

塩水楔の流速分布における Monin-Obukhov 理論の適用性について

——抵抗および連行係数——

日野 幹雄*・ゲェン ソン フン**・中村 健一**・東江 隆夫***

1. ま え が き

塩水楔の界面抵抗係数および連行係数についての研究はほとんど実験的なものであり、理論的なものは少ない。著者の一人(日野)¹⁾は接地気層における成層乱流の流速分布に関する Monin-Obukhov 理論の塩水楔型密度流への適用性を仮定して内部界面の抵抗係数を理論的に導いた。さらに塩水楔の流速分布における上記の理論の妥当性を検討するために、流速・密度分布を測定し、その結果を前報(日野・萩原)²⁾に報告した。しかし、この実験は幅の狭い水路(5 cm)で行われたため側壁の影響が大きく、実際の現象の三次元性は実現されていないと考えられる。そこで本研究は、幅の広い水路(40 cm)で測定を行ない、Monin-Obukhov 理論に基づいて流速分布より求める界面の抵抗係数、連行係数を従来の結果と比較し、この理論の適用性をさらに検討しようとするものである。なお同時に厚い中間層の形成される場合についても実験した。最後に、水素気泡法により界面での連行現象の可視化と乱流構造の解析をも行った。

2. 実験方法

a) 実験装置

実験水路は長さ 600 cm、幅 40 cm、高さ 20 cm のアクリル樹脂製の開水路である。水路下流は断面積 90 cm²×90 cm、深さ 60 cm の塩水槽に連結し、上層淡水流の排水はこの塩水槽の最下流端に設置したせきにより行った。このせきは排水量の調整ができるようにしてある。また今回は塩水槽での塩水の巻き上げや連行をできるだけ小さくするために、内部界面より少し上に網を張った。この方法により下流水槽内の連行量を大幅に押えることができた。さらに塩水の巻き上げや連行に対して塩水槽水位を一定に保つために、塩水補給を行った。塩水補給は下流水槽に一定流量を静かに流入させて行った。

一方、水路上流端は断面積 60 cm²×50 cm、深さ 100 cm の水槽に連結し、淡水は一定の流量でこの水槽に流

入する。水路床は水平であり、流入口での塩水の混合を小さくするために、ここに勾配の小さい斜面を設置した。この斜面上に整流板および網が設置してある。

今回、特に行った厚い中間密度層の塩水楔は、下流槽塩水面水位を上げて塩水楔の遡上長さを変化させることによって、最上流端淡水流入部に強い混合作用を生起させ、ここで希釈された塩水が流下することによって形成されたものである。

b) 測定方法

流速分布は水素気泡流速計を用い、塩分濃度は導電率計(計測技研製)を用いた。流れの状態および界面付近を可視化するには、水素気泡および密度を調節したコンデンストミルクをトレーサーとする法を用いた。測定は塩水楔の場合には、水路末端から $x=50$ cm および $x=170$ cm の所で行い、厚い中間密度層のある塩水楔では $x=170$ cm の所で行った。

c) 実験条件

実験条件は上、下層の相対密度差 $\epsilon=0.004\sim0.020$ ($\epsilon=(\rho_2-\rho_1)/\rho_2$, ρ_1 , ρ_2 は、それぞれ上、下層の密度)、最大の淡水流量約 3 000 cm³/sec、全水深 14~17 cm、上層の Reynolds 数 4 000~5 500、Richardson 数 1.8~3.0 である。流れは密度界面を境として塩水下層は層流状態、上層淡水流は乱流状態にあった。

3. 流速分布

(1) 流速分布および密度分布

今回の実験で得られ流速分布および密度分布の一例を図—1に示す。密度界面($\partial\rho/\partial z'$ が最大となる面)よりいくぶん上にある目視界面における流速 U_i と表面近くのある一定流速 U_0 の比は 0.38~0.62 である。なお、Keuleganの実験ではこの比は 0.61 である³⁾。 $\rho(z)=\rho_2/2$ の面から計算した流速と密度の遷移層厚さの比 $R=l_u/l_\rho$ は今回の実験では 4.0 以上である。この結果として局所 Richardson 数の分布は密度界面付近で最大となり、この面より上では急に減少しながら 0 に近づく。

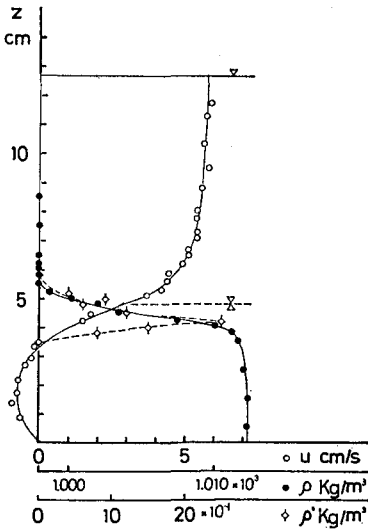
(2) Monin-Obukhov の相似理論の適用範囲

Monin-Obukhov の相似理論による流速分布は次のように表わされる(式の詳しい導き方は文献(1)に述べて

* 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科

** 東京工業大学大学院

*** 大成建設(株)



図—1 流速、密度および密度変動の分布

ある).

$$U(z) = \frac{U_*}{\kappa} \left[\ln \frac{z'}{z_0'} + c(z' - z_0') \right] \quad (0 < \zeta \leq 1) \quad (1.a)$$

また $z' \rightarrow z_0'$

$$U(z) \frac{U_*}{\kappa} \ln \frac{z'}{z_0'} \quad (1.b)$$

ここに, $c = \beta/L$, $\zeta = z'/L$, U_* : 摩擦速度 (=一定), κ : Kármán 定数, L, β : それぞれ Monin-Obukhov 長さおよび係数.

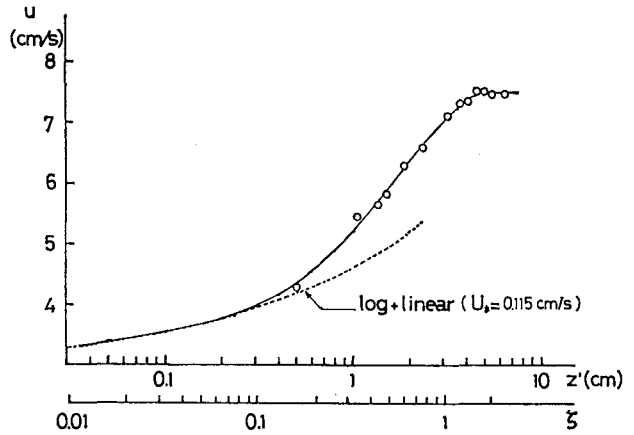
$\zeta \geq 1$ の強安定域については Monin-Obukhov 理論では, 直線則としていたが, 最近の実測によれば, むしろ単純対数則

$$U(z) = \frac{(1+\beta)}{\kappa} U_* \ln z' \quad (2)$$

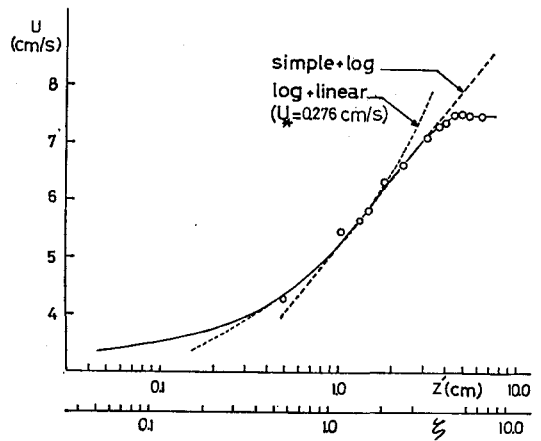
が成立するようであることが分った.

さて, 接地気層の場合と異なり塩水楔の場合には高さの原点 ($z'=0$) をどのようにとるかが問題である. 本研究では, 目視界面より下に内部波による以外乱流変動はほとんどないことを考え, 原点をこの面にとることをした. 目視界面付近における流体の密度は淡水の密度にほぼ等しい. このようにして流速分布を片対数紙上にプロットした一例を 図—2 に示す. この図からわかるように, 流速分布には下方 (z' が小) から上方 (z' が大) に向けて 3 つの領域が認められる.

いま, 第一対数領域は式 (1.b) で表わされると考え, この領域が 図—2 におけるはじめの直線部 ($z' < 0.2$ cm) に対応すると考える. この直線の傾きから $\kappa = 0.4$ として摩擦速度 U_* を求めることができる. しかし, 第一対数域の下限を小さな ζ の所にまで延ばすと, これより定まる U_* は過少に評価される. すなわち, この U_* から



(a)



(b)

図—2 流速分布の片対数紙上でのプロット

計算した内部抵抗係数は従来の実測結果と比較してかなり小さい値を与える. さらに係数 c を適当に調節しても log+linear 則の成立する範囲は狭くなる. ζ の小さい所は底層域で, むしろ log 則からはずれると考えて, ζ のやや大きな位置を重視して log 則の範囲および U_* を決める. すなわち, 第一対数領域は 図—2 のはじめの直線部よりもう少し上方部分に対応すると考えると式 (1.a) で表わされる log+linear 則が第二対数領域までの遷移領域全体に広く成立するような U_* が存在する. この U_* から計算した内部抵抗係数は従来の結果と比較して妥当な値を与えることが認められた. このようにして U_* が定まると係数 $c (= \beta/L)$ が求まる. さらに式 (2) で表わす第二対数領域における U_* が log+linear 則領域の U_* に等しい. したがって, 第二対数領域の勾配 $(1+\beta)U_*/\kappa$ と先の U_* とから β を推定することができる. 横軸には $L = c/\beta$ を用いて無次元化した高さ $\zeta = z'/L$ をプロットした. log+linear 則および第二単純対数則はそれぞれ $0.28 \leq \zeta \leq 1$, $1 \leq \zeta$ の範囲で成立する. また流速分布

は $0.28 \leq \zeta$ で単純に $\log + \text{linear}$ 則に従うとみなすこともできよう。

上記のことをまとめると、 U_* が一定であると考えれば Monin-Obukhov の相似理論は全領域 ($\zeta > 0$) で成立するのではなく、 $0 < \zeta < 0.28$ のごく狭い領域を除いた広い領域で成立している。大気乱流の接地気層の場合と異なり、塩水楔型の二層密度流において Monin-Obukhov 理論が全域的には成立しない理由は、せん断応力 $\tau = \rho U_*^2$ が界面付近で急激に減少し、全域で一定であるという条件が塩水楔では必ずしも成立していないためと考えられる。

(3) Monin-Obukhov の長さ L および係数 β

相似理論の成立範囲の目安である Monin-Obukhov 長さ L と目視界面から流速が一定値になる高さ z_0' の比 z_0'/L の平均値は 5.0 であり、前報の結果とよく一致する。また、今回の実験で求めた Monin-Obukhov 係数 β の範囲は 0.4~1.7 であり、その平均値は 1.0 である。

4. 内部抵抗および連行係数

(1) 内部抵抗係数

内部抵抗係数 f_i' は次式で計算される。

$$f_i' = 2 \left(\frac{U_*}{\bar{U}} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $\bar{U}$ は上層流の平均流速である。3. (2) で述べた方法により摩擦速度 U_* を求め f_i' を計算した。結果を図-3 に示す。図には金子の実験式⁴⁾を記入してあるが、図からわかるように Monin-Obukhov 理論により求めた内部抵抗係数は妥当な値を示しており、ばらつきも比較的小さい。

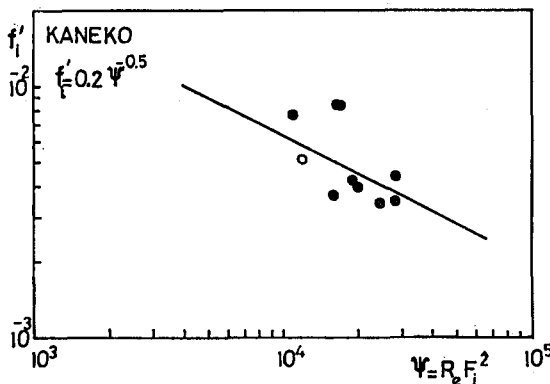


図-3 内部抵抗係数

(2) 連行係数

今回は新たに、前報では求めなかった連行係数を次のように Monin-Obukhov 理論から求めた。この方法は従来の方法と著しく異なった方法である。連行係数は2つの定義が考えられる(詳しい式の導き方は文献1), 2) 参照)。

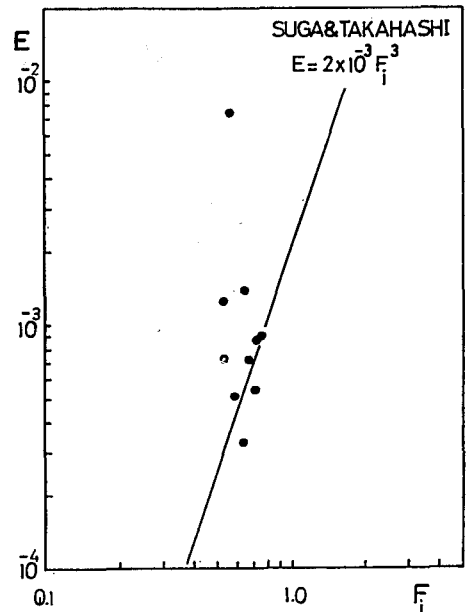
(i) 上層流の平均流速 $\bar{U}$ に関する連行係数 $E = W_e/\bar{U}$

$$E = \frac{U_*^3}{\kappa \epsilon g L \bar{U}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

(ii) 摩擦速度 U_* に関する連行係数 $E_* = W_e/U_*$

$$E_* = \frac{U_*^2}{\kappa \epsilon g L} \quad \dots\dots\dots (5)$$

3. (2) で述べた方法で Monin-Obukhov 長さ L を求め、式 (4), (5) によって E , E_* を計算した。連行係数についても同様に従来の実験値および実験式との比較を行った。図-4 (a) は E と内部 Froude 数 F_i との関係である。ここに $F_i = \bar{U}/\sqrt{\epsilon g h_1}$, h_1 は上層の水深である。図には須賀・高橋の実験式⁵⁾を示した。Monin-Obukhov 理論から求めた E はややばらつきが大きい、従来の実験値(図に示さない)と比べても精度のよ



(a) 須賀・高橋の実験式との比較

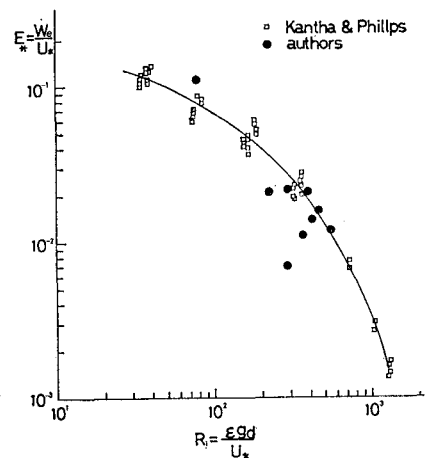


図-4 (b) Kantha & Phillips の実験値との比較

いことが認められた。図-4 (b) には U_* と d で定義した Richardson 数 Ri_* と E_* との関係を示した。ここに $Ri_* = \varepsilon g d / U_*^2$, d : 流速分布における速度の遷移層厚さである。同図に示した Kantha & Phillips⁹⁾ の実験値と比較して上記の方法で求めた E_* は妥当な値を示すことがわかる。

5. 界面における連行過程の微細構造

(1) 界面下の渦列

界面下に2種類の波が存在する。一つは速い波速で進む波長の短い wave I であり、一つはより遅い波速で進む波長の長い wave II である。Wave I は wave II の峰の付近で碎波している⁷⁾。Wave II は界面下で起きる集中渦列によるものである。吉田⁸⁾ は不安定解析からこの集中渦列は連行層の剪断不安定に基づくものであると推断している。この渦列の構造を明かにするのに日野⁷⁾ は同時に4本の電気伝導度計のプロープを用い密度分布を測定した。この結果と可視化観察の結果を合わせて上記の渦列の特性は次のように考えられる。すなわち、①渦列の各渦の回転方向は同じ。②渦は同じ高さで流れの流速にはほぼ等しい遅い速度で進む。③渦の頭部で淡水が下方に引込まれより重い流体と混合し、渦の尾部へ運ばれる(図-5 (a))。④この渦列は散発的間欠的に現われ、ゆるやかな密度分布の層を形成した後数分の間に消える。⑤渦の尾部の流体は時折後述の機構により上方へ連行される。



図-5

上記の渦列は、各々の渦の回転方向が同じであるにもかかわらず配列が安定である理由は次のように考えられる。すなわち、界面の上側の流れは乱流状態にあり、連行された塩水はすぐ淡水と混合するため、密度分布は界面で急に変化する。したがって、界面は固定境界のように働き、渦列は常にその鏡像を伴っているために安定である。

(2) 上流層の引き抜きおよび bursting 状の現象

多くの場合には、密度のより軽い乱流状態にある上層

流と、より重い層流状態の下層流の境界面には微小振幅の内部波が存在する。しかし、上層の流れはときおり内部波の増幅および変形とともに急に強い乱流状態に移行する。この時に上層の流れは壁面乱流に広く認められている“bursting”の状態にあるようである。

写真-1 は水素気泡法で可視化された“bursting”の状態にある流れの場を示す。界面付近の流体は上層の速い乱流によって細片状に上方へ引かれ、この細片状の流体はその前面にある遅い流体に乗っている(図-5 (b))。時により、内部波の峰は巻き込み渦を形成する(写真-2, 図-5 (c))。

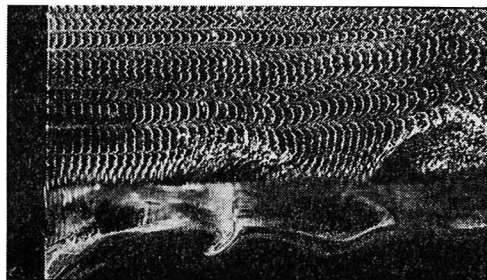


写真-1

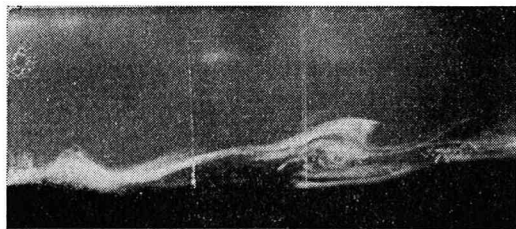


写真-2

図-6 は、水素気泡の二重露出法により求められた瞬間的な乱れ(同じ高さでの平均流速からの変動分 (cm/s)) の contour line である。図には流速変動分の大きい部分と小さい部分を持つ渦構造が見られ、水平面と約 45°~60° の傾きをもっている。

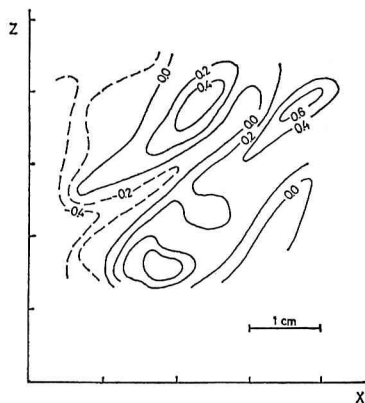


図-6 “bursting” 時における渦構造

(3) 連行の準周期過程

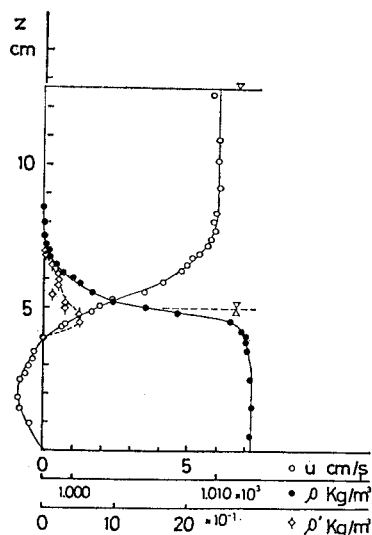
上記の観察に基づいて界面における連行および混合過程の全体像を次のように描写することができる。

① まず, Kelvin-Helmholtz 不安定による内部波が下層に現れる。これは, 連行過程の第④の状態の結果として, Richardson 数の分布が低下した結果である。② この Kelvin-Helmholtz 波は回転方向が同じ集中渦列に発達する。5. (1)③ で述べたこの渦列の働きによって密度分布の遷移層厚さ D が厚くなり, その結果として全域的 Richardson 数 $R_i = \varepsilon g D / \bar{U}^2$ は増大し, 流れは安定状態になり渦列が消える。③ 安定成層が形成された後, この層の流体は bursting 状の現象により乱流の上層へ細片状に引き抜かれ, また, 時折乱流層底部に発生する巻き込み渦に巻き込まれる^{1), 9)}。いずれにしても上層の乱流は重要な役割を果たしていると考ええる。下層の中間密度流体の引き抜きは 3. (2) で述べたように, 状態①における下層の渦列とともに存在し得る。④ 状態③の過程で遷移層は段々薄くなり, Richardson 数分布は低下し, ついに流れは不安定になり, 状態①の過程に戻る。

上記の過程は, Kantha, Phillips & Azad (1977)⁶⁾ の提案した連行過程と似ている部分もあるが, 重要な部分(特に, 上下の連行の概念および遷移層の薄層化作用)で異なっている。

6. 厚い中間密度層を有する塩水楔

図一1 に示した流速分布および密度分布をもつ塩水楔での測定が終了した後, 2. (a) で述べたように水路上流端に設定した網の位置を変えることによって厚い中間密度層をもつ塩水楔を人工的に作った。その流速, 密度および密度変動の分布を図一7 に示す。この場合には, これまで述べた塩水楔と異なり, $\rho(z) = \rho_2/2$ の面から計算した流速および密度の遷移層厚さの比 R はほぼ 1.0 に近くなる。また, 局所 Richardson 数の分布は目視界面(この場合に目視界面はほぼ密度面と一致する)より少し下で最大となり, この面より上方では減少する。しかし, 最小値は約 0.3 であり, これまで述べた塩水楔の場合と異なり 0 に近づかない。一方, この場合における密度変動の二乗平均値は図一1 に示したものと比較してかなり小さくなる(図一7)。また, 界面付近における流速変動も同様に小さい。さらに重要なことは, 遷移層厚さが薄い場合に見られた bursting 状の現象は現れないことであ



図一7 厚い中間密度層をもつ塩水楔における流速, 密度および密度変動の分布

る。これは遷移層における局所 Richardson 数(浮力の効果)が大きいためと考えられる。しかし, この場合についても Monin-Obukhov 理論で求められた抵抗係数および連行係数は中間密度層の薄い塩水楔の場合と比較して大きな差が認められなかった(図一3, 4 に白スキの印で示した)。

参考文献

- 1) 日野幹雄: 密度流の流速分布および界面抵抗について, 第23回水理講演会論文集, pp. 347~353, 1979.
- 2) 日野幹雄・萩原 克: 塩水楔の流速分布における Monin-Obukhov 理論の適用性について, 第26回海岸工学講演会論文集, pp. 549~553, 1979.
- 3) Keulegan, G. H.: The mechanism of an arrested saline wedge, in Estuary and Coastline Hydrodynamics, A. T. Ippen ed., McGraw-Hill, New York, pp. 546~574, 1966.
- 4) 土木学会編: 水理公式集, pp. 584, 1971.
- 5) 須賀典三・高橋 晃: 淡塩二層流の連行係数, 第31回年次学術講演会講演概要, 第II部, pp. 384~384, 1976.
- 6) Kantha, L. H., O. M. Phillips and R. S. Azad: On turbulent entrainment at a stable density interface, Jour. Fluid Mech., Vol. 79, pp. 753~768, 1977.
- 8) 日野幹雄・瀬岡和夫・萩原 克: 塩淡水境界面における渦列の形成と混合現象, 第10回乱流シンポジウム論文集, 東京大学宇宙航空研究所, pp. 149~153, 1978.
- 8) 吉田静男: 密度界面における混合機構の研究, 土木学会論文報告集, No. 273, pp. 59~68, 1978.