

スリット壁式消波構造の水理解析

堀口孝男*・小坂俊吉**・中道峰夫***・布施敏一郎****

1. まえがき

スリット壁式消波構造の利用は、古くは高松港防波堤をはじめとしてここ数年来、わが国においてもいくつかみられるようになってきている。この種の構造物の特徴は、スリット壁の開口率、壁面の厚さ、前壁と後壁との間隔などが、入射波の諸元に対してどのような値をとるかに依存しており、消波性能、波の反射率、港周辺の地形などの観点から、もっとも有利になるように構造物の寸法が選択されなければならないものである。この小論では、かかる判断の材料を提供するため、スリット壁式消波構造の基礎的な水理解析を旨として、スリット壁のみの場合と、スリット壁と平面壁とを適当な間隔を置いて組合わしたケーソン構造の場合とを対象に選んでいる。第1段階として取扱った内容は、入射波が碎波しないときに、波のポテンシャル理論と流体の運動方程式、連続式の積分型とを結合した理論式を求め、その理論から算定される各壁面の波力ならびに波の反射率を明らかにした。さらにこれらを実験によって検証し、用いた係数の値について論じたものである。

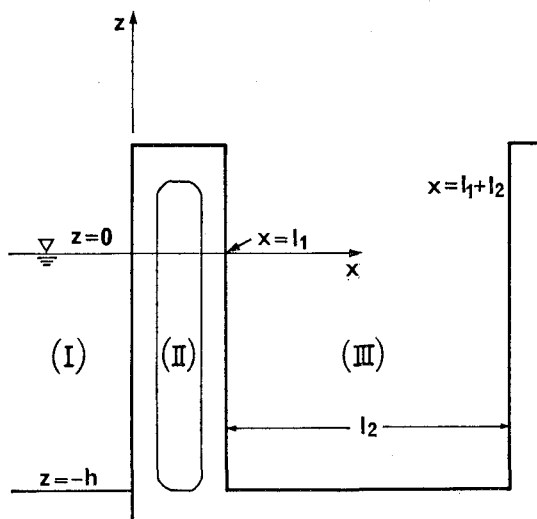
2. 理論式の誘導

図一に示すように領域を設定するとき、理論の構成は領域Ⅰ、Ⅲに波のポテンシャル理論を用い、領域Ⅱにおいては流体の連続式、運動方程式を適用して、境界条件によりⅠ、Ⅲと結びつけるもので、スリット壁近傍で生ずるエネルギー損失は、この領域Ⅱで示される損失に含めて扱う。

(1) スリット壁のみの場合

波の非回転運動を前提とした1次オーダーの速度ポテンシャルは、各領域で次のように示される。

$$\phi_1^{(1)} = \left\{ \frac{ga}{\sigma} \sin(kx - \sigma t) - \frac{gb}{\sigma} \sin(kx + \sigma t) + \theta_1 \right\} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_p \frac{gc_p}{\sigma} e^{k_p x} \sin(\sigma t)$$



図一 スリット壁式消波構造物の断面

$$+ \theta_{1,p} \frac{\cos k_p(z+h)}{\cos k_p h} \quad (x \leq 0 \text{ の領域})$$

.....(1)

$$\phi_1^{(3)} = \frac{gd}{\sigma} \sin \{k(x-l_1) - \sigma t + \theta_3\} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_p \frac{gf_p}{\sigma} e^{-k_p(x-l_1)} \sin(\sigma t) + \theta_{3,p} \frac{\cos k_p(z+h)}{\cos k_p h} \quad (x \geq l_1 \text{ の領域})$$

.....(2)

ここで、 $\phi_1^{(1)}$ 、 $\phi_1^{(3)}$ は領域Ⅰ、Ⅲの速度ポテンシャル、 a 、 b は入射波ならびに反射波の振幅、 d は透過波の振幅、 c_p 、 f_p は散乱波の振幅、 θ_1 、 θ_3 、 $\theta_{1,p}$ 、 $\theta_{3,p}$ はそれぞれの位相のずれを表わす。 l_1 はスリット壁の壁厚、 σ は角周波数、 k は波数で次の関係が存在する。

$$\sigma^2 = gk \tanh kh = -gk_p \tan k_p h \quad \text{.....(3)}$$

もっとも散乱波の影響は小さいので、簡略化をはかり、以下においては全て省略することにする。

領域Ⅱでは波長に比してスリット幅は非常に小さいので、 y 方向の運動は無視して次の x 方向のみの運動方程式を用いる。

* 正会員 工博 東京都立大学教授 工学部土木工学科
 ** 正会員 同 助手 同上
 *** 正会員 工博 国土総合建設株式会社
 **** 正会員 同上 (前職)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu^*}{\rho} \frac{\partial u}{\partial z} \right) \dots\dots\dots(4)$$

式(4)を $z=-h$ から表面の $z=\zeta$ まで積分する。この場合、積分記号下の微分の表現を用いると、たとえば、左辺第1項は、

$$\int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial u}{\partial t} dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\zeta} u dz - [u]_{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + [u]_{-h} \left(-\frac{\partial h}{\partial t} \right)$$

となり、 $\left(-\frac{\partial h}{\partial t} \right) = 0$ であるから、次のように表わされる。

$$\int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial u}{\partial t} dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\zeta} u dz - [u]_{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial t}$$

同様な操作を各項にほどこし、また $\int_{-h}^{\zeta} w \frac{\partial u}{\partial z} dz$ には部分積分法を用いると、結局、式(4)は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\zeta} u dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\zeta} u^2 dz \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\zeta} p dz + \int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x} \right) dz \\ & \quad - \left[\frac{\mu^*}{\rho} \frac{\partial u}{\partial z} \right]_{-h} \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

ただし、 $\frac{\partial h}{\partial x} = 0$, $[u]_{-h} = 0$, $[w]_{\zeta} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + [u]_{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x}$ の関係が使用されている。次に連続式は、

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots(6)$$

であり、これも同様な積分をほどこすと、

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\zeta} u dz \dots\dots\dots(7)$$

と表わされる。

境界条件はスリット壁の前後面において、

$$\left. \begin{aligned} [u]_{x=0} &= \frac{A_p + A_u}{A_p} \left(\frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial x} \right)_{x=0} \\ [u]_{x=l_1} &= \frac{A_p + A_u}{A_p} \left(\frac{\partial \phi_1^{(3)}}{\partial x} \right)_{x=l_1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

として設定される。ここで A_p はスリットの開口面積、 A_u は壁面の非開口面積である。

スリット壁の厚さも波長に対して同様に極めて小さいので、領域IIの運動を平均的に表現するため、式(8)とポテンシャルの表現から次のように近似する。

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\beta}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial x} \right)_{x=0} + \left(\frac{\partial \phi_1^{(3)}}{\partial x} \right)_{x=l_1} \right\} \\ \zeta &= \frac{1}{2} \left\{ \left(-\frac{1}{g} \frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial t} \right)_{x=0} + \left(-\frac{1}{g} \frac{\partial \phi_1^{(3)}}{\partial t} \right)_{x=l_1} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

$$\text{ここで } \beta = \frac{A_p + A_u}{A_p}$$

式(5)における左辺第2項は2次オーダー以上のときに意味をもち、1次オーダーに対しては周波数が2倍とな

るので対象からはずされる。また右辺第1項は、ポテンシャル理論における圧力項が、

$$p = -\rho g z - \rho \frac{\partial \phi_1}{\partial t}$$

と示されることより、近似的に次のように表わす。

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\zeta} p dz &\approx \frac{1}{l_1} \left[\int_{-h}^0 \left(-\frac{\partial \phi_1^{(3)}}{\partial t} \right)_{x=l_1} dz \right. \\ &\quad \left. - \int_{-h}^0 \left(-\frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial t} \right)_{x=0} dz \right] \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

さらに、右辺第2項は主としてスリット壁近傍の流入、流出によって生ずるエネルギー損失に基づく項であり、第3項は摩擦抵抗に基づく損失を表わす項である。しかし、壁厚は波長に比して極めて小さいことから、ここでは第3項は第2項に含めて取扱うことにする。

右辺第2項のエネルギー損失を主として構成するのは、スリットへの流入による断面急縮と、それからの流出による断面急拡に基づく損失である。断面急縮による損失はスリット内の平均流速を U とすると、損失水頭で表わして、

$$h_1 = \xi \frac{|U|U}{2g} \dots\dots\dots(11)$$

となる、また断面急拡による損失水頭は、スリット外の平均流速をごく近傍の値として U/β とすれば、

$$h_2 = \frac{1}{2g} \left| U - \frac{U}{\beta} \right| \left(U - \frac{U}{\beta} \right)$$

ここで、 $\beta > 1$ であるから

$$h_2 = \frac{1}{2g} |U|U \left(1 - \frac{1}{\beta} \right)^2 \dots\dots\dots(12)$$

この両者を合わせて

$$h_i = \frac{1}{2g} |U|U \left\{ \xi + \left(1 - \frac{1}{\beta} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots(13)$$

となる。式(13)の $|U|U$ を表わすのに式(9)の表現を用いるとやや繁雑となるので、 $u = \beta \left(\frac{\partial \phi_1^{(3)}}{\partial x} \right)_{x=l_1}$ で近似すると、

$$\eta |U|U = \frac{1}{h} \int_{-h}^0 \beta^2 \left| \frac{\partial \phi_1^{(3)}}{\partial x} \right|_{x=l_1} \left(\frac{\partial \phi_1^{(3)}}{\partial x} \right)_{x=l_1} dz$$

ここで、 η は補正係数である。したがって式(13)は

$$\begin{aligned} h_i &= \frac{1}{2g} \frac{\beta^2}{\eta \cdot h} \left\{ \xi + \left(1 - \frac{1}{\beta} \right)^2 \right\} \\ &\quad \times \int_{-h}^0 \left| \frac{\partial \phi_1^{(3)}}{\partial x} \right|_{x=l_1} \left(\frac{\partial \phi_1^{(3)}}{\partial x} \right)_{x=l_1} dz \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

と変形される。以上の結果から、式(5)の右辺第2項を g で除し、またエネルギー損失量は負の値であり、その大きさが水頭として h_i であることから、近似的な表現として、

$$\begin{aligned} \frac{1}{g} \int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x} \right) dz &\approx -\frac{1}{l_1} \int_{-h}^0 h_i dz \\ &= -\frac{1}{l_1} \frac{\beta^2}{2g\eta} \left\{ \xi + \left(1 - \frac{1}{\beta} \right)^2 \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \int_{-h}^0 \left| \frac{\partial \phi_1^{(3)}}{\partial x} \right|_{x=l_1} \left(\frac{\partial \phi_1^{(3)}}{\partial x} \right)_{x=l_1} dz \\ & = -\frac{1}{2g} \frac{\alpha}{l_1} \int_{-h}^0 \left| \frac{\partial \phi_1^{(3)}}{\partial x} \right|_{x=l_1} \left(\frac{\partial \phi_1^{(3)}}{\partial x} \right)_{x=l_1} dz \\ & \dots\dots\dots(15) \end{aligned}$$

$$\text{ここで } \alpha = \frac{\beta^2}{\eta} \left\{ \xi + \left(1 - \frac{1}{\beta} \right)^2 \right\}$$

が得られる。同様に式(5)にみられる積分の上限を $\zeta=0$ として、各辺を g で除した形で式(5)を改めて表現すれば、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{g} \frac{\beta}{2} \left\{ \int_{-h}^0 \left(\frac{\partial^2 \phi_1^{(3)}}{\partial t \partial x} \right)_{x=l_1} dz + \int_{-h}^0 \left(\frac{\partial^2 \phi_1^{(1)}}{\partial t \partial x} \right)_{x=0} dz \right\} \\ & + \frac{1}{gl_1} \left\{ \int_{-h}^0 \left(-\frac{\partial \phi_1^{(3)}}{\partial t} \right)_{x=l_1} dz \right. \\ & \left. - \int_{-h}^0 \left(-\frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial t} \right)_{x=0} dz \right\} \\ & + \frac{1}{2g} \frac{\alpha}{l_1} \int_{-h}^0 \left| \frac{\partial \phi_1^{(3)}}{\partial x} \right|_{x=l_1} \left(\frac{\partial \phi_1^{(3)}}{\partial x} \right)_{x=l_1} dz = 0 \\ & \dots\dots\dots(16) \end{aligned}$$

式(7)の連続式においても同様な近似的表現を用いると、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left\{ \left(-\frac{1}{g} \frac{\partial^2 \phi_1^{(1)}}{\partial t^2} \right)_{x=0} + \left(-\frac{1}{g} \frac{\partial^2 \phi_1^{(3)}}{\partial t^2} \right)_{x=l_1} \right\} \\ & + \frac{\beta}{l_1} \left\{ \int_{-h}^0 \left(\frac{\partial \phi_1^{(3)}}{\partial x} \right)_{x=l_1} dz \right. \\ & \left. - \int_{-h}^0 \left(\frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial x} \right)_{x=0} dz \right\} = 0 \dots\dots\dots(17) \end{aligned}$$

と表わされる。

式(16)、(17)に式(1)、(2)の散乱波を除いたポテンシャルを代入し、各式を $\sin \sigma t$ 、 $\cos \sigma t$ でくくり、 σt の値いかんによらず式(16)、(17)が成立する条件をおけば、4個の連立方程式が得られる。ただし、式(16)の左辺第3項に表われてくる項では、

$$\begin{aligned} & |\cos(\sigma t - \theta_3)| \cos(\sigma t - \theta_3) \\ & = \frac{8}{3\pi} \cos(\sigma t - \theta_3) + \frac{8}{15\pi} \cos 3(\sigma t - \theta_3) + \dots \end{aligned}$$

の展開で、右辺第1項を用いている。結局、連立方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} p_1 x + y - p_1 z + w + a &= 0 \\ x - p_1 y - z - p_1 w + p_1 a &= 0 \\ p_3 x + p_2 y + (p_3 + p_4 \cdot d) z - p_2 w - p_2 a &= 0 \\ p_2 x - p_3 y + p_2 z + (p_3 + p_4 \cdot d) w - p_3 a &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

ここで、

$$\begin{aligned} & b \sin \theta_1 = x, \quad b \cos \theta_1 = y, \\ & d \sin \theta_3 = z, \quad d \cos \theta_3 = w \\ & p_1 = \frac{2\beta M g k}{l_1 \sigma^2}, \quad p_2 = \frac{M \beta k}{2} \\ & p_3 = \frac{M}{l_1}, \quad p_4 = \frac{\alpha N}{l_1} \frac{g k^2}{\sigma^2} \frac{4}{3\pi} \end{aligned}$$

$$M = \int_{-h}^0 \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} dz$$

$$N = \int_{-h}^0 \left\{ \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \right\}^2 dz$$

式(18)は4元2次の方程式であり、逐次近似法で解は容易に求められる。

(2) 前壁がスリット壁、後壁が平面壁のケーソン堤の場合

$x=l_1+l_2$ において、平面壁に垂直な流速は0となることを考慮すると、領域I、IIIの速度ポテンシャルは散乱波を省略して次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \phi_1^{(1)} = & \left\{ \frac{ga}{\sigma} \sin(kx - \sigma t) - \frac{gb}{\sigma} \sin(kx + \sigma t) \right. \\ & \left. + \theta_1 \right\} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (x \leq 0) \dots\dots\dots(19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_1^{(3)} = & \frac{gd}{\sigma} \cos k(x - l_1 - l_2) \cos(\sigma t) \\ & + \theta_3 \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (l_1 \leq x \leq l_1 + l_2) \\ & \dots\dots\dots(20) \end{aligned}$$

領域IIにおける表現は(1)の場合と同様で、式(16)、(17)の表現が可能である。したがって、全く(1)と類似の方法で連立方程式を導くことができる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} q_1 x + y + q_2 z + a &= 0 \\ x - q_1 y - q_2 w + q_1 a &= 0 \\ q_3 x + q_4 y - q_6 \cdot d \cdot z + q_5 w - q_4 a &= 0 \\ q_4 x - q_3 y + q_5 z + q_6 \cdot d \cdot w - q_3 a &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(21)$$

ここで、

$$\begin{aligned} & b \sin \theta_1 = x, \quad b \cos \theta_1 = y \\ & d \sin \theta_3 = z, \quad d \cos \theta_3 = w \\ & q_1 = \frac{2\beta M g k}{l_1 \sigma^2}, \quad q_2 = \cos kl_2 + q_1 \sin kl_2 \\ & q_3 = \frac{M}{l_1}, \quad q_4 = \frac{\beta M k}{2} \\ & q_5 = \frac{M}{l_1} \cos kl_2 - \frac{\beta M k}{2} \sin kl_2 \\ & q_6 = \frac{\alpha}{l_1} \frac{g k^2}{\sigma^2} N \frac{4}{3\pi} \sin kl_2 \end{aligned}$$

この場合も4元2次の連立方程式となり、逐次近似法によって解を求めることができる。今までの展開から推測されるように、スリット壁1枚が増加するごとに、4個の連立方程式が加わることになる。

3. 実験による理論の検証

前述の方程式の解から得られる結果を、実験によって検証してみると次のようになる。

図-2はスリット壁のみの場合において、壁面に作用する波力の時間に対する変化を理論値と実験値とで対比したものである。ここで用いたスリット壁は壁厚 $l_1=3.0$

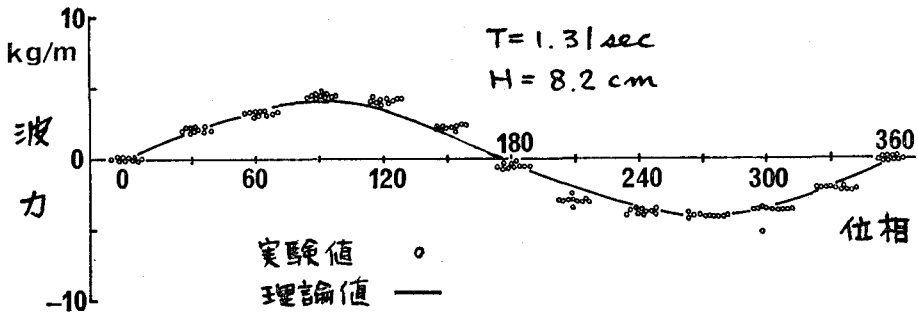


図-2 波力の実験値と理論値との比較(スリット壁のみの場合)

cm (10^{-2} m), 開口率 $A_p/(A_p + A_u) = 0.299$, 入射波は水深 40 cm (10^{-2} m) の水路に, 周期 $T = 1.31$ sec (s), 波高 $H = 8.2$ cm (10^{-2} m) の波を発生させたものである. 式 (15) に現われる α は, 他の諸元がきまるとエネルギーの損失係数に支配されることになるが, 流れが一方方向で定常流の場合, $\xi = 0.1 \sim 0.3$ が水理学では通常とられるところである. ここでは η が比較的 1 に近い値であるので, 常に $\eta = 1$ とし, $\xi = 0.3$ としたのが 図-2 の理論値である. 実験値と理論値の照合は, かなりよく一致しているものとみなされる.

次に前壁がスリット壁, 後壁が平面壁で, 両者の間隔 l_2 が波長に対して, $l_2/L = 0.1 \sim 0.4$ の範囲で変化したケーソン堤の場合をとりあげる. 図-3 はスリット壁に図-2 と同様のものを用い, 後壁には同材質の平面壁を用いた場合で, $T = 1.31$ sec (s), $H = 8.2$ cm (10^{-2} m), $l_2/L = 0.20$ の値をとるとき, 前壁, 後壁それぞれに作用する波力の変化を示したものである. 図-4 は $T = 1.86$ sec (s), $H = 8.0$ cm (10^{-2} m), $l_2/L = 0.10$ の場合における波力である. いずれの場合においても, ケーソン堤ではス

リット壁による攪乱がやや大きくなるので, $\xi = 0.5$ として理論値を算定している. なお, 全てに共通して 1 次オーダーの波圧は, 次式で計算を行なっている.

$$p = -\rho g z + \rho g \zeta \left[1 + \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} - \frac{\cosh k(\zeta+h)}{\cosh kh} \right] \dots\dots\dots (22)$$

ここで ζ は $x=0, l_1, l_1+l_2$ における表面の水位. 同様なケーソン堤の場合に, l_2/L を変化したときの反射率を求めたのが 図-5 である. 図-5 は 1 次オーダーの入射波に対する反射率で, 求め方は Thornton-Colhoun の方法を適用したものである. ここで用いた入射波は $T = 1.31$ sec (s), $H = 6.0$ cm (10^{-2} m) で, 理論値の算定には $\xi = 0.5$ の値を使用している. 図-3, 4, 5, をみると, $\xi = 0.5$ の値を用いれば, 理論値と実験値とは傾向的な一致をみせていることが認められる. Thornton-Colhoun の方法を拡張して 4 点位相差法を用い, スリット壁から生ずる 2 次オーダーの波を検討してみると, 図-6 に示すごとく, ストークス波の入射振幅

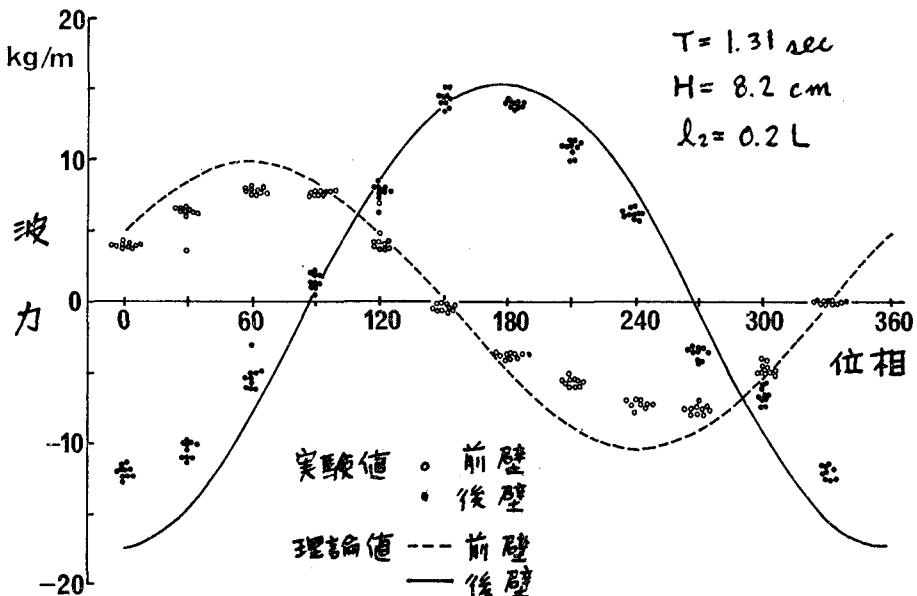


図-3 波力の実験値と理論値との比較(ケーソン構造の場合)

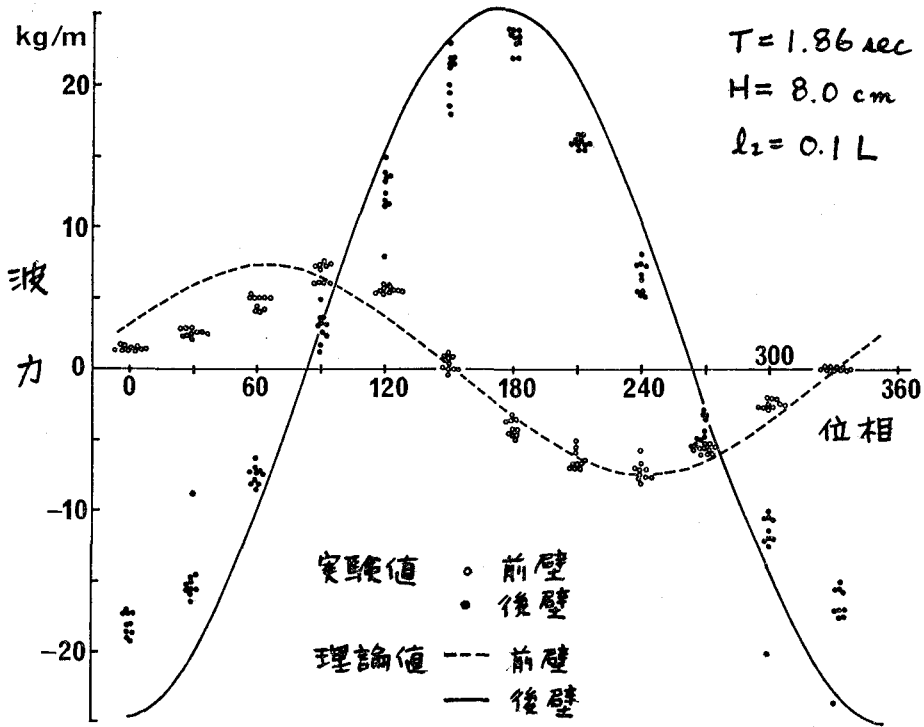


図-4 波力の実験値と理論値との比較 (ケーソン構造の場合)

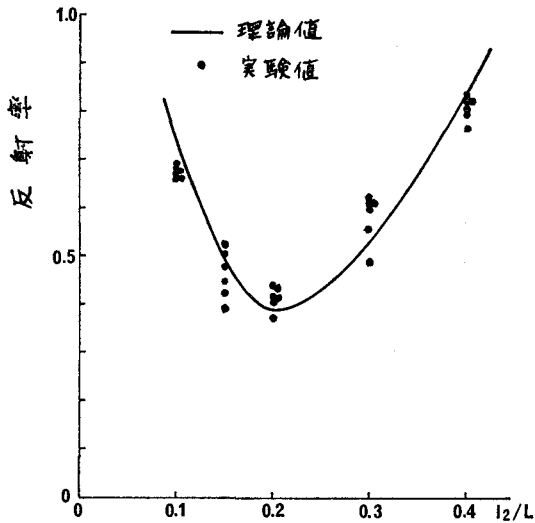
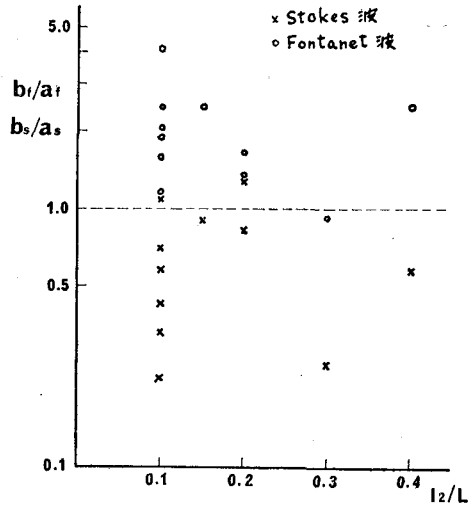
図-5 l_2/L に対する反射率

図-6 2次オーダーの入射波振幅に対する反射波振幅の比

a_s に対する反射振幅 b_s の比と、自由進行波の入射振幅 a_f に対する反射振幅 b_f の比は、1.0 を境にして明らかな差を示し、多孔壁の場合と同様に、スリット壁から自由進行波が増幅されて、 x の負の方向に進行することが判明する。

4. むすび

以上に述べたほかに、スリット壁に砕波が作用したときの波力の挙動についても実験的に検討を行なっているが、紙数の関係上、別の機会に譲ることとする。いずれ

にせよ、この小論で検討した範囲では、スリットによるエネルギー損失の表現が、水理解析のきめ手となるようであり、今後、この方面の詳細な検討が必要となろう。

参考文献

- 1) 本間 仁・安芸校一編：物部水理学，岩波書店，1962。
- 2) Thornton, E. B. and R. J. Calhoun: Spectral resolution of breakwater reflected waves, Proc. of ASCE, WW4, pp. 443~460, 1972.
- 3) 堀口孝男・小坂俊吉・布施敏一郎：多孔壁消波構造の水理，第 25 回海岸工学講演会論文集，土木学会，1978。