

越波による伝達波特性 (Cauchy-Poisson 波によるモデル化)

松井 政博*・倉田 克彦**・荻野 英樹***・鈴木 功****

1. 緒 言

近年、洋上備蓄基地の建設が計画されるようになり、筆者らも泊地内にけい留された貯蔵船の運動等に関する実験に携わる機会を得た。貯蔵船の運動¹⁾は、けい留施設の設計条件等に深く関与するので、これを知ることは非常に重要であるが、本報告は貯蔵船の運動そのものではなく、運動の原因となる泊地内に生ずる波についての考察を行ったものである。このような波としては、

④ 越波による泊地内への水塊の打込み現象によるもの：越波による伝達波（越波伝達波）

⑤ 捨石堤内を伝達してきた圧力変動によるもの：透過波

があるが、ここで扱うのは④の越波による伝達波にかぎる。⑤の透過波に関しては参考文献 2) にくわしい。

さて、入射波が規則波であっても越波による伝達波には、高調波成分が存在することが知られている。このような高調波の発生は、潜堤背後の伝達波にも見られる現象³⁾であって、水塊の打込みによって生ずる波に特有のものと思われる。合田ら⁴⁾は越波による伝達波の波形をフーリエ解析して、各周波数成分の振幅が場所ごとに異なる事を見出し、これを成分波間の干渉によるものであろうとしている。また谷本ら⁵⁾は不規則波の実験によって、伝達波には高調波成分のみならず入射波のスペクトル成分より低周波の波さえ生ずることを報告している。

越波による伝達波は、

① 水塊の落下による衝撃力 (Initial Impulse) の作用によって生ずる波

② 水塊が堤内水域に付加されることによる局所的な水面上昇 (Initial Elevation) によって生ずる波。

以上の2つの内のいずれか、あるいはそのいずれもが原因で生ずるものと考えられる。

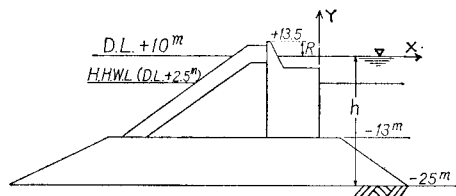
この種の問題は、1815年にその年のパリ学士院の提出した『水面上に任意に与えられた初期擾乱に対してその

後の水波の伝播経過をもとめること』という懸賞課題を契機に Cauchy と Poisson によって、それぞれ別々に解かれたことはよく知られている。この故事にちなんで、ここでは①、②の水波を Cauchy-Poisson 波（以後 C・P 波と略記する）と呼ぶ。

本研究は越波実験に基づき Initial Elevation（以後 I・E と略記する）による C・P 波の重ね合わせで現象をモデル化して、入射波が規則波の場合の越波伝達波の特性を説明することを試みたものである。

2. 越波伝達波に関する実験

実験は大阪市立大学河海工学実験場の長さ 100 m、幅 1.2 m、高さ 2 m の波浪水槽を用いて行った。実験条件は、水深 $h=35$ m、静水面から防波堤天端迄の高さ $R=3.5$ m、入射波高 $H_i=6.3$ m、4.5 m、および 3.7 m の 3 ケースで、いずれも周期 $T_i=12$ 秒である。図—1 に防波堤の概略を示す。簡単のために堤内（泊地内）には貯蔵船を入れず、また伝達波が後方で反射しないように、勾配 10° で碎石を敷き並べた消波装置を水槽の端に設けた。なお、使用した防波堤模型は現地想定 1/50 である。



図—1 防波堤断面

図—2 に防波堤背後 $X=60$ m および 120 m の位置での堤内伝達波の計測記録を示す。この記録は、最初の越波から数えて 7~8 波後の時系列で、ほぼ同じような波形がくりかえされるようになっているとみなされるものである。入射波が正弦波であっても越波による伝達波は高調波成分を含んでおり、かなり複雑な波形となっていることがわかる。

高調波成分の割合が、入射波高の大きさおよび計測位置の違いによって、どのように変化するかを調べるため

* 日立造船（株）技術研究所
 ** 正会員 工修 大阪市立大学助手 工学部土木工学科
 *** 正会員 （株）間組 技術研究所
 **** 飛島建設（株）土木本部土木部土木課長

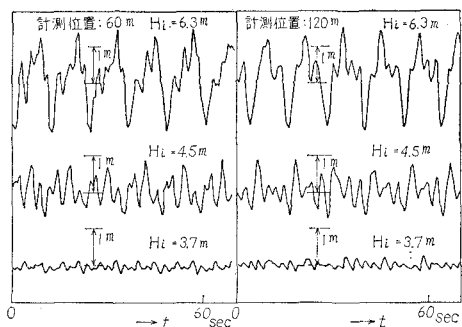


図-2 越波伝達波の時系列 (実験)

にスペクトル解析を行った。ただし、スペクトル $G(\omega)$ および分散 σ^2 は次の (1)~(3) 式で定義される。

$$G(\omega) = \frac{1}{\pi T} |Y_e(\omega)|^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

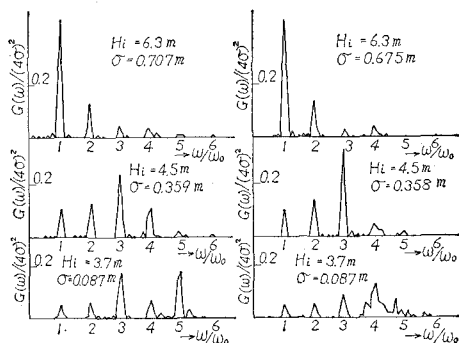
$$Y_e(\omega) = \int_0^T y(t) e^{-i\omega t} dt \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\sigma^2 = \int_0^\infty G(\omega) d\omega = \frac{1}{T} \int_0^T y(t)^2 dt \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 ω : 円周波数、計測時間 $T=128\Delta t$ 、サンプリング タイム $\Delta t=0.525$ 秒である。

$G(\omega)$ は T に依存するので、解析はすべて T を一定におさえて $G(\omega)$ を評価した。また数値計算には高速フーリエ変換 FFT (データ数 $N=256$) の手法を用いた。

図-3 に、計測位置 $X=60$ m, 120 m 入射波高 $H_i=6.3$ m, 4.5 m, 3.7 m のそれぞれについて $G(\omega)/(4\sigma)^2$ を示した。スペクトル分布については入射波高 $H_i=6.3$ m のものが基本波成分がもっとも大きく、高調波成分は小さい。 $H_i=4.5$ m のものは、第3高調波がもっとも大きくなり、基本波成分は小さい。 $H_i=3.7$ m の場合は、さらに基本波成分よりも高調波成分の割合の方が大きくなり、かつ高周波側にずれる傾向が見られる。

図-3 越波伝達波のスペクトル ($X=60$ m (左); $X=120$ m (右))

3. C・P 波によるモデル化

前章の実験結果の解析から越波による堤内の伝達波のスペクトルは基本波成分のみならず、その 5~6 倍にわ

たる高調波成分を生じ、その分布の様相も入射波高すなわち越波量の大小に応じてかなり変化することがわかった。本章ではこのような越波による伝達波の特性を説明するために簡単なモデルを導入する。

(1) I・E による C・P 波

越波の打込みにより防波堤背後に I・E が生じ、それが伝達波になって広がるものと考える。簡単のために波は 2 次元波で、伝達波は堤内で反射などを起さないものとする。座標系を図-4 のようにとる。 $X=0$ の点を防

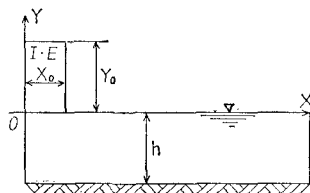


図-4 座標系

波堤背面と考えるがこの面は鏡像面と考える。すなわち、現象は Y 軸に対して左右対称であるとし、実際には、 $X \geq 0$ のみをとる。この波を求めるには、速度ポテンシャル $\Phi(X, Y; t)$ に関する以下の初期値・境界値問題を解けばよい。

$$\Delta \Phi = 0; \quad -\infty < X < \infty, \quad -h \leq Y \leq 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\Phi_{tt} + g\Phi_Y = 0; \quad Y=0, \quad t \geq 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\Phi_Y(X, -h; t) = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\Phi(X, 0; 0) = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\Phi_t(X, 0; 0) = -gE(X); \quad -\infty < X < \infty \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $E(X)$ は I・E で Y 軸に対して対称であるとする。条件 (5)~(8) 式の下で (4) 式を解いて、時刻 t 、距離 X での水面上昇 y を、 $y = -\Phi_t(X, 0; t)/g$ の関係から求めると

$$\begin{aligned} \tau(x; \tau) &\equiv y(X; t)/h \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \epsilon(s) \cos(sx) \cos(u\tau) ds \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ここに、 $u^2 = s \tanh s$, $x = X/h$, $\tau = \sqrt{g/h} \cdot t$ でありいずれも、無次元量である。また、

$$\epsilon(s) = \int_{-\infty}^\infty E(x \cdot h)/h e^{-isx} dx \quad \dots\dots\dots (10)$$

本研究では、 $E(X)$ としては、もっとも単純な次のものを採用する。

$$E(x \cdot h)/h = \begin{cases} \eta_0(\text{const.}) & |x| \leq x_0 \\ 0 & |x| > x_0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (11)$$

(9) 式の積分は通常、定常位相法⁹⁾を用いて漸近解を求めるが、この解は $0 < \tau < x$ の範囲ではもとまらず、また $x \gg x_0$ であることが必要で、今回の場合のように初期擾乱の近傍の値を必要とするのには適さない。そこで FFT の手法を採用することにした。そのために (9) 式を s から u に関する積分に変数変換すると

$$\gamma(x, \tau) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\varepsilon(s) \cos(sx) \cos(u\tau) u}{\tanh s + s \operatorname{sech}^2 s} du \dots (12)$$

である。ここに、

$$\varepsilon(s) = \frac{2\eta_0}{s} \sin(sx_0) \dots (13)$$

FFT を適用するに際して、(12) 式を

$$\gamma(x, l\Delta\tau) = R_e \left[\frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{Y}(u_k, \tau_l) \Delta u e^{-i2\pi k l / N} \right] \dots (14)$$

と近似した。ここに、 R_e は実部を表わし、また、

$$u_k = k\Delta u, \quad \tau_l = l\Delta\tau \dots (15)$$

$$\tilde{Y}(u_k, \tau_l) = \begin{cases} \frac{\varepsilon(s) \cos(sx) u_k}{\tanh s + s \operatorname{sech}^2 s}; & k=0, 1, \dots, N/2-1 \\ 0; & k=N/2, \dots, N-1 \end{cases} \dots (16)$$

である。

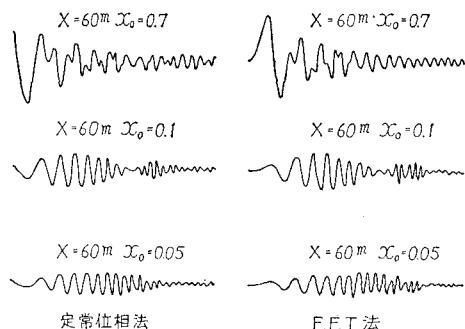


図-5 C・P波の計算法の比較

図-5 に定常位相法と FFT 法による C・P 波の計算例を示した。 x_0 が小さな値 0.05 または 0.1 では両者は $t=0$ の近傍をのぞいて、よく合っているが、 x_0 が大きくなると差が大きくなるようである。またこの図から FFT ($N=256$) ではば支障なく数値解を求め得ることがわかる。

(2) 伝達波モデル

越波伝達波のモデルとして、先に導入した I・E による C・P 波が周期 τ_0 ごとに発生するものとして、位相を τ_0 ずらせて線型重ね合わせを行った。すなわち越波による伝達波モデル $\zeta(x; \tau)$ は

$$\zeta(x; \tau) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma(x; \tau - k\tau_0) \dots (17)$$

τ_0 は入射波の周期 T_i の無次元値で、 $\tau_0 = \sqrt{g/h} \cdot T_i$ である。 $\gamma(x; \tau')$ は τ' が十分大きいところで 0 とみなせるから、(17) 式は有限個の重ね合わせで済み、 τ が十分大きいところでは、 ζ は周期関数となる。

越波伝達波モデル ζ は I・E の形状に依存するが、ここでは、(12) 式で表現される矩形形状のものを採用するので、 $\zeta(\tau)$ の周波数特性を規定するパラメータは x_0 のみである。 η_0 は周波数特性には寄与しない。

ところで、 $\zeta(x; \tau)$ の τ に関するフーリエ変換 $Z(\omega)$ は

$$Z(\omega) = \int_0^\infty \zeta e^{-i\omega\tau} d\tau = \sum e^{-i\omega k\tau_0} \int_0^\infty \gamma(x; \tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \dots (18)$$

と書けるから、 $\zeta(\tau)$ のスペクトルは、

$$|\tilde{Y}(\omega)|^2 = \left| \int_0^\infty \gamma(x; \tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \right|^2 \dots (19)$$

に依存する。したがって、 $|\tilde{Y}(\omega)|^2$ の周波数特性を知ることによって、伝達波モデルのスペクトルの特性を概略知ることができる。そこで、 $|\tilde{Y}(\omega)|^2$ のピーク値を与える ω/ω_0 ($\omega_0 = 2\pi/\tau_0$) の値を x_0 をベースにプロットすると大略図-6 のような関係が得られた。この図と実験結果のス

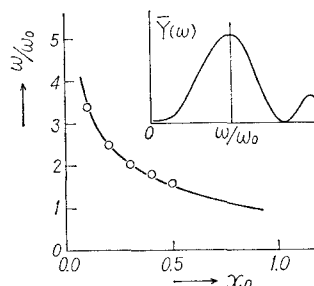


図-6 $|\tilde{Y}(\omega)|$ のピーク値と x_0 の関係

ペクトルの分布形状をにらみ合わせて、実験とモデルの対応を以下のように定めた。

$$H_i = 6.3 \text{ m の場合は } x_0 = 0.7$$

$$H_i = 4.5 \text{ m の場合は } x_0 = 0.1$$

$$H_i = 3.7 \text{ m の場合は } x_0 = 0.05$$

これに基づいて、越波伝達波の計算を行ったものを図-7 に示す。 $X=60 \text{ m}$ および 120 m の両方の計測値

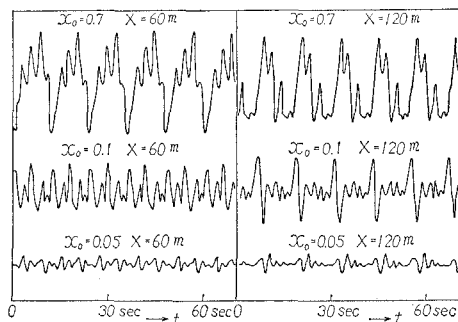


図-7 C・P 波による越波伝達波モデルの時系列

に対応するものを併せて示した。 η_0 の値は全体の波形には無関係なので計測値のレベルに合うように適当に選んでいる。ただし同じ入射波に対する、 $X=60 \text{ m}$ と 120 m の計算には同じ η_0 の値を用いている。非常に単純なモデルを採用したにもかかわらず、全体に、実験結果を示した図-2 と良い類似を示していることがわかる。

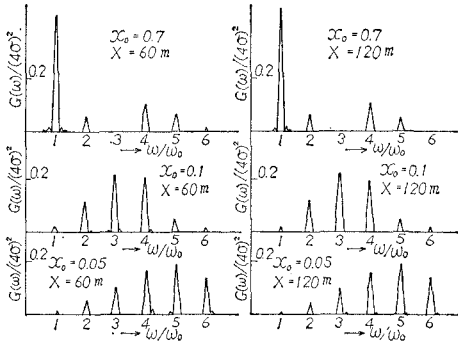


図-8 C・P 波による越波伝達波モデルのスペクトル

次に伝達波モデル $\zeta(x; \tau)$ の図-7 の時系列をスペクトル解析したものを図-8 に示す。解析は実験の場合と同じ条件、同じ手順で行なった。この図は図-3 に対応するものであって、実験結果にあらわれている入射波高の違いによるスペクトル分布の違いを良くあらわしている。すなわち、 $x_0=0.7$ の場合は基本波成分が卓越し、 $x_0=0.1$ の場合は、第 3 高調波が卓越し、さらに、 $x_0=0.05$ の場合になると高調波成分は、より高周波側へ移行する傾向が見られる。なお、伝達波スペクトルの基本波成分が実験のそれより小さいのは、防波堤模型が混成堤で透過現象を許しているため、実験のスペクトルには透過波の成分が基本波成分に上のせされているためと思われる。

4. 結 言

水深 35 m 天端高さ 3.5 m の防波堤を想定し、1/50 の模型を用いて、入射波高 6.3 m、4.5 m および 3.7 m のときの越波現象による堤内の伝達波を防波堤背後、60 m、120 m の 2 箇所で計測し、時系列およびそのスペクトル分布から、入射波高によって伝達波特性がどのように変わるかを調べた。その結果入射波が規則波の場合でも越波による伝達スペクトルは、基本波成分以外にも 5~6 倍迄の高調波成分を生ずる。また分布形状も、越波量に応じて多様に変化し、入射波高の大きいほど基本波成分が卓越し、小さくなるほど卓越成分は高周波側に移行することがわかった。なお、計測位置が異なることによる伝達波スペクトルの差は、大波高入射波ではあきらかに有為な差がみとめられず、他の入射波高では若干の差が認められるが、その差が有意なものかどうかはよくわからない。

次にこれらの特性を説明するために、単純な I・E による C・P 波を用いて、越波による伝達波のモデル化を試みた。入射波高 6.3 m、4.5 m および 3.7 m に対応するものとして、 $x_0=X_0/h$ の値をそれぞれ 0.7、0.1 および 0.05 とすることにより、伝達波モデルの時系列お

よびスペクトルが実験のそれと良い類似を示した。このことから越波現象はほぼ I・E による C・P 波の重ね合わせて説明できると思われる。ただしこのモデルからは計測位置の異なった場合 ($X=60$ m, 120 m) に伝達波特性に有意な差は出てこなかった。

今回は、越波量と x_0 の間の定量的な関係については何も論ずることはできなかったが、付録に示した等価 I・E の考え方をうければ、定量的な検討も可能になるものと思われる。ただし、そのためには、単一の越波による過渡現象を計測する必要がある。また、入射波が不規則波である場合も、成分波あるいは時系列に対応する I・E を知ることができれば、C・P 波を適当な分布に従う時間差で重ね合わせることで、伝達波モデルをつくることができると思われるが、これについては今後の研究課題である。また、I・E のみならず Initial Impulse をも考えることでより精度の高いモデルを構築できるかどうか今後の興味ある課題である。

最後に、今回の実験にあたっては、御指導戴いた大阪市立大学永井莊七郎名誉教授はじめ、非常に多くの方々の御協力を戴いた。関係各位に深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 北沢孝宗・山本 茂・新井信一・高木又男：洋上備蓄基地における貯蔵船舶の運動シミュレーション，第 27 回海岸工学講演会論文集，pp. 298~301, 1980。
- 2) 倉田克彦・巻幡敏秋・桑原正博・川野成仁：混成堤捨石マウンドからの透過現象に関する考察，第 27 回海岸工学講演会論文集，pp. 401~405, 1980。
- 3) 永井莊七郎・小田一紀・倉田克彦：大水深緩斜面潜堤に関する研究，第 22 回海岸工学講演会論文集，pp. 409~414, 1975。
- 4) 合田良実・竹田英章：越波による防波堤背後への波高伝達率，第 13 回海岸工学講演会論文集，pp. 309~313, 1977。
- 5) 谷本勝利・大里睦男：消波ブロック被覆堤の不規則伝達波について，第 26 回海岸工学講演会論文集，pp. 309~313, 1977。
- 6) Stoker, J. J.: Water Waves, Interscience Publishers, New York, 401 p., 1957。

付 録 等価 I・E について

I・E を $E(x \cdot h)$ で表わせば、次の関係が得られる。

$$\begin{aligned} & E((x+x_1) \cdot h)/h + E((x-x_1) \cdot h)/h \\ &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty Y(u) \cos(xs) du/ds \cdot ds \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

$$Y(u) = \int_0^\infty \eta(x_1; \tau) \cos u\tau d\tau \dots\dots\dots (2)$$

$$\eta(x_1; \tau) = y(X_1; t)/h, \quad X_1 = x_1 \cdot h \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 x_1 は計測位置を表わす。また、 y はただ 1 つの越波による伝達波の時系列である。 $Y(u)$ を実験的に求めれば、(1) 式より実験に等価な I・E $E(X)$ を求めることができる。