なせる領域は波先端部の $O(dx)$ の領域ぐらいである。ここで、 dx は数値計算における空間差分間隔である。また、任意勾配・任意地形への二次元遡上解析への拡張を考えてもそのように見なした方がよい。

よって、本研究では式(5)と(6)は波先端部の $O(dx)$ の領域のみに適用できると仮定する。

波先端から $O(dx)$ 点の任意時刻の h , $\dot{a}$ と $\ddot{a}$ は波先端に関係なく数値解析を通して知ることができる。もし、津波の先端部の抵抗係数が推定できるならば、式(5)か(6)により x' を計算することができ、その先端位置を知ることができることになる。

よって、本研究では式(5)、(6)を遡上時の先端条件と見なすことにする。Froude 数について着目すると、本研究の先端条件では $0 \sim \infty$ に変化する。

ところで、遡下時の流れについても前述の仮定 i) と ii) は数学的には可能である。しかし、そのような現象は物理的には存在しない。よって、本研究では次式を遡下時の先端条件とする。

$$\Delta x' = \dot{a} \cdot dt \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $\Delta x'$: dt 時間に先端の移動する距離、 dt : 数値計算における時間差分間隔、 $\dot{a}$: 波先端から $O(dx)$ 点での水粒子速度。

式(9)の物理的意味は波先端部の水粒子速度は時間だ

けの関数であるということである。数値計算の具体的手法としては、 $\dot{a}$ は現時間ステップの波先端より $O(dx)$ 点の水粒子速度、あるいは dt 時間後のそれ、またはそれ等の平均といろいろ考えられる。しかし、どれを用いても具体的計算によれば大差は生じなかった。

3. 波先端部の抵抗係数

ダム破壊流れは非定常であるが、図-2 に示されているように初期貯水槽水深 h_0 で特性づけられ得る。これに対して、津波はそのような代表水深で特性づけることはできない。

よって、津波とダム破壊流れを関連づけるには仮定が必要となる。そこで、本研究では津波の先端部を h_0 の時々刻々変化するダム破壊流れの先端部と見なす。

ところで、前章において式(5)と(6)の成立する領域は波先端部の $O(dx)$ と仮定した。これは換言すれば Whitham の境界層長が $O(dx)$ であると仮定したことになり、波先端より $O(dx)$ の点を Whitham の境界層終端点と仮定したことになる。そうすると、Whitham の境界層終端では Ritter の理論から次式の関係が求められるので、津波の先端部の時々刻々の h_0 は決定できることになる。

$$h_0 = \frac{H_{\xi}}{4} (F_{r\xi} + 2)^2 \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 H_{ξ} と $F_{r\xi}$ は式(5)と(6)の h , $\dot{a}$ と $\ddot{a}$ が与えられる境界層終端での水深と Froude 数である。

図-3 に示されているように、抵抗係数 f と h_0 は関連づけることが可能である。たとえば、栈粗度の場合には式(4)のようである。よって、任意の底条件に対するダム破壊流れの抵抗則が既知であるならば、津波の h_0 を式(10)より求め、それをその抵抗則に代入して津波の先端部の抵抗係数を評価することが可能になる。

いろいろの底条件に対するダム破壊流れの抵抗則を研究するには Whitham 理論が役立つかもしれない。

4. 津波遡上計算結果とその検討

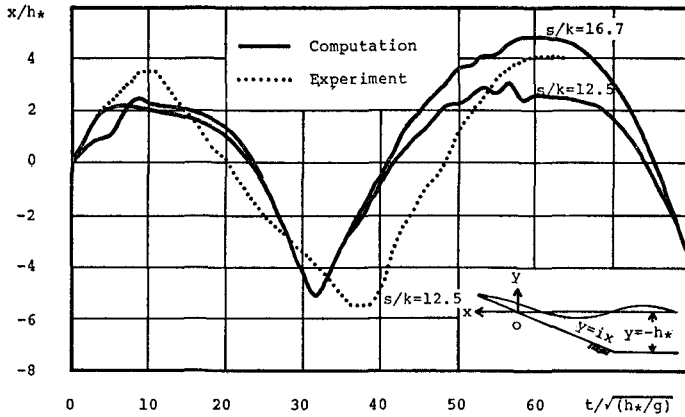
簡単のため、一様勾配斜面 ($i=0.075$) と水平底からなる水域に津波が入射する一次元問題を考える。

数値計算においては、陸上先端部を除いて基本式として抵抗を無視した浅水理論を用いる。陸上での波先端条件は式(6)と(9)を用いる。沖での境界は計算時間内に反射波が到達しない点とした。そこでの水粒子速度と水位変化との関係は次式を用いた。

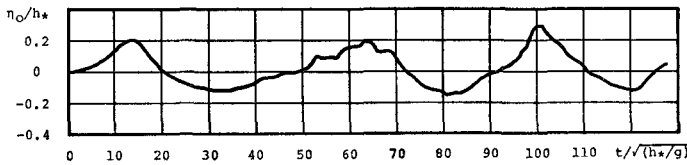
$$u_0 = 2 \{ \sqrt{g(h_* + \eta_0)} - \sqrt{g h_*} \} \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 u_0 : 沖での水粒子速度、 η_0 : 沖での静水深から波面までの高さ、 h_* : 沖での静水深。

式(11)は浅水理論から得られる水平底を進行する波の水粒子速度と水位変化の関係である。



図—6 (a) 陸上遡上津波の先端軌跡 ($i=0.075$, $s/h_*=0.5$, $dx/h_*=0.66$, $dt/\sqrt{h_*/g}=0.33$)



図—6 (b) 沖境界での水位変化 ($x/h_*=-53.64$, $h_*=0.1$ m)

数値計算の差分間隔は計算の安定条件を考慮して $dx/h_*=0.66$, $dt/\sqrt{h_*/g}=0.33$ を用いた。抵抗則は式 (4) を用いた。厳密には式 (4) は水平底に対する抵抗則なので使用できない。

実験においては、水路は 2 章のダム破壊流れに用いた水路の一端に造波部を接続したものを用いた。その他端に斜面を据え、斜面上だけに棧粗度 ($s=5$ cm, $k=0.4$ cm) を設けた。沖での水位変化 η_0 と陸上遡上部の諸測定には二台のビデオ・システムを用いた。

図—6 (a) は数値計算と実験より得られた波先端の軌跡を示す。点線が実験結果で実線が数値計算結果である。図—6 (b) はこの時の沖境界での無次元水位変化 η_0/h_* を示す。

図—6 (a) によると、数値計算結果は実験結果に較べて、

- i) 一波目も二波目も遡上高が小さい。
- ii) 波周期が短くなっている。
- iii) 遡上時に小さな振動を生じている。

考えるに、i) に対しては波先端の移動速度 $\dot{a} \rightarrow 0$ のとき、抵抗の効果が実際よりも大きく働くからだと思う。この時には、抵抗則式 (4) は適用範囲外であり、これより求めた抵抗係数は実際のものに較べ大きくなりすぎるのだろう。事実、 $s/k=16.7$ として数値計算を行うと図—6 (a) に示されているように遡上高は前例に較べ大きくなる。

表—1 は抵抗係数の時々刻々の変化を示す。この表が

らも明らかに数値計算と実験との隔たりが推察される。無次元時間 52.80 から 56.10 にかけて抵抗係数が不連続的に変化している。

ii) に対しては理由が二つ考えられる。一つは実験における波先端位置を正確に見定めることの難しさ。もう一つは数値計算手法の問題である。本研究の数値計算手法では波先端は遡上しているか遡下しているかのどちらかで常に動いている。しかし、実際現象ではしばらくの間ではあるが先端が移動していないと見なせる場合もある。たとえば、図—6 (a) において無次元時間 37 あたりで先端はほぼ静止している。

iii) に対しては明らかに本研究の数値計算手法の問題である。図—7 に示すように、本研究では境界層終端が段階的に移動すると仮定しており、場合によっては抵抗係数が急激に変化し、結果として x' が振動を起すからである。これは波先端の移動速度 $\dot{a} \rightarrow 0$ のとき起り易いよ

表—1 陸上遡上津波先端部の抵抗係数と境界層長 ($i=0.075$, $s/h_*=0.5$, $k/h_*=0.04$, $dx/h_*=0.66$, $dt/\sqrt{h_*/g}=0.33$)

$t/\sqrt{h_*/g}$	f	ξ/h_*	a/h_*	$(a-\xi)/h_*$
0	—	0	0	0
3.30	0.114	0	0.93	0.93
6.93	0.226	0	1.71	1.71
10.23	—	—	—	—
13.20	—	—	—	—
16.50	—	—	—	—
19.80	—	—	—	—
23.10	—	—	—	—
26.40	—	—	—	—
29.70	—	—	—	—
33.00	0.038	-5.28	-4.20	1.08
36.30	0.038	-3.30	-2.55	0.75
39.60	0.039	-1.98	-0.75	1.23
42.90	0.047	-0.66	0.69	1.35
46.20	0.068	0.66	1.59	0.93
49.50	0.102	1.32	2.21	0.89
52.80	0.162	1.32	2.86	1.54
56.10	1.300	1.98	3.14	1.16
59.40	1.214	1.98	2.61	0.63
62.70	—	—	—	—
66.00	—	—	—	—
69.30	—	—	—	—
72.60	—	—	—	—
75.90	—	—	—	—
79.20	—	—	—	—

うである。

図—8 は空間波形の比較を示す。水流の厚みの一致度はかなりよいと言えよう。

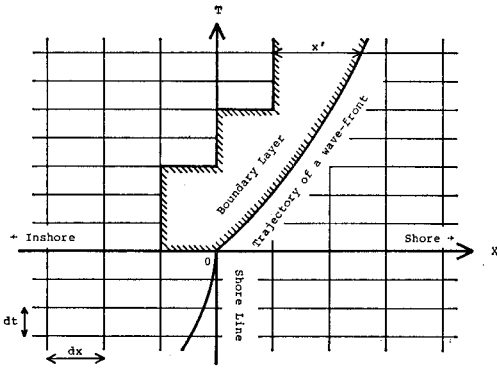
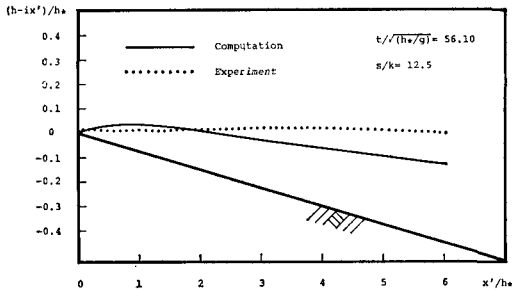


図-7 数値計算における境界層

図-8 陸上遡上津波の空間波形 ($i=0.075$, $s/h_s=0.5$, $dx/h_s=0.66$, $dt/\sqrt{h_s/g}=0.33$)

5. むすび

ダム破壊流れの考察にもとづいて陸上遡上津波の新たな先端条件を提案し、津波の大きさと地形・地域特性に応じた、時々刻々に変化する抵抗係数の評価方法を示し

た。まだ多くの問題が残されているが、ダム破壊流れの抵抗則が既知であるならば実際の遡上津波の評価は本研究の方法で可能であることがわかった。

また、陸上部での抵抗係数の評価を誤ると遡上域の推定に大きな誤差を生じうることがわかった。

また、本研究で提案する数値計算手法は二次元への拡張も可能で容易であることを付記しておく。

謝辞： 本研究を遂行するにあたり、東北大学首藤伸夫教授より多大なる御教示と励ましを賜わった。また、秋田大学浅田宏教授には実験に際していろいろと御便宜をいただいた。ここに記して両先生に深甚なる感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 後藤智明・首藤伸夫：各種津波遡上計算法と波先端条件の比較，第27回海論文集，pp. 80~84, 1980.
- 2) Whitham, G. B.: The effects of hydraulic resistance in the dam-break problem, Proceedings of Royal Society of London, series A, Vol. 227, pp. 399~407, 1955.
- 3) Ritter, A.: Die Fortpflanzung der Wasserwellen, Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure (Berlin), Vol. 36, pt. 2, No. 33, pp. 947~954, 1892.
- 4) 松富英夫・首藤伸夫：ドライ・ベッド上の急変不定流に関する実験，第35回年講，第2部，pp. 364~365, 1980.
- 5) 足立昭平：人工粗度の実験的研究，土木学会論文報告集，第104号，pp. 33~44, 1964.
- 6) Cross, R. H.: Tsunami surge forces, Proceedings of A.S.C.E., Vol. 93, WW4, pp. 201~231, 1967.
- 7) 松富英夫：ダム破壊流れの数値解析，第18回災害シンポ，1981.