

2 粒子拡散の拡散係数について

浜 田 徳 一*

1. ま え が き

近年、沿岸の拡散現象の観測実験で2粒子拡散の拡散係数について、Richardson の 4/3 乗則が成立することが報告せられている。(文献 1), 2), 3), 4) 等). 4/3 乗則は L. F. Richardson (文献 5)) により大気乱流の拡散の取り扱いで発見せられ、その後局所等方性の波数領域内で厳密に成立することが理論的に示された(たとえば文献 6), 7) 等). 海面近傍の2次元の拡散で2次元の等方性が成立するためには主流の性質、境界条件等いろいろ問題があるが、ここで簡単な考察を行う。

1) 水面近傍の拡散域で主流の方向に x 軸、それに直角水平に y 軸、鉛直上向きに z 軸をとり、水平面内での乱れの2次元等方性を仮定し、通常使用される速度相関 $f(r)$ を x 軸に沿い、 $g(r)$ をこれに直角にとると、2次元乱流の連続式からは

$$f(r)=\frac{1}{r}\int_0^r g(r)dr \dots\dots\dots(1)$$

z 方向の乱れ速度のある3次元乱流では同じく

$$f(r)=\frac{1}{r}\int_0^r \left(g(r)-\frac{r}{\bar{u}^2}\frac{\partial u(0)w(r)}{\partial z}\right)dr \dots\dots(2)$$

$\overline{u(0)w(r)}$ は $r \rightarrow 0$ で Reynolds 応力を構成するが、一般に r, z の関数、 $\bar{u}^2$ は z の関数であり、主流の性質に支配される。したがって式 (1) の $f(r)$ がフーリエ変換で $E(k) \simeq \text{Const. } k^{-5/3}$ を導いたとしても、式 (2) はかっこ内第2項が無視できないとき、この変換は困難と思われる。

2) 著者が指導、実験結果の検討を行った文献 8) の付録の実験例で検討する。水平面内の乱れが均質に近く、乱れの強さも妥当な Case 1, M-8, K-8 測点の速度相関記録 (Euler 型) から文献 9) の Fig. 2 に近い4個を選び、信頼性をあげるためその相加平均 $R_E^*(\tau)$ をとる (表一)。

$$\left. \begin{aligned} \int_0^\infty R_E^*(\tau) d\tau &= T_E \doteq 2.23 \text{ sec} \\ \alpha_E &= T_E^{-1} = 0.448 \text{ sec}^{-1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

を用い、つぎの乱れの1次元スペクトル模型を考える

表一 速度相関係数

(1) 相関係数 (Euler 型)

		$\tau=0$	1	2	3	4	5	6	7	8
位置	表面からの水深	$\alpha_E \tau=0$	0.448	0.896	1.344	1.792	2.240	2.688	3.136	3.584
M-8	2 cm	1.00	0.61	0.35	0.23	0.17	0.08	0.04	0.05	0.02
M-8	12	1.00	0.68	0.48	0.31	0.16	0.05	-0.02	-0.04	-0.01
K-8	4	1.00	0.70	0.48	0.32	0.21	0.16	0.11	0.07	-0.01
K-8	12	1.00	0.61	0.38	0.24	0.19	0.11	0.03	0.08	0.09
	相加平均 $R_E^*(\tau)$	1.00	0.65	0.42	0.28	0.18	0.10	0.04	0.04	0.02

$T_E=2.23 \text{ sec}, \alpha_E=T_E^{-1}=0.448 \text{ sec}^{-1}$

(2) 流れの性質

位 置	全水深	表面からの水深	$U \text{ cm/sec}$	$\bar{u}^2$	$\sqrt{\bar{u}^2}/U$
M-8	37.1 cm	2 cm	8.55	0.579	0.089
M-8		12	8.59	0.646	0.094
K-8	36.1	4	11.18	0.542	0.066
K-8		12	11.09	0.544	0.067

$(\infty > \omega \geq 0).$

$$E^{(1)}(\omega) = \bar{u}^2 \frac{2}{\pi \alpha_E} \frac{1}{1 + (\omega/\alpha_E)^2}, \quad R_E^{(1)}(\tau) = e^{-\alpha_E |\tau|} \dots\dots\dots(4)$$

$$\left. \begin{aligned} E^{(2)}(\omega) &= \bar{u}^2 \frac{2}{\pi \alpha_E} \frac{1}{\{1 + 1.797(\omega/\alpha_E)^2\}^{5/6}} \\ R_E^{(2)}(\tau) &= 0.592(0.746\alpha_E|\tau|)^{1/3} K_{1/3}(0.746\alpha_E|\tau|) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5)^*$$

図一は式 (4) の $R_E^{(1)}(\tau)$ が $R_E^*(\tau)$ により適していることを示す。

高周波領域ではスペクトルは等方性を仮定する式 (5) より急勾配である。

2. 解 析

均質定常な乱流場を考え、 $t=0$ に $y=0$ 近傍のきわめて近い位置から出発する2粒子の y 方向の拡散を考える。‘1’ 粒子の位置を y_1 、‘2’ 粒子の位置を y_2 とし、 $y=y_1-y_2$ を用い、拡散係数 $\mu_2(t)$ は、

$$\mu_2(t) = \left\langle y \frac{dy}{dt} \right\rangle = \left\langle y_1 \frac{dy_1}{dt} + y_2 \frac{dy_2}{dt} - y_1 \frac{dy_2}{dt} - y_2 \frac{dy_1}{dt} \right\rangle \dots\dots\dots(6)$$

* 正会員 工博 * K は変形された Bessel 関数

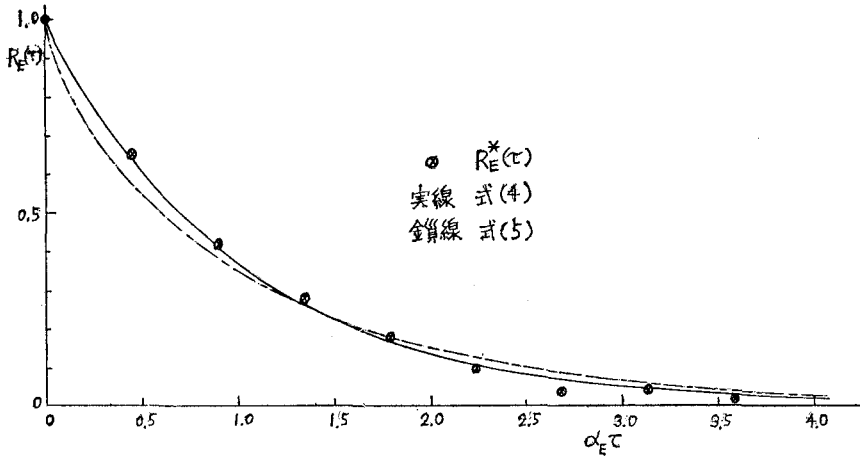


図-1 Euler 型速度相関係数

$t \rightarrow +\infty$ では $\left\langle y_1 \frac{dy_2}{dt} \right\rangle = \left\langle y_2 \frac{dy_1}{dt} \right\rangle \rightarrow 0$ となり,

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \mu_2(t) = 2 \left\langle y_1 \frac{dy_1}{dt} \right\rangle = 2\mu_1(t) \quad \dots\dots\dots (7)$$

いま $\left\langle y \frac{dy}{dt} \right\rangle$ が '1' 粒子の運動に起原する項,
'2' 粒子の運動に起原する項および高次の干渉項の線形
和として

$$\left\langle y \frac{dy}{dt} \right\rangle = \left\langle y \frac{dy}{dt} \right\rangle_{,1} + \left\langle y \frac{dy}{dt} \right\rangle_{,2} + \text{高次項} \quad \dots\dots\dots (8)$$

式 (6) を用い

$$\begin{aligned} & \left\langle y \frac{dy}{dt} \right\rangle_{,1} \\ &= \left\langle y_1 \frac{dy_1}{dt} \right\rangle_{,1} \\ & \times \left\{ 1 - \frac{\left\langle y_1 \frac{dy_2}{dt} + y_2 \frac{dy_1}{dt} - y_2 \frac{dy_2}{dt} \right\rangle_{,1}}{\left\langle y_1 \frac{dy_1}{dt} \right\rangle_{,1}} \right\} \\ &= \mu_1(t) F \left\{ \left\langle \frac{\partial y_2}{\partial y_1} \right\rangle, \left\langle \left(\frac{\partial y_2}{\partial y_1} \right)^2 \right\rangle, \dots, \right. \\ & \quad \left. \left\langle \frac{\partial^2 y_2}{\partial y_1^2} \right\rangle \dots \right\} \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

$\left\langle y \frac{dy}{dt} \right\rangle_{,2}$ についても同様の式が得られる。また
標本平均として

$$\left. \begin{aligned} \left\langle \frac{\partial y_2}{\partial y_1} \right\rangle &= \left\langle \frac{\partial y_1}{\partial y_2} \right\rangle \\ \left\langle \left(\frac{\partial y_2}{\partial y_1} \right)^2 \right\rangle &= \left\langle \left(\frac{\partial y_1}{\partial y_2} \right)^2 \right\rangle \\ \left\langle \frac{\partial^2 y_2}{\partial y_1^2} \right\rangle &= \left\langle \frac{\partial^2 y_1}{\partial y_2^2} \right\rangle \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$\mu_1(t)$ を用いた '1' 粒子の拡散方程式に $\left\langle \frac{\partial y_2}{\partial y_1} \right\rangle, \dots$
を入れ

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \mu_1(t) \frac{\partial^2 \theta}{\partial y_1^2} \\ &= \mu_1(t) \left\{ \left\langle \left(1 - \frac{\partial y_2}{\partial y_1} \right)^2 \right\rangle \right. \\ & \quad \left. - \left\langle \frac{\partial^2 y_2}{\partial y_1^2} \right\rangle \frac{\partial y}{\partial y} \right\} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

同様に '2' 粒子について

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \mu_1(t) \left\{ \left\langle \left(\frac{\partial y_1}{\partial y_2} - 1 \right)^2 \right\rangle \right. \\ & \quad \left. + \left\langle \frac{\partial^2 y_1}{\partial y_2^2} \right\rangle \frac{\partial y}{\partial y} \right\} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

式 (11), (12) を用い, 式 (8) から

$$\begin{aligned} \left\langle y \frac{dy}{dt} \right\rangle &\doteq \mu_1(t) \left\{ \left\langle \left(1 - \frac{\partial y_2}{\partial y_1} \right)^2 \right\rangle \right. \\ & \quad \left. + \left\langle \left(\frac{\partial y_1}{\partial y_2} - 1 \right)^2 \right\rangle \right\} \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

式 (10) を用い

$$\begin{aligned} \mu_2(t) &\doteq 2\mu_1(t) \left\{ 1 - 2 \left\langle \frac{\partial y_2}{\partial y_1} \right\rangle + \left\langle \left(\frac{\partial y_2}{\partial y_1} \right)^2 \right\rangle \right\} \\ &\quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

$\mu_1(t)$ はこの場の 1 個の粒子の y 方向の Lagrange 型速
度相関係数 $R_L(\tau)$ を用い

$$\mu_1(t) = \int_0^t R_L(\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (15)$$

式 (14) の $\frac{\partial y_2}{\partial y_1}$ は 2 粒子の相互運動を規制する渦の
大いさに支配せられることを考え, Lagrange 型の速度相
関係数を用い

$$\left\langle \frac{\partial y_2}{\partial y_1} \right\rangle = R_L(T^*) \frac{\langle (\partial y_2)^2 \rangle^{1/2}}{\langle (\partial y_1)^2 \rangle^{1/2}} \quad \dots\dots\dots (16)$$

T^* は有効渦の周期である. $\frac{\partial y_2}{\partial y_1} = \left\langle \frac{\partial y_2}{\partial y_1} \right\rangle + \Delta \left(\frac{\partial y_2}{\partial y_1} \right)$,

$\left\langle A \left(\frac{\partial y_2}{\partial y_1} \right) \right\rangle = 0$ を用い

$$\left\langle \left(\frac{\partial y_2}{\partial y_1} \right)^2 \right\rangle = \left\langle \frac{\partial y_2}{\partial y_1} \right\rangle^2 (1+A) \quad \left\{ \begin{array}{l} A = \frac{\left\langle \left\{ A \left(\frac{\partial y_2}{\partial y_1} \right) \right\}^2 \right\rangle}{\left\langle \frac{\partial y_2}{\partial y_1} \right\rangle^2} \end{array} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

式 (17) の A は乱れの強さの 2 乗にくらべられる量であり、通常の均質な乱れでは 0.01~0.0225 程度までである。

式 (16), (17) を用い式 (14) は

$$\mu_2(t) = 2\mu_1(t) \left[1 - 2R_L(T^*) \frac{\langle (\partial y_2)^2 \rangle^{1/2}}{\langle (\partial y_1)^2 \rangle^{1/2}} + \{R_L(T^*)\}^2 \frac{\langle (\partial y_2)^2 \rangle}{\langle (\partial y_1)^2 \rangle} (1+A) \right] \dots\dots\dots(18)$$

3. 応 用

拡散問題では Lagrange 型の速度相関を用いるから、等方性の条件 $E(k) \propto \text{Const. } k^{-5/3}$ は $E(\omega) \propto \text{Const. } \omega^{-2}$ に変換される。つぎの 3 種の 1 次元エネルギースペクトルをとる。 $\infty > \omega \geq 0$, $\infty > \tau \geq 0$ とし, $T_L = \int_0^\infty R_L(\tau) d\tau$, $\alpha_L = T_L^{-1}$ を用い

$$E(\omega) = \bar{u}^2 \frac{2}{\pi \alpha_L} \frac{1}{1 + (\omega/\alpha_L)^2}, \quad R_L(\tau) = e^{-\alpha_L \tau} \dots\dots\dots(19)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E(\omega) = \bar{u}^2 \frac{2}{\pi \alpha_L} \frac{1}{\{1 + 0.40529(\omega/\alpha_L)^2\}^{3/2}} \dots\dots(20)^* \\ R_L(\tau) = 1.57078 \alpha_L \tau K_1(1.57078 \alpha_L \tau) \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E(\omega) = \bar{u}^2 \frac{2}{\pi \alpha_L} \frac{1}{\{1 + 0.25(\omega/\alpha_L)^2\}^2} \dots\dots(21) \\ R_L(\tau) = (1 + 2\alpha_L \tau) e^{-2\alpha_L \tau} \end{array} \right\}$$

式 (19) では高周波数領域が等方性条件をみたし、式 (20), (21) では更に急勾配となる。スペクトルの変化に対応する $\mu_2(t)$ の変化を見るには式 (21) までの結果を見るのがよいが、計算は同様であるからここには式 (19), (20) について記し、式 (21) については結果を示す。

式 (15) を用い、式 (19) より

$$\mu_1(t) = \bar{u}^2 T_L (1 - e^{-\alpha_L t}) \dots\dots\dots(22)$$

式 (20) には数値計算を用いて

$\alpha_L t$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
$\mu_1(t)/\bar{u}^2 T_L$	0.0988	0.1929	0.2806	0.3611	0.4343	0.5004

$\alpha_L t$	0.8	1.0	1.2	1.599	1.994	2.379
$\mu_1(t)/\bar{u}^2 T_L$	0.6127	0.7018	0.7716	0.8675	0.9236	0.9556

* 文献 10) 式 (16-1) の $0.31831 \left(= \frac{1}{\pi} \right)$ を $\frac{2}{\pi}$ に訂正する。

$\alpha_L t$	2.929	3.771	5.231	6.484
$\mu_1(t)/\bar{u}^2 T_L$	0.9798	0.9940	0.9993	0.9999

.....(23)

式 (16) の右辺 $\langle (\partial y_2)^2 \rangle / \langle (\partial y_1)^2 \rangle$ の計算には有効渦の周期 $T^*(\omega^* = 2\pi T^{*-1})$ を用い

$$\frac{\langle (\partial y_2)^2 \rangle}{\langle (\partial y_1)^2 \rangle} = \frac{\left\langle \left\{ \sum_0^{\omega^*} v_{i0} \cos(\omega t + \varepsilon_i) \right\}^2 \right\rangle}{\left\langle \left\{ \sum_0^\infty v_{i0} \cos(\omega t + \varepsilon_i) \right\}^2 \right\rangle} = \frac{\sum_0^{\omega^*} \frac{1}{2} v_{i0}^2}{\sum_0^\infty \frac{1}{2} v_{i0}^2} = \frac{\int_0^{\omega^*} E(\omega) d\omega}{\int_0^\infty E(\omega) d\omega} \dots\dots\dots(24)$$

ただし位相角 ε_i は 0 から 2π の間に一様に分布すると仮定している。式 (19) に対し

$$\frac{\langle (\partial y_2)^2 \rangle}{\langle (\partial y_1)^2 \rangle} = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \frac{2\pi}{\alpha_L T^*} \dots\dots\dots(25)$$

式 (20) に対し

$$\frac{\langle (\partial y_2)^2 \rangle}{\langle (\partial y_1)^2 \rangle} = \frac{2\pi}{\alpha_L T^*} \left\{ \left(\left(\frac{2\pi}{\alpha_L T^*} \right)^2 + 1.57078^2 \right) \right\}^{1/2} \dots\dots(26)$$

式 (18) に式 (25), (26) を用いそれぞれ

$$\mu_2(t) = 2\mu_1(t) \left\{ 1 - 2e^{-\alpha_L T^*} \cdot \left(\frac{2}{\pi} \tan^{-1} \frac{2\pi}{\alpha_L T^*} \right)^{1/2} + e^{-2\alpha_L T^*} \cdot \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \frac{2\pi}{\alpha_L T^*} \cdot (1+A) \right\} \dots\dots(27)$$

$$\begin{aligned} \mu_2(t) = & 2\mu_1(t) \left[1 - 2 \right. \\ & \times 1.57078 \alpha_L T^* K_1(1.57078 \alpha_L T^*) \\ & \times \frac{\left(\frac{2\pi}{\alpha_L T^*} \right)^{1/2}}{\left\{ \left(\frac{2\pi}{\alpha_L T^*} \right)^2 + 1.57078^2 \right\}^{1/4}} \\ & + (1.57078 \alpha_L T^*)^2 \{ K_1(1.57078 \alpha_L T^*) \}^2 \\ & \times \frac{2\pi}{\alpha_L T^*} \left. \frac{1}{\left\{ \left(\frac{2\pi}{\alpha_L T^*} \right)^2 + 1.57078^2 \right\}^{1/2}} \cdot (1+A) \right] \end{aligned} \dots\dots\dots(28)$$

式 (27), (28) で必要な T^* を t の関数としての決定には、文献 6) の式 (116) から式 (120) の導出を参考としてつぎの方法を用いる。2 粒子の距離が y_A からわずかにひろがり $y_B = y_A + \Delta y$ になれば

$$\frac{\Delta t}{\Delta T^*} = \frac{\int_{y_A}^{y_B} \frac{dy}{v}}{\left(\frac{y}{v} \right)_{y=y_B} - \left(\frac{y}{v} \right)_{y=y_A}} \dots\dots\dots(29)$$

v と y は統計的平均の意味で用い、 v は有効距離 y に対する有効速度である。したがって等方性領域では $v \propto \text{Const. } y^{1/3}$ を用い

$$\frac{dt}{dT^*} = \frac{3}{2} \dots\dots\dots(30)$$

この取扱いを一般化して、注目する波数の渦に応じ、有効距離 l と有効速度 v を考え、乱れの多重構造としての乱れエネルギーの小波数の渦から大波数の渦への移送の index として、 v^3/l を用いる。(“有効”の意味はこの表現から明らかである。)一般流からのエネルギー移送と粘性損失を考慮すると

$$\left. \begin{aligned} v^3/l &\simeq \text{Const. } l^\alpha \quad \text{とき} \quad \alpha < 0 \text{ (小波数領域)} \\ &\alpha = 0 \text{ (等方性領域)} \\ &\alpha > 0 \text{ (大波数領域)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(31)$$

式(31)の関係を用い、 $l/v = T, \omega = 2\pi/T, k = 2\pi/l$ とおき、注目している波数の渦についての性質を求めると表-2 が得られる。これは連続な α から

表-2 $\Delta t/\Delta T^*$					
v^3/l	$T(=l/v)$	ω	$E(k)$	$E(\omega)$	$\Delta t/\Delta T^*$
l^{-2}	$l^{4/3}$	$l^{-4/3}$	$k^{-1/3}$	$\omega^{-1/2}$	$3/4$
l^0	$l^{2/3}$	$l^{-2/3}$	$k^{-5/3}$	ω^{-2}	$3/2$
$l^{1/2}$	$l^{1/2}$	$l^{-1/2}$	k^{-2}	ω^{-3}	2

3 例をとりだしたものであり、一般化すれば

$$E(\omega) \simeq \text{Const. } \omega^n \quad \text{にて} \quad \frac{dt}{dT^*} = 0.5(1-n) \dots\dots\dots(32)$$

つぎに式 (19), (20) の n と ω^* との関係は、簡単な近似式を用いて、式 (19) には

$$\left. \begin{aligned} +\infty > \omega^*/\alpha_L \geq 5 \\ n &\simeq -2 \\ 5 \geq \omega^*/\alpha_L \geq 0 \\ n &\simeq \frac{2}{55.9}(5 - \omega^*/\alpha_L)^{2.5} - 2.0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(33)$$

式 (20) には

$$\left. \begin{aligned} +\infty > \omega^*/\alpha_L \geq 10 \\ n &\simeq -3 \\ 10 \geq \omega^*/\alpha_L \geq 0 \\ n &\simeq \frac{3}{3162}(10 - \omega^*/\alpha_L)^{3.5} - 3.0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(34)$$

式 (32) に式 (33) を用いて

$$\begin{aligned} +\infty > \omega^*/\alpha_L \geq 5 \quad (1.2566 \geq \alpha_L T^* \geq 0) \\ \alpha_L t &= \frac{3}{2} \alpha_L T^* \dots\dots\dots(35-1) \\ 5 \geq \omega^*/\alpha_L \geq 0 \quad (+\infty > \alpha_L T^* \geq 1.2566) \\ \alpha_L t &= 1.5 \alpha_L T^* - \alpha_L T^* \left(1 - \frac{1.2566}{\alpha_L T^*}\right)^{2.5} \\ &\quad - \frac{5}{3} \times 1.2566 \left(1 - \frac{1.2566}{\alpha_L T^*}\right)^{1.5} \\ &\quad - 5 \times 1.2566 \left(1 - \frac{1.2566}{\alpha_L T^*}\right)^{0.5} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} &-2.5 \times 1.2566 \log_e \left| \frac{\left(1 - \frac{1.2566}{\alpha_L T^*}\right)^{0.5} - 1}{\left(1 - \frac{1.2566}{\alpha_L T^*}\right)^{0.5} + 1} \right| \\ &\dots\dots\dots(35-2) \end{aligned} \right\}$$

式 (32) に式 (34) を用いて

$$\begin{aligned} +\infty > \omega^*/\alpha_L \geq 10 \quad (0.6283 \geq \alpha_L T^* \geq 0) \\ \alpha_L t &= 2 \alpha_L T^* \dots\dots\dots(36-1) \\ 10 \geq \omega^*/\alpha_L \geq 0 \quad (+\infty > \alpha_L T^* \geq 0.6283) \end{aligned}$$

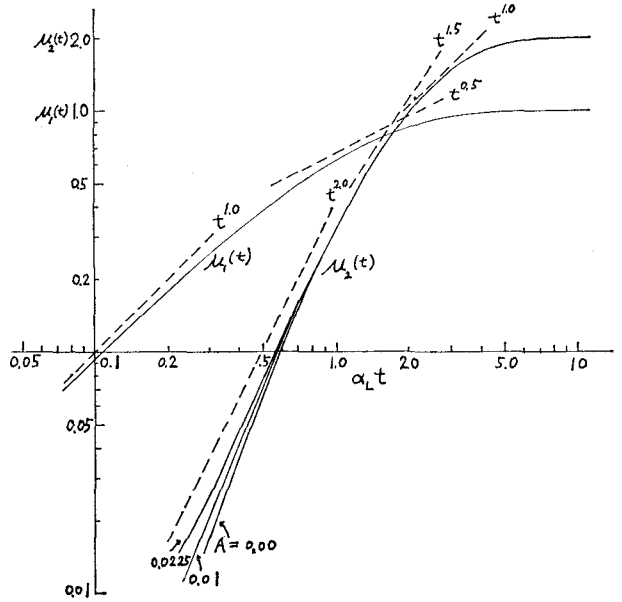


図-2 式 (19) による $\mu_1(t)$ と $\mu_2(t)$

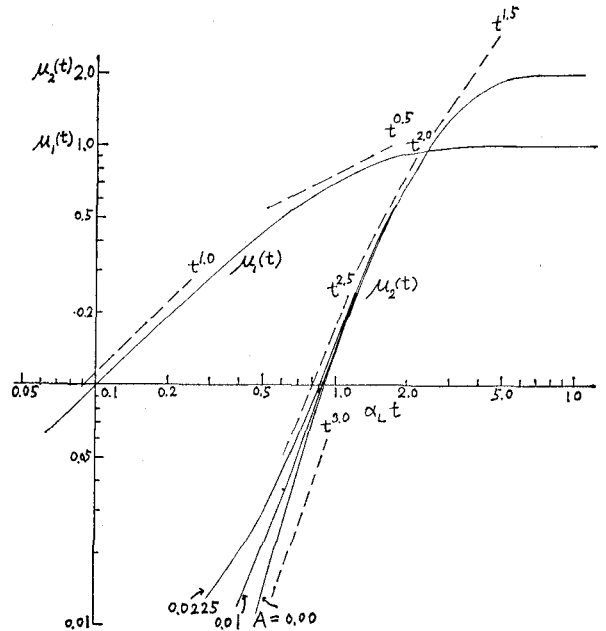
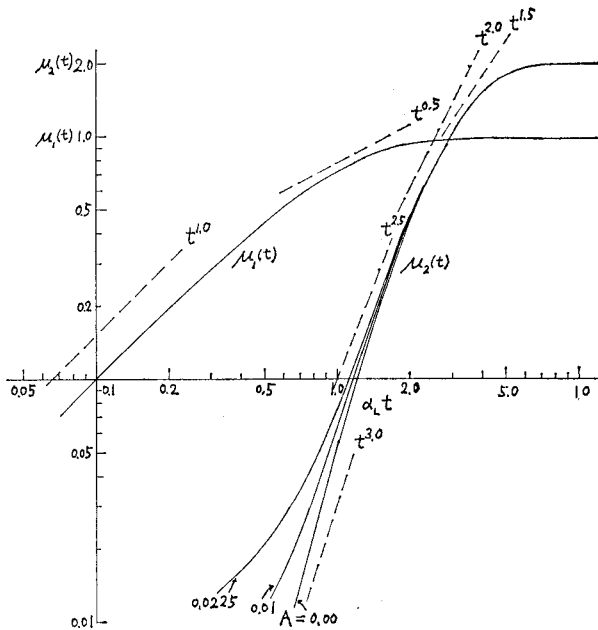


図-3 式 (20) による $\mu_1(t)$ と $\mu_2(t)$

図-4 式 (21) による $\mu_1(t)$ と $\mu_2(t)$

$$\alpha_L t = 2\alpha_L T^*$$

$$\begin{aligned} & -0.00047438\alpha_L T^* \left(10 - \frac{6.2831}{\alpha_L T^*}\right)^{3.5} \\ & -0.0041728 \left(10 - \frac{6.2831}{\alpha_L T^*}\right)^{2.5} \\ & -0.069548 \left(10 - \frac{6.2831}{\alpha_L T^*}\right)^{1.5} \\ & -2.0864 \left(10 - \frac{6.2831}{\alpha_L T^*}\right)^{0.5} \\ & -3.2989 \log_e \left| \frac{\left(10 - \frac{6.2831}{\alpha_L T^*}\right)^{0.5} - 10^{0.5}}{\left(10 - \frac{6.2831}{\alpha_L T^*}\right)^{0.5} + 10^{0.5}} \right| \\ & \dots\dots\dots(36-2) \end{aligned}$$

式 (35-1, 2), (36-1, 2) によりそれぞれ式 (27), (28) における $\alpha_L t$ は $\alpha_L T^*$ の関数として決定せられ, $\alpha_L t$ に対する $\mu_2(t)$ が求められ, 図-2, 3 に示される. 式 (21) の場合も同様に計算せられ, 図-4 が得られる. いずれも $\mu_1(t)$ も記入せられ, $\bar{u}^2 T_L = 1$, $A = 0.00, 0.01, 0.0225$ にとられている.

主要な結果として,

① $\mu_1(t)$ は $t=0$ の近傍で $t^{1.0}$ に比例するが, $\alpha_L t$ が増大すると式 (21), (20), (19) の順に高周波数領域の急勾配なスペクトルの場合が相対的な増加が大きく, $\alpha_L t \approx 6$ 付近でいずれも $\mu_1(t) \rightarrow 1$ となる.

② $\mu_2(t)$ は $t=0$ の近傍では $\lim_{t \rightarrow 0} \mu_2(t) = 2A\mu_1(t)$ となり, $t^{1.0}$ に比例するが, A が 10^{-2} の位数のため, $\mu_1(t)$

よりもはるかに小である. $\alpha_L t$ の増加によるその増大は式 (19), (20), (21) の順に高周波数領域が緩勾配のものがはやく, その差も $\mu_1(t)$ の場合よりも大きい.

③ 図-2 ではそのスペクトル形状に対応して, $\mu_2(t) \approx \text{Const. } t^{2.0}$ の領域が長く継続し, 図-3, 4 はそれよりも急勾配である.

④ 図-2, 3, 4 を総合すれば通常のスペクトル形状では $\mu_2(t) \approx \text{Const. } t^m$ ($2.5 \geq m \geq 1.5$) が現われやすいと考えられ, これは $\mu_2(t) \approx \text{Const. } (\bar{y}^2)^{m'}$ ($2.2/3 \geq m' \geq 1.8/3$) に換算せられて, L. F. Richardson の $4/3$ 乗則に近い結果が得られる.

⑤ $\alpha_L t \approx 7$ で $\mu_2(t) \approx 2\mu_1(t)$ となり, $\mu_2(t)$ は時間に独立な最終値に近くなる.

この研究は昭和 47 年秋に始めたが, 式 (18) の導出は昭和 54 年春である. また拡散係数をもつ運動量交換係数と異った力学的運動学的な面については著者は文献 11) でも示した.

参 考 文 献

- 樋口明生・杉本隆成: 潮流による拡散の水理模型実験について (IV), 京都大学防災研究所年報・第 13 号 B, pp. 457~470, 1970.
- 金子安雄・堀江 毅・村上和男・上野信行・久保正則: 大阪湾の潮流と物質拡散に関する模型実験, 港湾技術研究所報告, 第 12 巻第 3 号, pp. 99~201, 1973.
- Okubo, A.: Some Speculations on Oceanic Diffusion Diagrams, Rapp. P.-V. Reun. Cons. int. Explor. Mer. 167, pp. 77~85, 1974.
- 戸原義男・加藤 治・瀬口昌洋: 有明海の潮流と拡散, 混合に関する研究 (1), 第 25 回海岸工学講演会論文集, pp. 556~560, 1978.
- Richardson, L. F.: Atmospheric Diffusion Shown on a Distance-Neighbour Graph, Proc. Roy. Soc. A. 110, pp. 709~737, 1926.
- Corrsin, S.: Theories of Turbulent Dispersion, Mécanique de la Turbulence, Éditions du Centre National de la Recherche Scientifique, pp. 27~52, 1962.
- Hinze, J. O.: Turbulence, 2nd edition, McGraw-Hill, New York, pp. 406~411, 1975.
- 木村久雄・宮原英治・須藤 茂・柴山煒彦・浜田徳一: 来島海峡潮流模型実験 (第 2 報), 港湾技術研究所報告, 第 11 巻第 2 号, pp. 167~241, 1972.
- Taylor, G. I.: The spectrum of turbulence, Proc. Roy. Soc. A. 164, pp. 476~490, 1938. または Turbulence, classic papers on statistical theory, Interscience Publishers, New York, pp. 100~114, 1961.
- Hamada, T.: An Approximate Estimation of the Turbulent Coefficient of the Two-Particle Diffusion, Third International Symposium on Stochastic Hydraulics, J.S.C.E., 原稿, 1980.
- 浜田徳一: 成層流体における乱流拡散の理論的考察, 第 12 回水理講演会講演集, pp. 31~36, 1968.