

振動流中におかれた円柱に作用する揚力

——周波数特性および出現形態について——

沢 本 正 樹*・ 柏 井 条 介**

1. はじめに

振動流中の物体に作用する揚力に関しては、その大きさと周波数特性を知ることが主要な問題のひとつであり、数多く調べられている。しかしながら、それらの評価方法は研究者により異なり、現象の特性の把握は未だ不十分である。

著者らは、前報(1979)¹⁾において、正弦振動流中の円柱に作用する揚力について、 KC 数に対する平均的振動数、極値揚力係数、後流渦パターン等の変化を調べ、重要と思われる KC 数の範囲においては、非粘性集中渦糸モデルにより揚力係数を解析的に求めた。

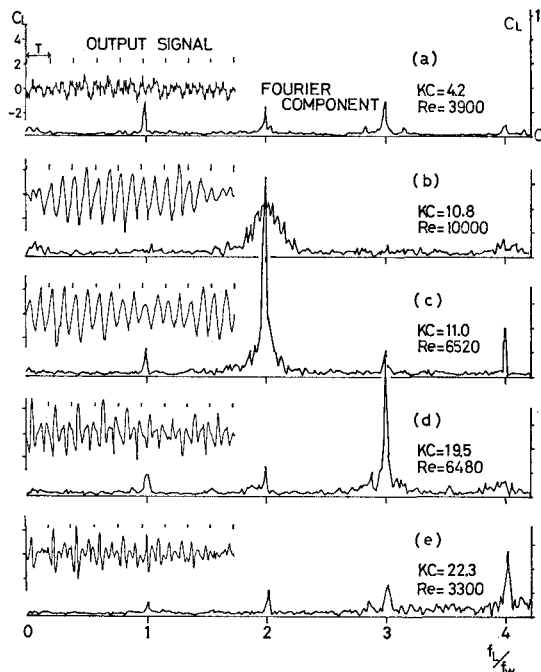
本研究においても、前報と同様に正弦振動流中におかれた円柱に作用する揚力を対象とするが、その続報として、現象の特性をより詳しく把握するために、スペクトル解析により周波数特性を調べるとともに、特にその出現形態を詳しく調べ後流渦パターンとの関連を明らかにする。更に、得られた結果から揚力の表示を試みる。

2. 実験方法

実験は、前報と同様の装置、方法で行った。すなわち、長さ 20 m、幅 0.4 m のフラッター式二次元造波水槽内で安定した重複波をつくり、重複波節部の正弦振動流中に外径 $d=2, 3, 4, 5$ cm のアクリル製円柱を水平に設置して揚力を測定した。測定には、円柱両端を支持する板パネに貼った歪ゲージを用い、信号はデジタル化して出力した。サンプリングの時間間隔は、主流周期 $T=2.70$ s に対し、80 ms であり、主流 60 周期にわたるデータにより以下の議論がなされた。測定範囲は、 $Re=U_m d/\nu$ が 3 000~10 000、 $KC=U_m T/d$ が 4~28 である。

3. 実験結果

揚力 F_L の周波数特性を知るために、得られたデータを FFT 法によりフーリエ変換してその周波数成分を調べるとともに、パワースペクトルを求めて KC 数との関係を調べた。



図—1 揚力の出力信号と周波数成分の分布形状

図—1 に周波数成分の分布形状の例を示す。縦軸は、周波数成分を $0.5\rho U_m^2 dl$ (ρ : 流体密度, U_m : 主流流速の振幅, d : 円柱径, l : 円柱長) で無次元化した値であり、横軸は、成分の周波数 f_L を主流の周波数 f_w で無次元化した値である。周波数成分は、主流の整数倍周波数近傍において集中的なピークをもち、集中的なピークのうち、卓越したピーク値を示すものは、 KC 数の増加に伴って、主流の 2 倍周波数近傍、3 倍、4 倍と変化していく。ところで、2 倍周波数近傍に卓越したピークをもつ KC 数の領域においては、(b), (c) に示されるように、分布形状の異なる場合がある。すなわち、尖鋭なピークを示すものと、その付近にやや広く分布するものである。これは、前報で示した揚力変動のうなりのような現象の強弱による違いで、ピーク付近にやや広く分布するものは強いうなりのような変動をしており、後流渦パターンは不安定である。

* 正会員 工博 東京工業大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 建設省土木研究所ダム部ダム水工研究室

揚力のフーリエ成分が主流の整数倍周波数近傍で集中したピークをもつことから、それぞれのピーク値近傍のスペクトル密度を積分して、次式のように、主流の n 倍周波数の無次元化したパワースペクトルを定義する。

$$S(nf_w) = \int_{n-df}^{n+df} s^2(f) df / (0.5\rho U_m^2 dl)^2$$

ここに、 $s^2(f)$; 揚力のスペクトル密度、 $f=f_L/f_w$ である。

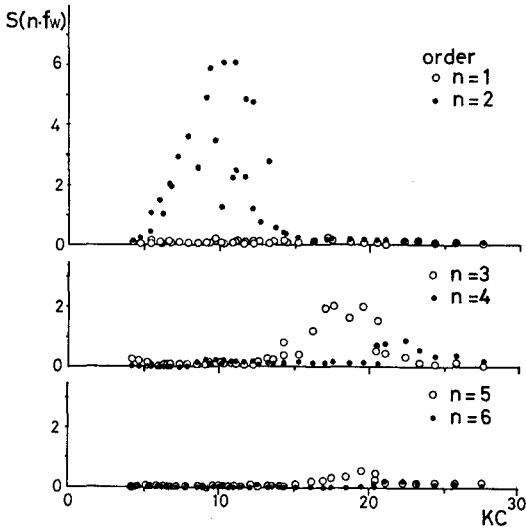


図-2 揚力のパワースペクトルの KC 数に対する変化

図-2 に $\Delta f=0.5$ として求めた $S(nf_w)$ の KC 数による変化を示す。 $S(nf_w)$ の中で最大の値を示すものを揚力の卓越周波数と考えると、卓越周波数は KC 数の増加に伴って、主流周波数の2倍、3倍、4倍と移っていき、それぞれある KC 数においてピークを持つことがわかる。前報において、後流渦パターン N の KC 数による分類を行ったが、それによれば、放出渦個数 (N) と卓越周波数 (n) の間に $n=N+1$ の関係があり、渦が放出されるごとに揚力の向きが逆転することが確かめられる。

揚力 F_L の大きさについては、一般に、主流流速の振幅 U_m と円柱径 d を用いて無次元化した揚力係数 $C_L=F_L/0.5\rho U_m^2 dl$ として表わされるが、 C_L の KC 数に対する変化形状やその値は報告者によって異なっている。その理由のひとつとして、 F_L の代表値として用いる値の定義が異なることが考えられる。そこで、 F_L の代表値として次の3ケースを考え、それらの KC 数に対する変化を調べる。

- ① $F_L=r.m.s.$ (主流一周期内の最大揚力)
- ② $F_L=r.m.s.$ (主流一周期にわたる揚力)
- ③ $F_L=r.m.s.$ (極値揚力)

図-3 に、これらを示す。三者を比較すると、 $KC \approx 10$ 付近のピークは同様にみられるが、ケース ① の場合では、Sarpkaya (1975)²⁾ の報告と同様に $KC \approx 18 \sim 19$ 付

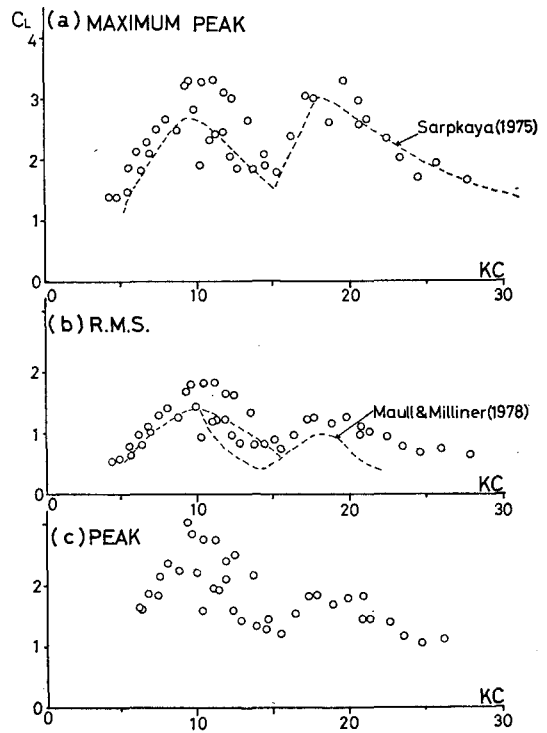


図-3 データ処理による揚力係数の違い

近でも大きなピークがみられるのに対し、他のケースではそれ程明瞭ではなく、特にケース ③ においては、第2のピークは殆んど認められない。このように、 F_L の代表値のとり方によって、 $C_L \sim KC$ 曲線は大きく異なってくる。このことは、揚力の大きさは、主流一周期内の単一の代表値だけでは評価し得ないことを示しており、それ故揚力の大きさを評価するためには、その出現形態を詳しく調べる必要があると考えられる。

本研究では、揚力の出現形態を次のようにして調べる。今、主流の半周期を考え、半周期内に出現する極値揚力を出現順に第1極値、第2極値、……、第 n 極値とする。この出現順別の極値揚力について、各々の極値の極値揚力係数の二乗平均平方根 C_{Li} (添字 i は出現順を表わす) と、その出現する主流流速の位相 θ_i (主流流速 $=0$ の位相を 0π とする) の平均値を求める (図-4 参照)。

図-5 に出現順別の極値揚力係数 C_{Li} の KC 数に対する変化を示す。第1極値は、 $KC \approx 9$ の付近でピークをもち、その後漸次減少していくが、 $KC=18 \sim 19$ 付近でも小さなピークを示している。一方、第2極値では、 $KC=9 \sim 10$ 付近と $KC=18 \sim 19$ 付近で同程度の大きなピークを示しており、周期内最大揚力を用いた揚力係数においてみられた第2の大きなピークは、この第2極値によるものであることがわかる。また、第3極値は、 $KC \approx 21$ 付近でピークを示している。

以上を放出渦との関係で調べてみると、放出渦1個の

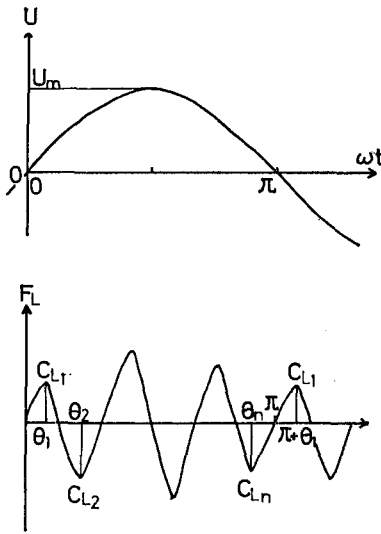


図-4 出現順別極値揚力の説明図

場合、 C_{L1} と C_{L2} しか出現しないが、このとき C_{L1}, C_{L2} はほぼ同様の変化形状を示す。放出渦が 2 個の領域では、 C_{L2} が C_{L1}, C_{L2} に対しかなり大きな値を示している。放出渦 3 個では、 C_{L2} がやはり大きいながらも、 C_{L3} も同程度に大きくなってくる。このとき C_{L1}, C_{L4} は小さい。

図-6 には、極値揚力の生じる主流流速の位相と KC 数の関係を示す。位相は、極値の数（すなわち放出渦個数）が一定の KC 数の範囲ではあまり変化せず、ほぼ一定値を示している。

極値揚力の大きさと、その生じる主流流速の位相との関係については、次のように考えることができる。今、ポテンシャル流れを考えると、円柱のまわりに n 個の渦（循環 Γ_i ）が存在するとき、円柱に作用する揚力は、 $F_L = \rho \sum \Gamma_i (u_i + u_i^*)$ で計算される。ここに、 u_i, u_i^* は渦、およびその鏡像渦の流れ方向の移動速度である。一方、円柱表面から放出された渦は、主として主流の流れによって運動すると考えられるから、揚力の大きさは、その時点における主流流速に強く依存するものと考えられる。このことは、例えば、放出渦 2 個の場合に C_{L2} が

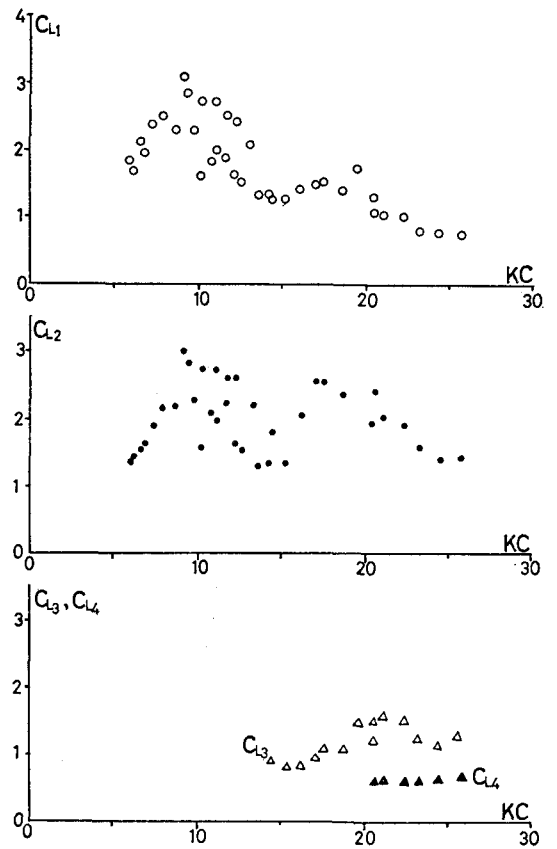


図-5 出現順別の極値揚力係数の KC 数に対する変化

他の極値揚力係数より卓越して大きい、このとき第 2 極値の出現する主流流速の位相は $\pi/2$ 付近、すなわち主流の最大流速付近を示していること、また、放出渦 3 個の場合に、 C_{L2}, C_{L3} が他の極値揚力係数より大きいとき、その主流流速も同様の関係にあること等から、振動流中の揚力変動特性を理解する上で重要な意味をもつものと考えられる。実際、各実験ケースにおける出現順別極値揚力の相互の大きさの関係は、その生じる主流流速の相互の関係と強い相関を示している。特に、1 個の放出渦によって生じると考えられる第 1 極値と第 2 極値の

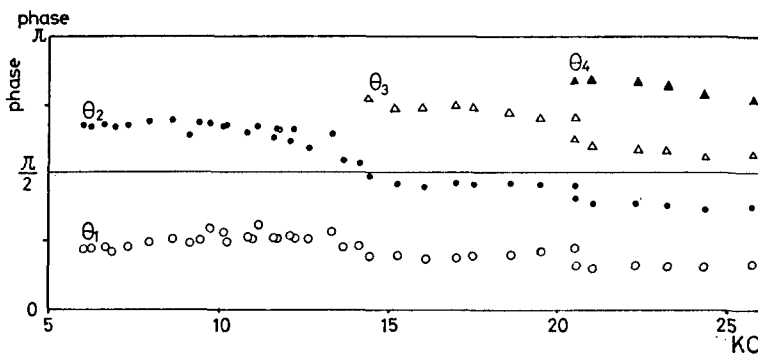


図-6 極値揚力の生じる位相

大きさの比は、渦の放出が完全になされる $KC=8$ 以上において、主流流速の大きさの比とほぼ等しくなっている。

ところで、放出渦個数が一定の KC 数の領域においては、その生じる位相もまたほぼ一定となるので、極値揚力の大きさの相互の関係が、主流流速の相互の関係と強い相関を示すことは、揚力の出現形態の変化が、主として放出渦個数が変わることによって生じてくることを示している。

4. 揚力の表示法について

測定により得られた諸結果をもとに、揚力の変動形態を表わす方法を考える。表示にあたっては、フーリエ成分によるものなども考えられるが、ここでは、出現順別の極値揚力係数 C_{Li} と主流流速の位相 θ_i を用い、前報にならって主流流速 U と、円柱のまわりの循環 Γ の積により揚力を表わすクッタ・ジューコフスキ型の表示を考える。

まず、次のような流速、循環変化、揚動についての仮定を行なう。

- ① 揚力は、クッタ・ジューコフスキの式 $F_L = -\rho U \Gamma$ で計算される。
- ② 流速は、 $U = U_m \sin \omega t = U_m \sin \theta$ で表わされる。
- ③ 円柱のまわりの循環は、渦の放出によってその符号が逆転する。
- ④ 循環は、直線変化をし、極値揚力を生じる主流流速の位相を、直線の勾配変化点とする。
- ⑤ 揚力変動は、主流一周期毎に周期的に繰り返えられる。

以下の表示は、主流半周期について行なう。

極値数 n 個（放出渦 $n-1$ 個）の場合、③、④、⑤の仮定により、円柱のまわりの循環 Γ の変化は次のようになる。（図-7 参照）

i) $\theta = 0 \sim \theta_1$ では

$$\Gamma = \frac{\Gamma_1 - \Gamma_n}{\pi + \theta_1 - \theta_n} \cdot \theta + \frac{\Gamma_1 \cdot (\pi - \theta_n) + \Gamma_n \cdot \theta_1}{\pi + \theta_1 - \theta_n}$$

ii) $\theta = \theta_i \sim \theta_{i+1}$ ($1 \leq i \leq n-1$) では

$$\Gamma = \frac{\Gamma_i + \Gamma_{n+1}}{\theta_{i+1} - \theta_i} (-1)^i \cdot \theta - \frac{\Gamma_i \cdot \theta_{i+1} + \Gamma_{n+1} \cdot \theta_i}{\theta_{i+1} - \theta_i} (-1)^i$$

iii) $\theta = \theta_n \sim \pi$ では

$$\Gamma = \frac{\Gamma_1 - \Gamma_n}{\pi + \theta_1 - \theta_n} (-1)^{n-1} \cdot \theta + \frac{\Gamma_n \cdot (\pi + \theta_1) - \Gamma_1 \cdot \theta_n}{\pi + \theta_1 - \theta_n} (-1)^{n-1}$$

θ_i は実測値を用いる。また Γ_i は、実測の C_{Li} より次のように求められる。

$$\Gamma_i = \frac{C_{Li} U_m^2 d l}{2|U_i|} = \frac{C_{Li} U_m d l}{2|\sin \theta_i|}$$

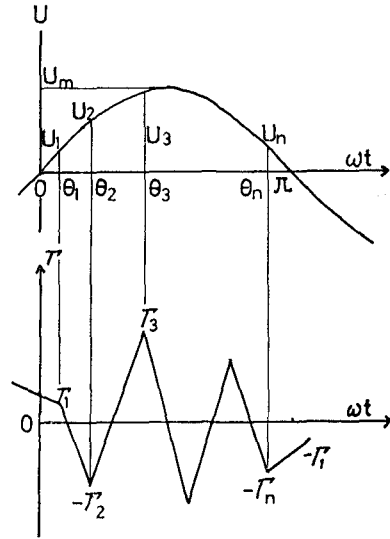


図-7 循環の変化

以上より、半周期間の揚力の変動を計算することができる。引き続き半周期については、流れの対称性より、極値の数が n のとき

$$F_L(\theta) = (-1)^n \cdot F_L(\theta + \pi)$$

で与えられる。

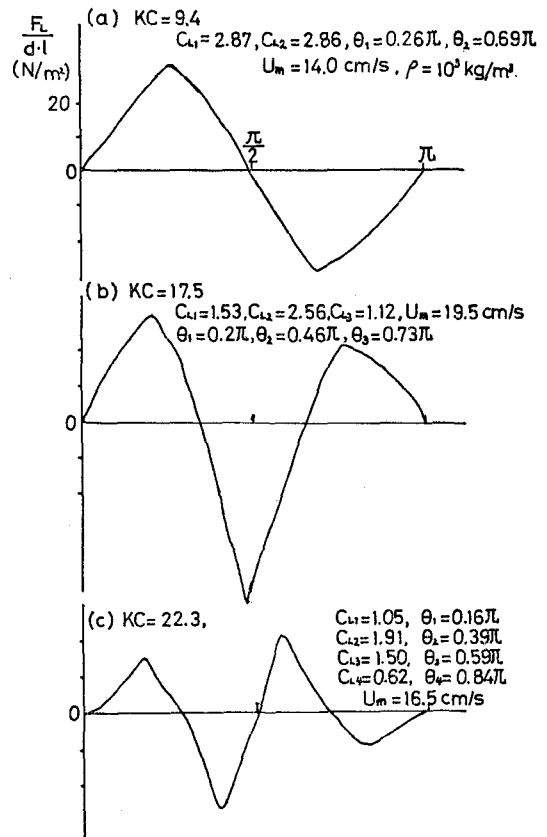


図-8 表示式による揚力の出現形態

図-8 には、以上の表示式によって与えられる、放出渦個数別の揚力出現形態を示す。

図-8 に示されるものは、平均的な揚力出現形態であり、放出渦個数別の、それぞれの出現形態の特徴はうまく表現されていると思われる。しかしながら、既に前報で報告したように、実際の揚力変動においては、かなり不規則な変動波形がみられ、そのことが揚力変動の重要な特徴のひとつとなっている。即ち、円柱後方に形成される後流渦は、円柱が前の半周期に形成された後流をくぐることから、前の半周期における流れの場の影響を受け、本来、非周期的なものであると考えられるのであり、事実、後流渦パターンが安定していても、揚力の大きさにはかなりのバラツキがあるし、強いうなりのような変動をする場合のように、後流渦パターンそのものが不安定となる場合もある。したがって、ここで与えられた表示式は、揚力変動を表わす上で、未だ不十分なものであり、今後、揚力の非周期性に対する理解が必要となるものと思われる。

5. おわりに

重複波により得られる正弦振動流中におかれた円柱に作用する揚力について、周波数特性、出現形態を調べ、得られた結果から揚力の表示を試みた。主要な結論は以下の通りである。

(1) 揚力の卓越周波数は、主流の整数倍周波数をもち、その KC 数に対する変化は、渦の放出個数の変化により説明される。

(2) 主流半周期内に生じる極値揚力の出現順別極値揚力係数の KC 数に対する変化は、出現順別に異なってくる。

(3) 放出渦個数が同じ KC 数の領域では、極値揚力の生じる主流流速の位相もほぼ一定となる。

(4) 出現順別の極値揚力の大きさの相互の関係は、極値の生じる主流流速の相互の関係と強い相関があり、(3) から、揚力の出現形態の変化は、主として放出渦個数が変わることにより生じてくる。

(5) 揚力の出現形態は、クッタ・ジュコフスキの式を用いると、比較的うまく表現される。

本研究をすすめるにあたり文部省科学研究費の補助をうけた。ここに謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 沢本正樹・菊地健治:「振動流中におかれた円柱に作用する揚力」, 第26回海岸工学講演会論文集, pp. 429~433, 1979.
- 2) Sarpkaya, T.: Forces on cylinders and spheres in a sinusoidally oscillating fluid, J. Applied Mech., Trans. of ASME, Vol. 42, Ser. E, 1, pp. 32~37, 1975.
- 3) Maull, D. J. and M. G. Milliner: Sinusoidal flow past a circular cylinder, Coastal Engineering, 2, pp. 149~168, 1978.