

複数円柱構造物の波力干渉効果について

——後流渦の形成特性——

榎 木 亨*・中 村 孝 幸**

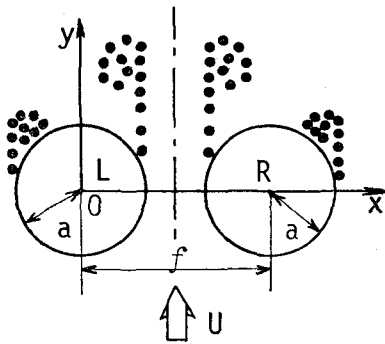
1. ま え が き

既に著者ら¹⁾は、複数円柱に作用するポテンシャル的な流体力に着目し、第 25 回海講演文集にその成果の一部を発表した。

これに引続き、本研究では振動流場を対象に非ポテンシャル的な流体力発生の直接的な原因となる複数円柱の背後に形成される後流渦の形成特性ならびにはく離点の変動特性を複数渦糸モデルと振動流境界層理論の両者に基づいて理論的に明らかにし、後流渦の発生等に起因する非ポテンシャル的な流体力ならびに流体力の干渉効果の算定の基礎を与えようとするものである。

2. 流況モデル

流況モデルとしては、図—1 に示すように流体力を考



図—1 流況モデル

える上で最も危険側となる 2 本並列円柱を想定した。図中の円柱のまわりの黒点は渦糸を示しており、多数の渦糸の集合でもって目視されるような渦をあらわすという複数渦糸モデルを用いている。そしてここでは、 $K-C$ 数の比較的小さい場合 ($K-C$ 数 < 8) に出現する円柱の背後の渦パターンが 2 本の円柱中心を結ぶ線の垂直二等分線(図—1 中の一点鎖線)に関して対称となる場合に限定する。図中で、 f は 2 本並列円柱の中心間距離を、 a は円柱の半径を示し、主流速は y 軸に平行に y 軸の正の

方向に向う流れを正として式 (1) により与えられる。

$$U = U_m \sin \omega t \dots\dots\dots (1)$$

(1) 渦糸のない場合の並列円柱まわりの複素速度ポテンシャル w_p

w_p の算定法については、前報¹⁾で示したように円柱の存在を示す 2 重わき出しの円柱鏡像を 2 円柱間で無限回繰り返すことにより求められる。ここでは、 w_p をあらわす前報¹⁾の式 (1) において (a/f) の高次項を除いた式 (2) を用いている。

$$w_p = iU \left\{ z - \frac{a^2}{z} - \frac{a^2}{z-f} - \frac{a^2 \left(\frac{a}{f} \right)^2}{z-f+f_1} - \frac{a^2 \left(\frac{a}{f} \right)^2}{z-f_1} \right\} \frac{1}{1 - \left(\frac{a}{f} \right)^4} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $i = \sqrt{-1}$ 、 $z = x + iy$ 、 $f_1 = a^2/f$ である。

(2) 渦糸の複素ポテンシャル w_v

図—1 に示すような R 円柱、 L 円柱の 2 本の円柱があるときの単一渦糸による複素速度ポテンシャル (w_v)₁ は、Milne-Thomson²⁾ により与えられている円柱まわりの渦糸についての考え方を拡張すれば求めることができる。すなわち、図—2 に示すように第 1 ステップとして、 R 円柱、 L 円柱の各々について単円柱と同様の鏡像渦糸を考える。図中 z_{L1} 、 z_{R1} 、 ξ_{L1} 、 ξ_{R1} は、鏡像渦糸の位置座標を示す。そして、2 本円柱と単円柱の場合の考え方の相違点は、図—2 の第 2 ステップ以下にあらわれている。たとえばステップ 2 の ① にみられるようにステップ 1 であらわれた L 円柱内の z_{L1} と ξ_{L1} に位置する鏡像渦糸は、 R 円柱の固定境界条件を満足していないことから、これら鏡像渦糸の R 円柱についての鏡像渦糸をさらに考え、合計 4 つの新たな鏡像渦糸を R 円柱内に置くことになる。しかし、円柱の中心に鏡像される 2 つの渦糸は、循環の符号が逆でその絶対値が等しいことから互いに消し合うことになり、最終的に置くべき鏡像渦糸は z_{L2} と ξ_{L2} に位置する 2 つの渦糸だけとなる。そして、図—2 のステップ 2 ② にみられるように、最初に R 円柱に鏡像された渦糸の L 円柱についての鏡像

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工博 愛媛大学講師 工学部海洋工学科

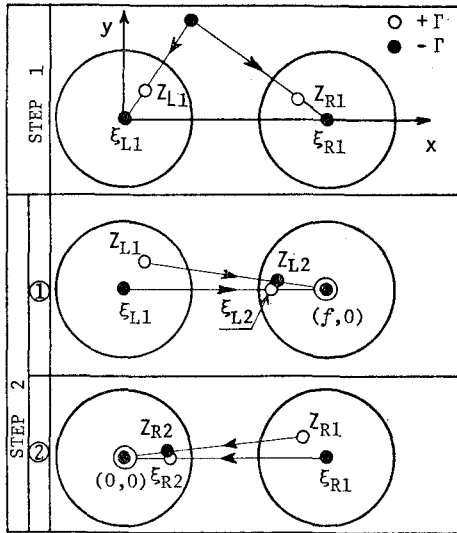


図-2 2本円柱の鏡像渦糸

渦糸についても z_{R2}, ξ_{R2} に位置する2つの渦糸だけとなる。そしてこのような操作を無限ステップ繰り返し、これら渦糸による複素速度ポテンシャルを加算すれば、2本円柱まわりの単一渦糸による複素速度ポテンシャルが求まることになる。これを示すのが式(3)である。

$$(w_V)_1 = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \log(z-z_0) - \frac{i\Gamma}{2\pi} \log \left[\frac{(z-\xi_{L1})(z-\xi_{R1})}{(z-z_{L1})(z-z_{R1})} \right] \times \frac{(z-\xi_{L2})(z-\xi_{R2})}{(z-z_{L2})(z-z_{R2})} \times \dots \times \frac{(z-\xi_{Ln})(z-\xi_{Rn})}{(z-z_{Ln})(z-z_{Rn})} \times \dots \quad (3)$$

ここに、 $z_{Ln}, z_{Rn}, \xi_{Ln}, \xi_{Rn}$ は式(4)、(5)で与えられる。

$$\begin{pmatrix} z_{Ln} \\ z_{Rn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial_{n,2m+1} \\ \partial_{n,2m} \end{pmatrix} f + a^2 \left\{ \begin{pmatrix} \bar{z}_{Ln-1} \\ \bar{z}_{Rn-1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \partial_{n,2m+1} \\ \partial_{n,2m} \end{pmatrix} f \right\} \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} \xi_{Ln} \\ \xi_{Rn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial_{n,2m+1} \\ \partial_{n,2m} \end{pmatrix} f + \begin{pmatrix} (-1)^n \\ (-1)^{n+1} \end{pmatrix} f_n \quad (5)$$

($m=1, 2, 3, \dots$)

ここに、 $\partial_{n,N} = \begin{cases} 1 & n=N \\ 0 & n \neq N \end{cases}$ であり、ここに、 f_n は次式で与えられるものである。

$$f_n = \frac{a^2}{f-f_{n-1}} \quad (6)$$

そして、 $f_1 = a^2/f$ であり、式(4)において、 $z_{L1} = a^2/\bar{z}_0$ 、 $z_{R1} = f + a^2/(\bar{z}_0 - f)$ である。

式(3)の右辺第2項は、鏡像渦糸群の効果をあらわしており、 $\{ \}$ で示す各項は、上述の円柱鏡像の各ステッ

プごとに出現する鏡像渦糸を、添字の n はそのステップ数を示している。

式(3)を用いて、 $(w_V)_1$ を算定するには、右辺第2項の対数関数の中の無限積の一般項(添字 n を有する項)の収束性を検討する必要がある。このため、一般項中であらわれる $\xi_{Ln}, \xi_{Rn}, z_{Ln}, z_{Rn}$ の極限を調べてみた。この結果を示すのが式(7)である。

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \xi_{Ln} &= \lim_{n \rightarrow \infty} z_{Ln} = \{ f + (-1)^n \sqrt{f^2 - 4a^2} / 2 \} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \xi_{Rn} &= \lim_{n \rightarrow \infty} z_{Rn} = \{ f - (-1)^n \sqrt{f^2 - 4a^2} / 2 \} \end{aligned} \quad (7)$$

式(7)よりわかるように、 n の十分大きな数について $\xi_{Ln} = z_{Ln}$ 、 $\xi_{Rn} = z_{Rn}$ となり、式(3)の右辺第2項の対数関数の中の $\{ \}$ で示す項は、 n の大きな値について1に収束することになる。したがって、 $(w_V)_1$ を求めるには式(3)の右辺第2項の無限積を(7)式で示す条件が満足される n まで考えて算定できることになる。そして、本研究では渦糸の位置 z_0 を各種変化させて、(7)式を実用的に満足するような n の値について検討してみたが、本研究で対象とするような $f/a > 2.5$ の領域では、 $n=4$ で十分であることが判明した。このことから、以下では、 $(w_V)_1$ の算定に n の最大値として4を採用している。

そして、一般に J 個の渦糸が2本並列円柱のまわりにあるときの複素速度ポテンシャル w_V は、式(3)の単一の渦糸の場合の表示式を参照にして式(8)のように導ける。

$$w_V = \sum_{j=1}^J \left[-\frac{i\Gamma_j}{2\pi} \log(z-z_j) \times \prod_{n=1}^4 \left\{ \frac{(z-\xi_{Lnj})(z-\xi_{Rnj})}{(z-z_{Lnj})(z-z_{Rnj})} \right\}^{(-1)^{2n+1}} \right] \quad (8)$$

また、図-1に示すような振動流場中の2本並列円柱まわりの流れの複素速度ポテンシャル w は、 J 個の渦糸が円柱まわりにあるとすると式(2)の w_p と式(8)の w_V の線形和である式(9)で与えられることになる。

$$w = w_p + w_V \quad (9)$$

3. 後流渦パターンの数値シミュレーション

(1) 渦糸の運動方程式

渦糸の運動方程式は、考えている渦糸がそれ自身以外の渦糸からしか影響を受けないことに注意すると、式(9)の w を用いて式(10)のように導ける。

$$\begin{aligned} dz_k/dt &= \frac{dx_k}{dt} + i \frac{dy_k}{dt} \\ &= \frac{d}{dz} \left[w - \left\{ -\frac{i\Gamma_k}{2\pi} \log(z-z_k) \right\} \right]_{z=z_k} \\ & \quad (k=1 \sim J) \quad (10) \end{aligned}$$

ここに、 z_k は考えている渦糸の座標を示し、 J は流体中にある渦糸の総個数である。

(2) 渦糸の循環 Γ の算定式

Γ を与える式としては、著者ら³⁾が単円柱まわりの渦パターンを計算するときに用いた式と同様の式 (11) を使用している。

$$\partial \Gamma / \partial t = 0.5 U_B \omega (\theta_s) \dots \dots \dots (11)$$

ここに、 $U_B(\theta_s)$ は振動流境界層のはく離点位置における境界層外縁の流速である。そして、 θ_s ははく離点位置の角度座標である。なお、本研究では $U_B(\theta_s)$ として式 (9) の w により円柱表面でかつ角度座標 θ_s の点に生じる流速をもって代用している。

(3) 2本並列円柱のはく離点

振動流場の2本並列円柱のはく離点の決定方程式としては、既に著者ら³⁾が単円柱を対象に振動流境界層理論に基づき明らかにした式 (12) を用いている。

$$\frac{dU_{Bm}}{d\theta} = \frac{\sqrt{2} a \omega \cos(\omega t - \pi/4)}{\{(1 - \sqrt{2}) \cos(2\omega t - \pi/4) + 1/2\}} \dots (12)$$

ここに、 U_{Bm} は円柱表面における流速の時間的な最大値である。そして、この U_{Bm} は、2本並列円柱を対象にしていることから、式 (9) の複素速度ポテンシャルに基づき算定される。しかし、ここでは前述したように、比較的小さい $K-C$ 数の場合 ($K-C$ 数 < 8) を対象にすることから、発生した渦のはく離点の変動に及ぼす影響は小さいものと仮定して、式 (12) 中の U_{Bm} の算定には、式 (9) のかわりに渦の発生効果を見捨てた式 (2) に基づき算定した。

式 (12) による θ_s の算定結果の1例を、円柱中心間隔と直径の比 f/D ならびに $K-C$ 数をパラメーターにして示すのが 図-3 である。これは、 θ_s の時間変化を

$f/D=1.5$ の場合について示しており、図中の実線が2本並列円柱の θ_s を、点線が単円柱のそれをあらわしている。 θ_{s0} と θ_{si} は図中に示すように、それぞれ2円柱の内側、外側領域におけるはく離点の角度位置を示す。

図-3 より、はく離点の時間的変動において2本円柱と単円柱の大きな差異は、2本円柱の内側領域であらわれており、2本円柱でははく離のはじまる位置やおわる位置も2円柱の内側領域に移動するなど単円柱に比し大きな差異のあることがわかる。次に 図-3 で単円柱に比し差異の大きな2円柱の内側領域における θ_{si} の f/D の値による変化を示すのが 図-4 である。この場合 $K-C$

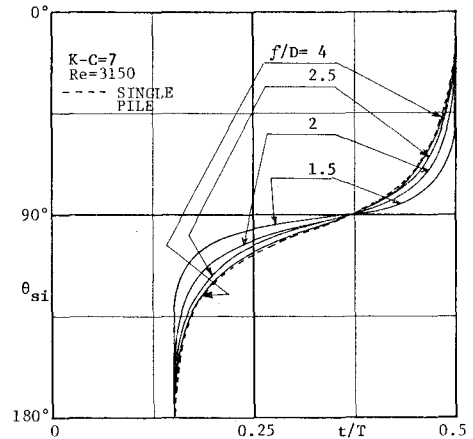


図-4 はく離点の f/D による変化

数は7と固定してある。この図より、 f/D の増大、すなわち2円柱の間隔の増大と共に2本円柱の場合の θ_s は、単円柱のそれに類似してきており、ほぼ $f/D=4$ で単円柱の θ_s の結果に一致することがわかる。

(4) 計算手法

渦糸のパターンは、式 (10) の渦糸に関する運動方程式と循環の強さを与える式 (11) 並びにはく離点の決定方程式である式 (12) を各時間ステップごとに数値的に解けば与えられる。本研究では、4次の Runge-Kutta 法を用いて上記の式を数値的に解き渦パターンを求めている。なお、計算をすすめるにあたり必要となる発生渦糸の初期位置等については、著者らが単円柱まわりの渦パターンを計算するときに用いたと同様の方法³⁾ によっている。略記すれば以下になる。〔各時間ステップ内に発生する渦糸の初期位置は、角度位置についてはその時間ステップの前後におけるはく離点の角度の平均値により与えられ、動径方向については半径 a と境界層の厚さ $\delta = \sqrt{2\nu/\omega}$ の和 $r = a + \delta$ で与えられる。〕などである。

(5) 計算結果

(4) で述べた方法により、振動流場中の2本並列円柱まわりの渦糸パターンについて求めた結果の一部を図-

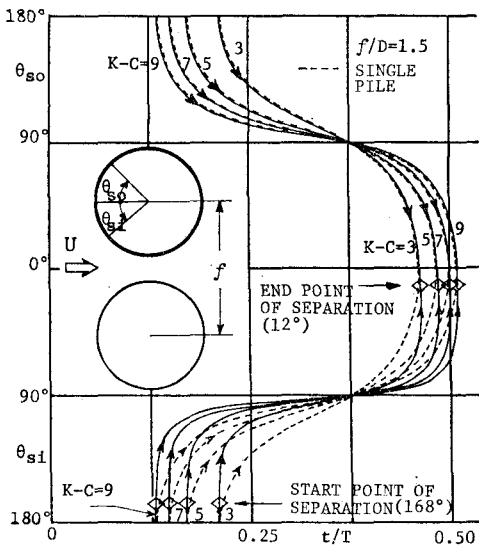


図-3 はく離点の時間的変化

5～図-8に示す。これらの図は、渦パターンが最も発達している時間位相と考えられる $\omega t = 180^\circ$ の振動流の逆転位相時について示すもので、図-5～図-7は $K-C$ 数が7で f/D が4.0, 2.0, 1.5と減少する場合の渦糸パターンをあらわす。また、図-8は、 f/D が1.5で、 $K-C$ 数が5の場合の結果を示す。また、図中で×印で示すのが2円柱の内側領域より発生した渦糸の位置を、●で示すのが外側領域よりのそれをあらわす。図中の一

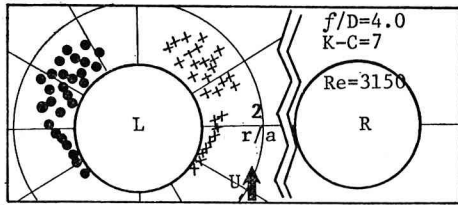


図-5 渦糸パターン ($f/D=4$, $K-C=7$)

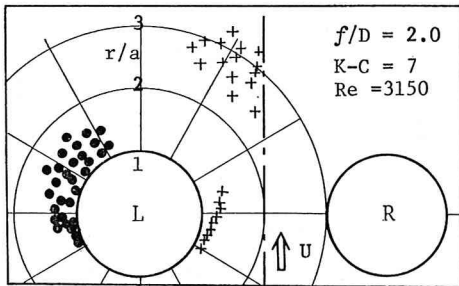


図-6 渦糸パターン ($f/D=2$, $K-C=7$)

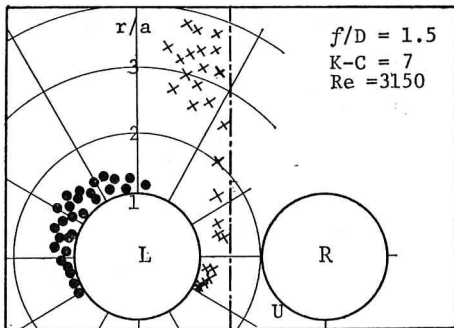


図-7 渦糸パターン ($f/D=1.5$, $K-C=7$)

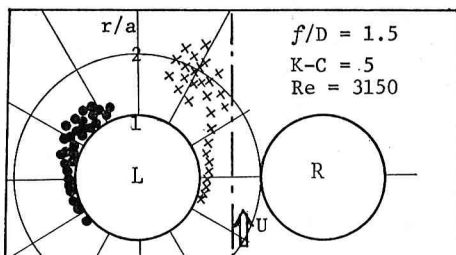


図-8 渦糸パターン ($f/D=1.5$, $K-C=5$)

点鎖線は2円柱の中央線になっており、左右の円柱背後に形成される渦糸パターンは、この線に関して対称であることから R 円柱についてのそれは省略した。図-5より図-7の比較から、円柱背後の渦糸パターンは、中心間隔 f が減少すればするほど2円柱の内側半面に発生する渦がより早く発達し、掃き出されるようになることから、より大きな非対称性を示すようになることがわかる。そして、 $f/D=4$ の図-5では、単円柱と同様のほぼ対称な渦パターンになっており、 $K-C$ 数が比較的小さな場合では $f/D \geq 4$ でほぼ隣接円柱の渦パターンに及ぼす影響が無視しえるものと言えよう。このことは、前述したはく離点の特性などに基づくものと考えられる。

次に、図-7と図-8の比較より、 $K-C$ 数の増大と共に内側半面の渦はより早く発達するようになり、円柱近傍からより遠くへと掃き出されるようになることがわかる。

上記のような数値シミュレーション結果の妥当性を検討するため、本研究では、トレーサー法による流況観測を行なっている。その流況写真の1例を示すのが図-9で

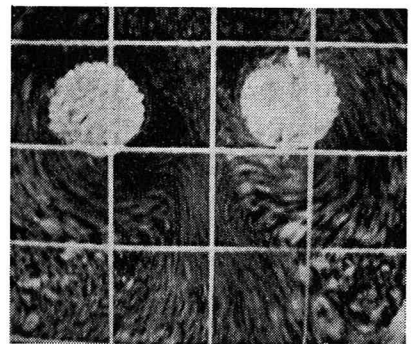


図-9 流況写真 ($f/D=2$, $K-C$ 数=7)

あり、 $f/D=2.0$, $K-C=7$, $\omega t=180^\circ$ の条件の場合で図-6と対応している。そして、図-9の流況写真において渦パターンは、図-6のそれと同様、内側領域の渦は速方へ、外側領域の渦は円柱近傍へ残るという非対称渦パターンになっていることなど計算結果と一致しており、上記の計算方法により2本円柱まわりの流況シミュレーションがほぼ可能であることが認められよう。また、渦パターンに及ぼす隣接円柱の効果の無視しえる f/D についても実験的に検討しているが、ほぼ計算値と同様 $f/D \geq 4$ であったことを付記しておく。

4. 結 語

以上、振動流中の2本並列円柱まわりの流況シミュレーションについて検討を加えてきたが、とりまとめれば以下のように結論される。

2本並列円柱まわりの後流渦パターンは、 $K-C$ 数な

らびに円柱間隔と直径の比 f/D に密接に関連しており、 $K-C$ 数の増大と共に渦の規模は増大することおよび f/D の減少と共に 2 本円柱の内側領域に形成される渦はより後方へ掃き出されるようになる。そして、このような特性は、振動流境界層理論ならびに複数渦糸モデルを用いた数値モデルによりほぼ推測され得る。

今後は、このような流況シミュレーション結果を用いて流体力についての検討をすすめる予定である。

参 考 文 献

- 1) 榎木 亨・中村孝幸：複数円柱構造物の波力干渉効果について (1)，第 25 回海岸工学講演会論文集，pp. 372~376，1978.
- 2) Milne-Thomson, L. M.: Theoretical Hydrodynamics, 5th edition, The Macmillian Co. Inc., p. 373, 1968.
- 3) Sawaragi, T. and T. Nakamura: Analytical study of wave force on a cylinder in an oscillatory flow, Proc. of Coastal Structure's 79, ASCE, pp. 154~173, 1979.