

係留鎖の動的張力に関する基礎的研究

小 田 一 紀*・富 岡 健 一**

1. 緒 言

最近、海洋に各種の浮遊構造物が建設あるいは計画されるようになり、それに伴って係留浮体の波浪応答に関する研究が盛んに行われるようになってきた。しかし、それらの理論解析においては、解析の簡単化のために構造物に働く流体力に関しても、また係留索の拘束力に関しても線型近似がなされるのが一般的である。当然、係留索の拘束力には索に働く慣性力や流体力の影響は考慮されていない。このような拘束力の静的・線型的取扱いは、構造物が緩かに係留され、且つその運動が比較的緩慢で小さい場合には解析結果に大きな誤差を生じないが、比較的緊張した係留で、しかも運動が急激で大きい場合、あるいは緩かな係留であっても流れや波浪等の漂流力を受けて係留索が緊張した状態になるような場合には誤差が大きくなる¹⁾。このような場合には係留索に流体力、慣性力等を考慮した動的解析法を適用する必要があると考えられる。

係留索の動的解析に関する理論的研究はわが国では少ない^{2),3)}が外国では 10 年程前からかなり行われている。その解析法には、係留船の波浪応答に関する Wilson・Garbaccio の研究⁴⁾、あるいは深海係留された円盤型ブイの波浪応答に関する Nath・Felix の研究⁵⁾等に見られるように、係留索線要素にたてた偏微分運動方程式を特性曲線法を用いて常微分方程式に変換して解く方法、Thresher・Nath⁶⁾、Rupe・Thresher⁷⁾ 等がアンカー投下による張力問題の解析に適用した lumped mass method、その他 Reid⁸⁾ 等による線型化法等がある。

筆者らは浮遊構造物の係留によく用いられ、しかも慣性力の影響が大きいと考えられる鉄鎖を対象として、その動的張力の解析に lumped mass method を適用し、模型実験によってその妥当性を検証すると共に、未だ詳細に分かっていない水中における係留鎖張力の特性を把握するための基礎的研究を行った。なお、理論解析においては計算時間を短縮するために鉄鎖の軸方向の剛性はその伸びが無視できる程度に大きいと仮定した。

2. 係留鎖張力の理論的解析

(1) 基本式の誘導

解析手法として Thresher⁶⁾ らが用いた lumped mass method を適用する。この方法は、係留鎖を幾つかの線要素に分割し、この線要素の質量とこれに働くすべての力をその要素の中央に仮想的に設けた質量節点に集中させ、直線で連結された各質量節点にたてた運動方程式(常微分方程式)と幾何学的拘束条件式を数値解析によって連立で解くものである。ここでは鉄鎖の伸びは無視するので、各節点は伸びのない直線でヒンジ結合されていると考える。

a) 運動方程式

係留鎖を前述の方法に従って図-1 に示すようにモデル化する。

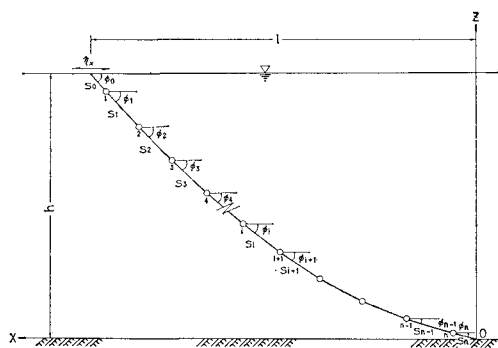


図-1 係留索の lumped mass model と座標系

i 番目の節点に働く外力は図-2 に示すように、 $i-1$ 番目と i 番目および i 番目と $i+1$ 番目の節点を結合するそれぞれの直線に働く張力 T_{i-1} および T_i 、 i 番目の節点に働く流体力の x 軸および z 軸方向の成分 P_{xi} および P_{zi} 、 i 番目の節点の水中重量 W_i である。

以上の外力を受ける質量 m_i なる i 番目の節点の運動方程式は x 軸および z 軸方向に対して、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} m_i \ddot{x}_i &= T_{i-1} \cos \phi_{i-1} - T_i \cos \phi_i + P_{xi} \\ m_i \ddot{z}_i &= T_{i-1} \sin \phi_{i-1} - T_i \sin \phi_i + P_{zi} - W_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 ϕ_{i-1} 、 ϕ_i : それぞれ $i-1$ 番目と i 番目およ

* 正会員 工博 大阪市立大学助教授 工学部土木工学科

** 学生会員 大阪市立大学大学院 工学研究科

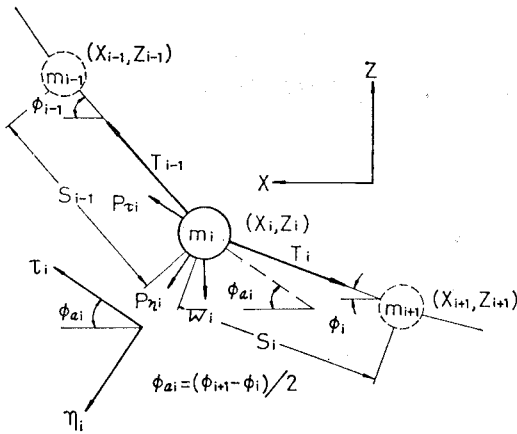


図-2 質量節点に働く外力

び i 番目と $i+1$ 番目の節点を結ぶ直線の水平とのなす角度.

b) 幾何学的拘束条件

各節点は伸びのない直線で結ばれているので、図-2より幾何学的拘束条件として(2)式が成り立つ.

$$(x_i - x_{i+1})^2 + (z_i - z_{i+1})^2 = s_i^2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

c) 節点に働く流体力

ここでは静水中を鉄鎖が運動する場合を考える. このとき節点に働く流体力は節点の運動加速度に比例する付加質量力と速度の2乗に比例する抗力から成ると考え、これを便宜上、図-2に示すように、鉄鎖の軸に対して接線方向(τ_i 軸)に働く流体力 $P_{\tau i}$ および垂直方向(η_i 軸)に働く流体力 $P_{\eta i}$ に分けて取扱うと(3)式のように表わされる.

$$\left. \begin{aligned} P_{\tau i} &= - \left\{ C_{M\tau} \rho_w \frac{m_i}{\rho_i} \ddot{\tau}_i + \frac{1}{2} C_{D\tau} \rho_w S_{\tau i} |\dot{\tau}_i| \dot{\tau}_i \right\} \\ P_{\eta i} &= - \left\{ C_{M\eta} \rho_w \frac{m_i}{\rho_i} \ddot{\eta}_i + \frac{1}{2} C_{D\eta} \rho_w S_{\eta i} |\dot{\eta}_i| \dot{\eta}_i \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $C_{M\tau}$, $C_{M\eta}$; $C_{D\tau}$, $C_{D\eta}$: それぞれ接線方向および垂直方向の付加質量係数および抗力係数, $S_{\tau i}$, $S_{\eta i}$: 各軸方向の受圧面積, $\dot{\tau}_i$, $\dot{\eta}_i$; $\ddot{\tau}_i$, $\ddot{\eta}_i$: 各軸方向の速度および加速度, ρ_i : 係留鎖材料の密度, ρ_w : 水の密度.

τ_i , η_i 座標系における諸量を x , z 座標系の諸量に変換すると運動方程式(1)式中の P_{xi} , P_{zi} は(4)式のように表わすことができる.

$$\left. \begin{aligned} P_{xi} &= p_{xi} + q_{xi} \ddot{x}_i + r_{xi} \ddot{z}_i \\ P_{zi} &= p_{zi} + q_{zi} \ddot{x}_i + r_{zi} \ddot{z}_i \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、

$$\left(\begin{array}{c} p_{xi} \\ p_{zi} \end{array} \right) = - \alpha_{D\tau} \left(\begin{array}{c} \cos \phi_{ai} \\ \sin \phi_{ai} \end{array} \right) (\dot{x}_i \cos \phi_{ai} + \dot{z}_i \sin \phi_{ai}) \cdot |\dot{x}_i \cos \phi_{ai} + \dot{z}_i \sin \phi_{ai}| \\ - \alpha_{D\eta} \left(\begin{array}{c} \sin \phi_{ai} \\ \cos \phi_{ai} \end{array} \right) (\dot{x}_i \sin \phi_{ai} + \dot{z}_i \cos \phi_{ai}) \cdot |\dot{x}_i \sin \phi_{ai} + \dot{z}_i \cos \phi_{ai}|$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\begin{array}{c} q_{xi} \\ q_{zi} \end{array} \right) &= \left(\begin{array}{c} -\beta_{M\eta} \sin^2 \phi_{ai} \\ \beta_{M\eta} \sin \phi_{ai} \cos \phi_{ai} \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{c} r_{xi} \\ r_{zi} \end{array} \right) &= \left(\begin{array}{c} \beta_{M\eta} \sin \phi_{ai} \cos \phi_{ai} \\ -\beta_{M\eta} \cos^2 \phi_{ai} \end{array} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

(5) 式中、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{D\tau} &= \frac{1}{2} C_{D\tau} \rho_w S_{\tau i}, & \alpha_{D\eta} &= \frac{1}{2} C_{D\eta} \rho_w S_{\eta i} \\ \beta_{M\tau} &= C_{M\tau} \rho_w \frac{m_i}{\rho_i}, & \beta_{M\eta} &= C_{M\eta} \rho_w \frac{m_i}{\rho_i} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

また、

$$\left(\begin{array}{c} \cos \phi_{ai} \\ \sin \phi_{ai} \end{array} \right) = \frac{1}{2} \left[\left\{ \left(1 \pm \frac{x_{i-1} - x_i}{s_{i-1}} \right) \left(1 + \frac{x_i - x_{i+1}}{s_i} \right) \right\}^{1/2} - \left\{ \left(1 \mp \frac{x_{i-1} - x_i}{s_{i-1}} \right) \left(1 - \frac{x_i - x_{i+1}}{s_i} \right) \right\}^{1/2} \right] \quad \dots\dots\dots (7)$$

なお、(5)式において左辺()の中の上・下段は右辺()の中の上・下段に、また、(6)式の左辺()の中の上段は右辺の正負号の上段に、下段は下段に対応する.

d) 基本式のマトリックス表示

(4)式を(1)式に代入して、順次 T_0 , T_1 , T_2 , $\dots$, T_n を消去すると運動方程式は(8)式の形に書き改められる.

$$A_i \ddot{x}_i + B_i \ddot{x}_{i+1} + C_i \ddot{z}_i + D_i \ddot{z}_{i+1} = E_i \quad \dots\dots\dots (8)$$

また、幾何学的拘束条件である(2)式を t で2回微分すると、

$$F_i \ddot{x}_i + G_i \ddot{x}_{i+1} + H_i \ddot{z}_i + I_i \ddot{z}_{i+1} = J_i \quad \dots\dots\dots (9)$$

が得られる.

(8)式および(9)式において

$$\left. \begin{aligned} A_i &= \{(m_i - q_{xi})(z_{i-1} - z_i) + q_{xi}(x_{i-1} - x_i)\} / f_i \\ B_i &= -\{(m_{i+1} - q_{xi+1})(z_{i+1} - z_{i+2}) + q_{xi+1}(x_{i+1} - x_{i+2})\} / f_{i+1} \\ C_i &= -\{(m_i - r_{zi})(x_{i-1} - x_i) + r_{xi}(z_{i-1} - z_i)\} / f_i \\ D_i &= \{(m_{i+1} - r_{zi+1})(x_{i+1} - x_{i+2}) + r_{xi+1}(z_{i+1} - z_{i+2})\} / f_{i+1} \\ E_i &= \{p_{xi}(z_{i-1} - z_i) - (p_{zi} - W_i)(x_{i-1} - x_i)\} / f_i \\ &\quad - \{p_{xi+1}(z_{i+1} - z_{i+2}) - (p_{zi+1} - W_{i+1}) \cdot (x_{i+1} - x_{i+2})\} / f_{i+1} \\ F_i &= x_i - x_{i+1}, & G_i &= -F_i, & H_i &= z_i - z_{i+1}, \\ I_i &= -H_i, & J_i &= -(\dot{x}_i - \dot{x}_{i+1})^2 - (\dot{z}_i - \dot{z}_{i+1})^2 \\ f_i &= (x_{i-1} - x_i)(z_i - z_{i+1}) - (x_i - x_{i+1}) \cdot (z_{i-1} - z_i) \\ i &= 1, 2, \dots, n-1 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

(8) 式と (9) 式は係留鎖の運動を支配する基本式であり、これらをまとめてマトリックス表示すると (11) 式のように表わされる。

$$[M(x, z)] \left\{ \ddot{x} \right\} = \{F(x, z; \dot{x}, \dot{z})\} \dots\dots\dots (11)$$

ここに, $[M(x, z)]: A_i, B_i, C_i, D_i$ および F_i, G_i, H_i, I_i からなる擬質量マトリックス, $\left\{ \ddot{x} \right\}$: 加速度マトリックス, $\{F(x, z; \dot{x}, \dot{z})\}: E_i, J_i$ からなる擬外力マトリックス。

(2) 数値解析法

係留鎖上端に

$$x_0 = l + \eta x, \quad z_0 = h; \quad \eta x = a \tanh \frac{\omega t}{2\pi} \sin \omega t \dots\dots\dots (12)$$

で表わされる水平な強制振動を与えたときの各節点の応答を初期条件

$$x_i(0) = x_{i0}, \quad z_i(0) = z_{i0}; \quad \dot{x}_i(0) = 0, \quad \dot{z}_i(0) = 0 \dots\dots\dots (13)$$

の下で, (11) 式を R.K.G. 法によって数値解析して求める。なお (12) 式中, l, h : 初期状態における係留鎖上端の座標, a : 振幅, $\omega = 2\pi/T$ (T : 周期) である。強制変位式中の双曲線関数は高木ら⁹⁾ にならって定常振動を早めるために採用した時間的平滑係数である。

数値計算プログラムのフローチャートを示すと図-3 のとおりである。

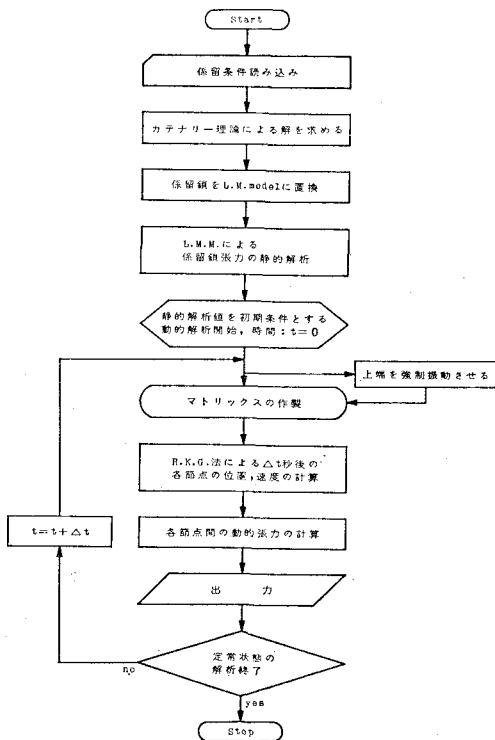


図-3 数値計算プログラムのフローチャート

3. 計算値と実験値の比較

係留鎖張力の解析における lumped mass method の有用性を検証するため、実物換算値で水中単位重量 $w = 0.130 \text{ t/m}$ (1.27 kN/m), 長さ $S = 54.0 \text{ m}$ のスタッド付チェーンを上下端の水平距離 $l = 43.3 \text{ m}$, 鉛直距離 $h = 30.0 \text{ m}$ (スコープ $S/h = 1.8$) の係留条件で上端に水平強制振動を与えたときの先端および下端の張力の計算値と実験値を比較した。

(1) 数値計算

数値計算の精度は要素分割数に支配されるので、前もって静的な場合についてカテナリー曲線の上端張力の理論解と lumped mass method による数値計算の結果とを比較検討し, $n = 20$ 以上あればカテナリー解との誤差は 0.5% 以内に収まることがわかった。このことから、動的解析においても $n = 20$ とすることとした。また、計算の刻み幅は実物換算値で $T = 8.0 \text{ sec}$ で $\Delta t = 0.05 \text{ sec}$, $T = 4.0 \text{ sec}$ で $\Delta t = 0.025 \text{ sec}$ とした。

計算中の抗力係数および付加質量係数の値は, $C_{Dv} = 0$, $C_{Mv} = 0$ とし, C_{Dh} , C_{Mh} については安藤^{9), 10)} が鎖の部分模型を用いて強制振動法によって求めた実験値を用いた。この場合 $C_{Dh} = 2.1$, $C_{Mh} = 2.5$ とした。

(2) 模型実験

実験は実物換算値で水中単位重量 $w = 0.130 \text{ t/m}$, リンク径 78 mm のスタッド付チェーンの縮尺 1/20 の銅製の幾何学的相似模型を用い、張力は歪ゲージを貼った直径 25 mm のリングゲージを使用して鎖の上端と下端において計測した。先端はプーリーの回転運動を水平運動に変換する強制水平振動装置に取付け、調和振動を与え

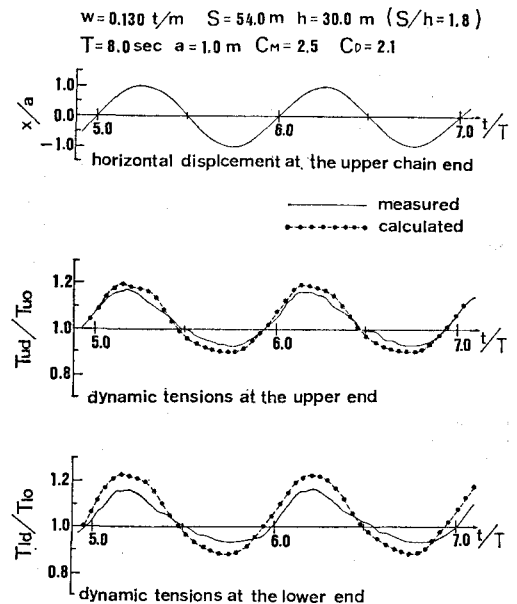
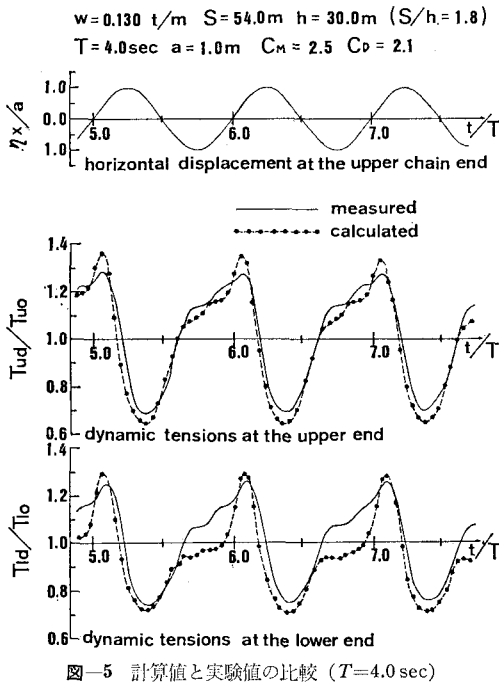


図-4 計算値と実験値の比較 ($T = 8.0 \text{ sec}$)



てポテンショメータで変位を計測した。

(3) 計算値と実験値の比較

図-4 および 図-5 はそれぞれ実物換算値で周期 $T=8.0 \text{ sec}$ 、振幅 $a=1.0 \text{ m}$ および $T=4.0 \text{ sec}$ 、 $a=1.0 \text{ m}$ の強制水平振動を鎖上端に与えたときの上端張力 T_{ua} と下端張力 T_{la} の時間波形の計算値と実験値を比較したものである。それぞれ初期張力 T_{u0} および T_{l0} で無次元化して表わした。

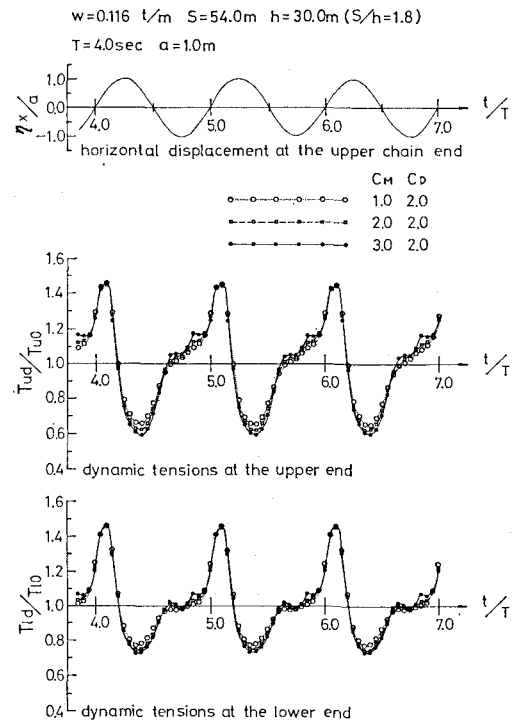
図-4 によると $T=8.0 \text{ sec}$ のときは上端の張力の時間波形並びに最大値に関して計算値と実験値はほぼ一致しているが、下端張力については多少差が見られる。また、 $T=4.0 \text{ sec}$ の場合の図-5 によると、振動周期が短くなると両端固定弦としての固有振動波形が現われ、部分的に時間波形が合わないところもあるが、最大値および全体的な位相関係はほぼ一致しており、lumped mass method の有用性はほぼ実証されたと考えられる。

4. 計算による動的張力の特性

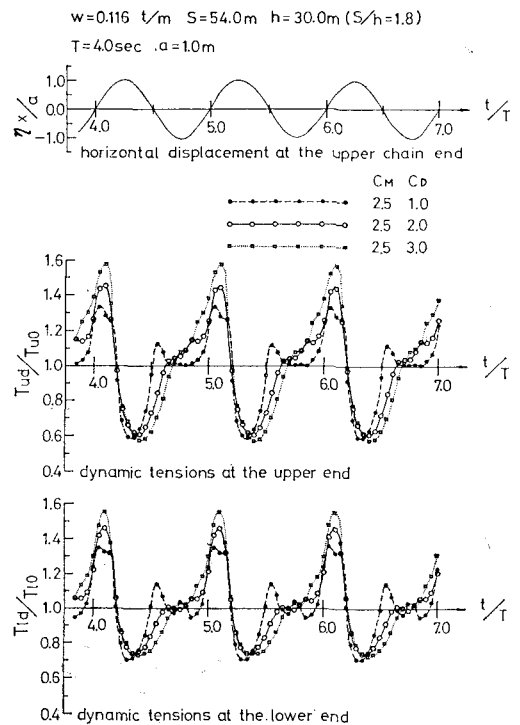
(1) 付加質量力および抗力の影響

図-6 は抗力係数を $C_{D\eta}=2.0$ と一定に保ち、付加質量係数を $C_{M\eta}=1.0, 2.0$ および 3.0 に変えて計算した上下端張力を比較したものである。係数条件および振動条件は図-5 の場合と同じである。ただし、 $w=0.116 \text{ t/m}$ (1.13 kN/m) とした。図-6 から明らかなように動的張力に及ぼす付加質量力の影響はあまり大きくないといえる。

一方、 $C_{M\eta}=2.5$ と一定に保ち、抗力係数を $C_{D\eta}=1.0$ 、



2.0 および 3.0 に変えて張力変動を比較したものが図-7 である。この図から、張力の最小値には抗力係数の値によってあまり差が生じていないが、最大値にはかなり



大きな差が見られる。抗力係数を大きくすると弦振動としての固有振動の振幅が小さくなり、抗力が減衰力としての効果を有することを明瞭に示しているが、その反面最大張力の peak 値を増大させている。したがって計算に用いる抗力係数は慎重に選ぶ必要があり、今後係留索の流体力特性に関して一層の研究が望まれる。

(2) 振動周期の影響

図-8 は振動周期を変えて上端の変動張力の時間波形を比較したものである。係留条件は図-6 と同じで、振動振幅も $a=1.0\text{m}$ と一定である。図-8 から、周期が短くなると両端固定弦としての固有振動波形が重なり、全体の張力時間波形が著しく変動することが見出せる。

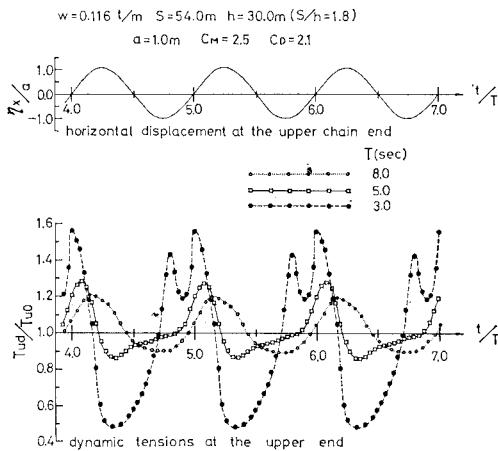


図-8 振動周期と変動張力波形の関係

(3) 動的張力と静的張力の計算値の比較

係留鎖上端に強制水平振動を与えて数値計算で求めた動的張力の最大値 $(T_{ud})_m$ と、上端を単に静的に水平移動させてカタナリー理論で求めた最大張力 $(T_{uc})_m$ の比を振動周期との関係で表わしたものが図-9 である。係留条件として $S/h=1.5, 1.8$ および 2.0 の3種類を選んだ。

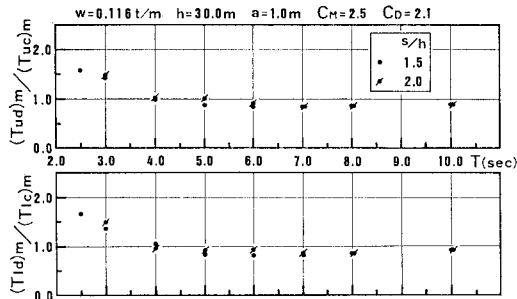


図-9 動的張力と静的張力の計算値の比較

図-9 によると、計算に用いた係留条件では、何れのスコープの場合でも周期がほぼ 4.0sec 以上になると動的張力は静的に取扱った場合の張力よりも僅かに小さくなり、周期の増大と共に緩やかにカタナリー解に漸近する。周期がほぼ 4.0sec 以下になると固有振動の影響で急激にカタナリー解より大きくなって行く傾向が見られる。

5. あとがき

lumped mass method によって伸びを無視した係留鎖の動的張力を解析し、実験値と比較した結果、比較的良好な一致を見、今後各種の係留系の動的解析に lumped mass method が有用であることが見出された。

また変動張力の時間波形と最大張力の大きさは係留索に働く抗力の大きさによってかなり相違するので、今後振動流中での係留索の抗力係数の特性について十分研究が行われるべきである。

なお本研究における数値計算は京都大学大型計算機センターの FACOM-M200 を使用した。

参考文献

- 1) 高木又男・新井信三・梶野佳子：係留浮体の規則波中の運動に関する理論計算，日本造船学会論文集，第135号，pp. 95~107, 1974.
- 2) 小寺山亘：係留浮体の運動と係留鎖張力について，西部造船学会会報，第53号，pp. 85~107, 1977.
- 3) 庄司邦昭：係留浮体の運動と係留索の張力に関する研究，日本造船学会論文集，第138号，pp.243~256, 1975.
- 4) Wilson, B. W. and D. H. Garbaccio: Dynamics of ship anchor-lines in waves and current, Proc. of ASCE, Vol. 95, No. WW4, pp. 449~465, 1969.
- 5) Nath, J. H. and M. P. Felix: Dynamics of single point mooring in deep water, Proc. of ASCE, Vol. 96, No. WW4, pp. 815~833, 1970.
- 6) Thresher, R. W. and J. H. Nath: Anchor-last deployment simulation by lumped masses, Proc. of ASCE, Vol. 101, No. WW4, pp. 419~433, 1975.
- 7) Rupe, R. C. and R. W. Thresher: The anchor-last deployment problem for inextensible mooring lines, Transaction of the A.S.M.E., Journal of Engineering for Industry, Paper No. 74-WA/Oct-5, pp. 1~7, 1974.
- 8) Reid, R. O.: Dynamics of deep-sea mooring lines, Final Report, Project 204, Ref. 68-11F, Dept. of Oceanography, Texas A & M Univ., College Station, Texas, 1968.
- 9) 安藤定雄・山川賢次：係留索・鎖の運動および張力(鎖単独の流体力特性)，第22回船舶技術研究所発表会講演集，1973.
- 10) 安藤定雄：索・鎖の流体力について(その1 部分模型)，西部造船協会会報，第50号，1975.