

# 内湾の物質分散過程における潮流と恒流の相乗効果

大 西 行 雄\*

## 1. まえがき

潮汐流の卓越する内湾における海水分散過程に関して、最近では、潮汐流によって形成される恒流（潮汐残差流）を含む恒流系による分散効果の重要性はよく知られている。例として、大西<sup>1)</sup>の数値計算による大阪湾の明石海峡周辺の恒流と潮流の模式図を図-1に示す。図

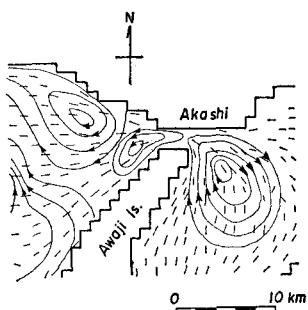


図-1 潮汐振動流と恒流渦の例

の中で実線は恒流の流線を、線分は潮汐振動流の上げと下げの向きを示している。海峡を挟む2つの逆回転の渦対として現れる恒流の形成機構に関しては、柳<sup>2)</sup>や大西<sup>3)</sup>の研究があり、強い潮流を持つ海峡で一般的な現象と考えられている。さて、水質的に見た場合には、恒流渦は孤立した水塊ではなく、渦の間の相互の海水交換が存在することは知られている。この相互の海水交換は、恒流系のみによっては説明されず、潮汐振動流の共存による相乗効果を考えて始めて説明可能であろう。

潮汐振動流系と恒流の相乗効果については、恒流が時間的には定常だが空間的には擬似乱流として扱えるような場合について、Zimmerman<sup>4)</sup>が論じている。しかし、図-1に示したような大規模な恒流渦に対してはその理論は適用し難い。一方、大西<sup>5)</sup>らは前報で図-1のような状況を単純化した流れの状態を想定し、水粒子のラグランジ運動を数値解析することにより、隣接する恒流渦の間の海水交換を論じている。その結果によれば、潮汐振動流と恒流渦対が共存することにより、隣接する渦対

を往来するような8の字型のラグランジ粒子運動が可能であり、これが海水交換を引き起す。この粒子運動は1次のテイラー展開による振動流のストークス輸送とは異なり、振動流と恒流渦の相乗効果として発生する。ある時刻に恒流渦の内部に存在し、潮汐の一周期後に外部に流出して恒流渦に戻っていない水の容積を潮汐プリズムで除したものとして定義される海水交換係数は、恒流渦の流速の大きさの2乗に比例する。本論は、前報<sup>5)</sup>と同じ流況を想定し、そこで扱われた潮汐一周期間の水の運動をより長期にわたって解析しその結果をとりまとめたものである。

## 2. モデル

海峡域における流況を単純化して、次のようなものを想定する。恒流は水平2次元の非発散運動で、一対ではなく次々にひき続く渦列を形成しているようなものとする。潮汐振動流はストークス輸送を持たないようなものとし、単純な一様往復運動とする。このような流動場として前報<sup>5)</sup>と同様次のものを採る。

$$\left. \begin{aligned} u(x, y, t) &= A \sin \pi x \cos \pi y + 2\pi B \cos 2\pi t \\ v(x, y, t) &= -A \cos \pi x \sin \pi y \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ただし、長さのスケールを恒流渦の大きさ  $L$  に、時間のスケールを潮汐周期  $T$  にとり無次元化がなされている。ここに、恒流の最強流速を  $a$ 、潮汐振動流の最強流速を  $b$  とするとき、

$$A = \frac{aT}{L}, \quad B = \frac{bT}{2\pi L} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

である。以下では  $0 \leq y \leq 1$  の範囲の水路を考え、この中の海水分散を取り扱う。

ここで現実の海峡を想定する場合に  $A$  や  $B$  のとるべき値の範囲を調べておこう。図-1に示した明石海峡の例を考えれば、 $L \approx 10 \text{ km}$ 、 $a = 20 \sim 50 \text{ cm/s}$ 、潮汐振動流の強さは海峡の狭い所では  $200 \text{ cm/s}$  に達するが平均的には  $b \approx 50 \text{ cm/s}$  としてよいだろう。これらの値と  $T = 12 \text{ hr}$  とから、

$$\left. \begin{aligned} A &= 0.89 \sim 2.2 \\ B &= 0.17 \sim 0.55 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

\* 正会員 理博 京都大学防災研究所

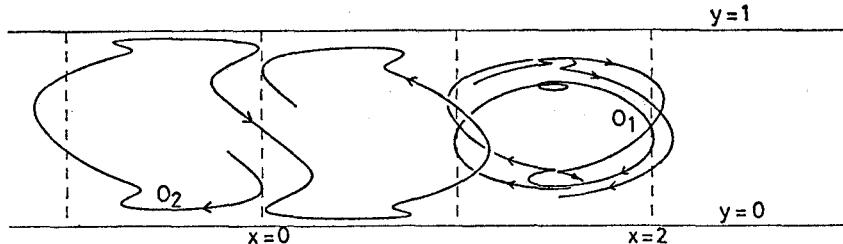


図-2 水粒子のラグランジ運動

上の考察から以下の計算は、式(3)の範囲を中心に行なわれる。

海水の分散は次の2通りの方法によって解析される。その1つは次式に支配される水粒子のラグランジ運動を解析することである。

ここに、 $(X, Y)$  は水粒子の位置座標を示している。この方程式の数値解法は前報<sup>5)</sup>に述べてあるので省略する。

もう1つの解析方法は拡散方程式

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = \kappa \Delta C \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

を解くことである。式(5)は、上流差分スキームを用いた差分法によって解かれるが、式(4)を解く方法に比べて式(5)では、計算の安定進行のために、正の乱流拡散係数を仮定しなければならないこと、また差分誤差による擬似拡散が発生することに注意しなければならない。

しかし、現実の海では乱流拡散が存在していること、また通常行なわれている水質拡散シミュレーションが式(5)によるものであることを考えれば、上の2つの解析方法による結果を比べておくことは有益だろう。

### 3. 海水交換

図-2 は既に前報<sup>5)</sup>において示されたものであるが、ラグランジ方程式(4)の解析結果で、海水交換が起きる仕組を示すものである。パラメータの値は、 $A=1.0$ 、 $B=0.2$ であり、2つの軌跡  $O_1$  と  $O_2$  が示されている。これらはそれぞれ、 $t=0.2$  に  $(x, y)=(2, 0.5)$  を、 $t=0$  に  $(x, y)=(0, 0.5)$  を通過するような水粒子の  $t=-4$  から  $t=4$  に至る 8 周期間の運動を示している。粒子  $O_1$  は渦の 1 つのセルの中にはほとんど閉じ込められているのに対し、粒子  $O_2$  は 2 つの渦のセルを相互に往きかうような 8 の字型の運動を行なっている。後者の型の粒子運動が隣接するセル間の海水運動をひき起こすと考えられる。

海水交換量は次の方法で求められる。時刻  $t=0$  において隣接する渦の境界 ( $x=0$ ) の上に並べられた多数の粒子 (400~20,000 個) が  $t=1, 2, 3, 4 \dots$  において存

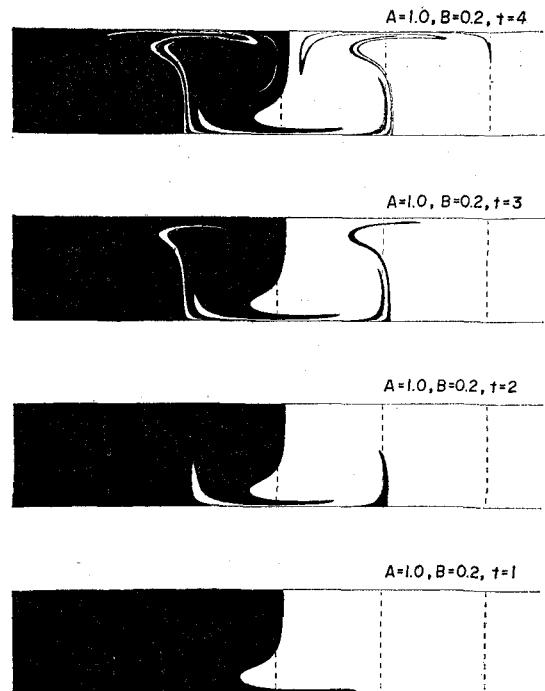


図-3 着色された指標水の流出パターン

在する位置が(4)式を解くことによって求められる。これが海水と共に動く水塊の境界線を教えてくれる。図-3はそのようにして求められた海水交換の様子を、初期に  $x < 0$  に存在した水塊を黒く塗って示したものである。この図から次のことがわかる。潮汐1周期目の図からも海水交換の存在が見られるが、それ以後の時刻の図から、実質的海水交換は恒流渦の流線が  $x=0$  の境界から離れていくこうとする側の陸岸寄りで行なわれている。潮汐1周期目に流出した着色水の多くの部分は、ひき続く潮汐周期にも元のセルに戻らず、 $t=4$ における図では、1, 2, 3, 4 周期前に流出したそれぞれの水塊の形態を明らかに見ることができる。流出した水塊は細長く伸びされている。この形態は、水の流速分布の滑らかさからは想像できないものである点で興味深いだけではなく、実際の海域では併存する乱流拡散の効果がこの細い帯を効率的に拡散させるであろうから、海水交換の水質分散における実質性を示している点で重要である。

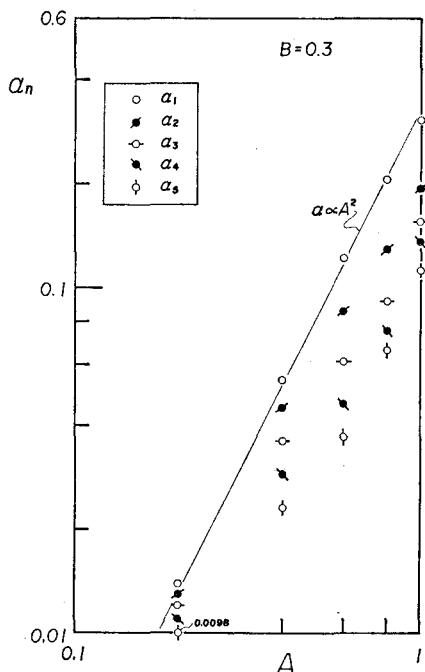


図-4 交換係数

海水交換係数は、 $n$  周期目までに  $x=0$  から流出した海水量を  $n$  で除して、さらに潮汐ブリズム  $B$  で除したもの  $\alpha_n$  として定義される。通常の意味の交換係数は  $\alpha_1$  であり、上で述べた水塊の伸長と乱流拡散を考慮すれば大きな  $n$  に対する  $\alpha_n$  を求めることは必ずしも長期の水質分散を理解する手段にはならない。 $B=0.3$  の場合の  $\alpha_n$  ( $1 \leq n \leq 5$ ) の値を 図-4 に示す。交換係数  $\alpha_1$  の値は、恒流の強さ  $A$  の 2 乗にほぼ比例し、 $B=0.3$  の時、 $A \geq 0.6$  では、海峡域での塩分観測例などから普通に言われている 10~30% 程度の値が得られている。このことは、ここで取り上げた海水交換機構が量的にも実際の海水交換現象を説明し得ることを示している。図からも明らかのように交換率は  $n$  の増加と共に減少している。しかし、長期にわたる現象は流出量ではなく、流出水の拡がりに関する解析をするべきであり、次節で分散係数として再度とり上げることにする。

#### 4. 分散係数

分散係数はラグランジ方程式(4)と、拡散方程式(5)に基づく 2通りの方法で推定された。前者

の方法は次の通りである。時刻  $t=0$ において、セル  $-1 \leq x \leq 0$  に 2500 個の粒子が間隔  $1/50$  の正方形格子に配置される。粒子番号  $i$  の座標を  $(X_i, Y_i)$  とすると、 $x$  方向の粒子の分散  $\sigma_1^2$  は、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1^2 &= \sum_i (X_i - \bar{X})^2 / 2500 \\ \bar{X} &= \sum_i X_i / 2500 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

で与えられる。方程式(4)を解くことによって  $\sigma_1^2$  の時間変化を求めることができるが、これと分散係数  $D_1$  の間には

$$D_1 = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_1^2}{dt} \quad (7)$$

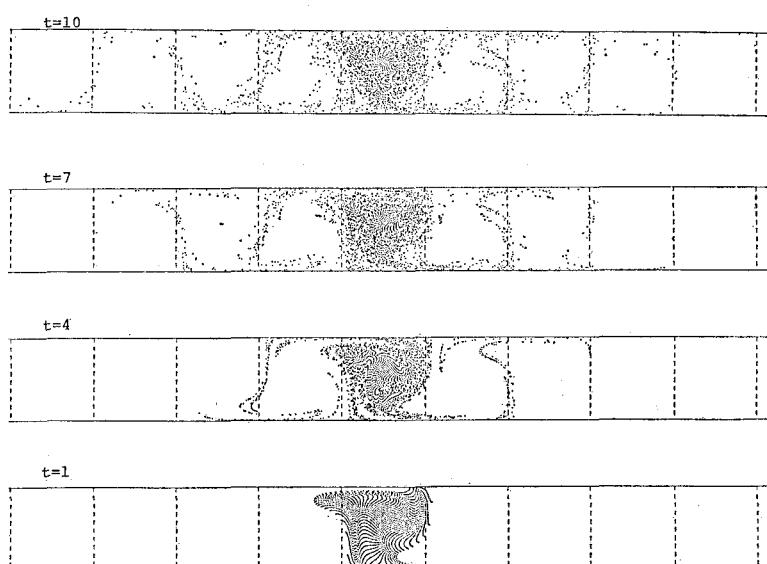
の関係がある。指標水の分散の様子を 図-5 に示す。当然のことだが、その様子は 図-2 に示されたものと同様である。パラメータ  $A, B$  の組み合せを変えて、分散  $\sigma_1^2$  が 10 周期まで求められた。10 周期目までの  $\sigma_1^2$  の変化は経過周期数の 1 次函数に近いものが多いけれども、そうでない場合でも始めの数周期は 1 次函数に近い。函数のそのような部分から分散係数  $D_1$  が求められた。

分散係数を求めるもう 1 つの方法は拡散式(5)を解く方法である。差分法における格子間隔は  $\Delta x = \Delta y = 1/10$  とし、時刻  $t=0$  において、セル  $-1 < x \leq 0$  で

$$C = -\sin \pi x \sin \pi y$$

他の領域で  $C=0$  とされる指標濃度が、 $t=50$  まで計算された。乱流拡散係数  $\kappa$  は 0.01 とされており、 $t=50$  までの計算結果が  $x$  方向の境界の影響を受けないように充分に広い領域を対象に計算が行なわれた。

指標水の分散は

図-5 ラグランジ粒子の分散のパターン ( $A=1.0, B=0.2$ )

$$\sigma_x^2 = \left\{ \begin{aligned} & \int \int C(x - \bar{x})^2 dx dy / \int \int C dx dy \\ & \bar{x} = \int \int C x dx dy / \int \int C dx dy \end{aligned} \right\} \dots\dots(8)$$

で与えられ、(7)式と同様の方法で分散係数  $D_2'$  が求められる。この  $D_2'$  の値を表-1に示す。表-1で  $A=0$ ,  $B=0$  の場合の  $D_2'=0.01$  は  $\kappa$  の値を表わしている。さらに、 $A=0$ ,  $B>0$  の場合には恒流渦が存在せず単なる往復振動のみの場合だから、 $D_2'=0.01$  となるべきなのにそれより大きな値となっている。一方、潮汐振動流の振幅を  $2\pi B$  とすれば、上流差分を用いた場合の差分打ち切り誤差による擬似拡散係数は  $B\Delta x$  と推定され、これは表-1の偏差をよく説明する。表-1に見られるようにこの差分誤差はかなり大きな値をとる。そのことによる曖昧さを避けることが本研究においてラグランジ粒子の解析を行なった理由なのだが、この手法は環境水理における一般の応用問題にいつでも使えるものではないので、一般の差分法等による解析結果の解釈では差分誤差に充分の注意が必要ということになる。さて、ここでは上記の項を補正して、分散係数

$$D_2 = D_2' - \kappa - B\Delta x \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

を求める、表-2 に示す。同じくラグランジ粒子追跡から求めた  $D_1$  を表-3 に示す。

表-1 拡散計算による分散係数  $D_2'$  (修正前)

B	A					
	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0.0	0.010	0.027	0.038	0.046	0.052	0.057
0.1	0.020	0.038	0.054	0.066	0.075	0.083
0.2	0.030	0.045	0.065	0.080	0.091	0.102
0.3	0.040	0.050	0.069	0.085	0.098	0.111
0.4	0.050	0.056	0.069	0.084	0.096	0.108
0.5	0.060	0.063	0.070	0.079	0.089	0.098

表-2 抵散計算による分散係数  $D_2$  (修正後)

B	A				
	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0.1	0.018	0.034	0.046	0.055	0.063
0.2	0.015	0.035	0.049	0.061	0.072
0.3	0.010	0.029	0.045	0.058	0.071
0.4	0.006	0.019	0.034	0.046	0.058
0.5	0.003	0.010	0.019	0.029	0.038

表-3 粒子追跡による分散係数  $D_1$

B	A				
	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0.1	?	0.0028	0.0041	0.016	0.028
0.2	0.0012	0.0046	0.0085	0.022	0.050
0.3	0.0017	0.0052	0.013	0.024	0.052
0.4	0.0010	0.0054	0.013	0.020	0.036
0.5	0.0005	0.0047	0.011	0.017	0.032

これら 2 つの表を比べて見ると、 $D_2$  の方が  $D_1$  より大きいことがわかる。これを解釈する上で、 $D_1$  は潮汐振動と恒流のみの相乗効果を表わしているが、実際の海では存在する乱流拡散の効果が入っていないこと、一方  $D_2$  は乱流拡散や差分誤差による擬似拡散そのものは除かれているが、それらと恒流渦の相乗効果を含んでいることに注意しなければならない。

分散係数の  $A$  や  $B$  に対する依存性を見るために、 $B = 0.3$  の場合について  $D_1$  と  $D_2$  の  $A$  による変化を図-6 に、 $A=1$  の場合について  $D_1$  と  $D_2$  の  $B$  による変化を図-7 に示す。ただし図-7 には表-3 に示されていない小さな  $B$  に対する  $D_1$  も示されている。これらの図から、分散係数が恒流の強さ  $A$  の 2 乗に比例すること、潮流の強さ  $B$  に対する依存は実際の海での潮流の範囲 ( $B \geq 0.1$ ) では明瞭でないが、小さな  $B$  に対しては  $B$  に比例することがわかる。言い換えれば、潮汐振動流  $B$  と恒流  $A$  の相乗効果は  $A^2B$  に比例する性質のものだが、実際の海では  $B$  に関しては飽和して

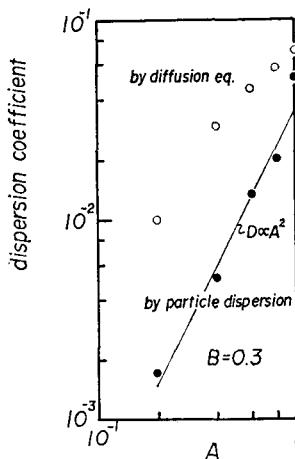


図-6 分散係数の  $A$  依存性 ( $B=0.3$ )

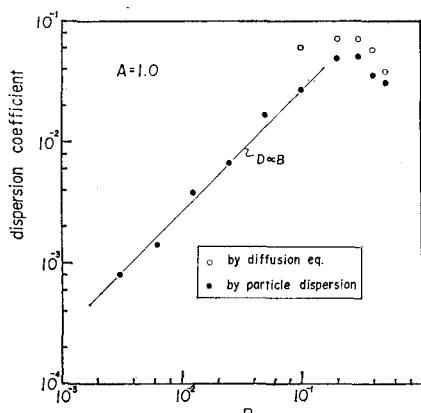


図-7 分散係数の  $B$  依存性 ( $A=1$ )

いることになる。

分散係数の実際の値に変換するために図-6に示された  $B=0.3$  の場合の回帰線から  $D_1=0.034A^2$  として、(3)式の  $A$  を代入し、さらに  $L^2T^{-1}$  を乗じて次元量に直すと、分散係数  $D_{1*}$  として

$$D_{1*}=6.2 \times 10^5 \sim 3.8 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$$

を得る。この値は瀬戸内海の縦分散係数として速水ら<sup>6)</sup>によって求められた  $10^7 \text{ cm}^2/\text{s}$  に比べれば小さいが、乱流拡散を考えれば  $D_{1*}$  が倍程度になりそうなこと(表一2)、地形等の単純化が  $D_{1*}$  を過小評価する可能性を考えれば、本論で扱った相乗効果は実際の分散係数のかなりの部分を説明すると考えられる。

## 5. 結 論

内湾域において大きな海水分散が生ずる機構を説明するため、海水分散に及ぼす潮汐振動流と恒流渦の相乗効果が解析された。モデルとした流況は極めて単純化されたものであったが以下のことがわかった。

恒流渦の間の海水交換率は通常の内湾で考えられる流れの強さの範囲で 10~30% 程度に達する。しかも交換して流出した海水は、オイラー的な流速場からは容易に想像できない程に帶状に伸長され、実質的な海水混合を容易にさせていた。潮汐周期の数倍以上の期間にわたる平均の海水分散係数は、恒流の強さ  $A$  と潮汐振動流の

強さ  $B$  に対して、 $B$  が小さい時には  $A^2B$  に比例するが、実際の流れの強さの範囲では  $A^2$  に対する比例関係だけが残り、 $B$  に対しては飽和している。この分散係数は量的に、実際の海の分散係数のかなりの部分を説明する。

本研究を行なうにあたり、京都大学國司秀明教授には貴重な助言を賜わった。数値解析の一部は、京都大学大学院学生秋友和典君、吉松康公君によって行なわれた。ここに記して厚く謝意を表する。

## 参 考 文 献

- 1) 大西行雄: 大阪湾の恒流に関する数値実験, 第 26 回海講論文集, pp. 514~518, 1979.
- 2) Yanagi, T.: Fundamental study of the tidal residual circulation, Jour. Oceanogr. Soc. Japan, Vol. 32, pp. 199~208, 1976.
- 3) Oonishi, Y.: A numerical study on the tidal residual flow, Jour. Oceanogr. Soc. Japan, Vol. 33, pp. 207~218, 1977.
- 4) Zimmerman, J. T. F.: Mixing and flushing of tidal embayments in the Western Dutch Wadden Sea, Part II; Analysis of mixing processes, Netherlands Jour. of Sea Res., Vol. 10, No. 4, pp. 397~439, 1976.
- 5) Oonishi, Y. and H. Kunishi: Water exchange between adjacent vortices under an additional oscillatory flow, Jour. Oceanogr. Soc. Japan, Vol. 35, Nos. 3, 4, pp. 136~140, 1979.
- 6) 速水頌一郎・宇野木早苗: 瀬戸内海における海水の交流と物質の拡散, 第 17 回海講論文集, pp. 385~394, 1970.