

砕波帯付近における拡散係数の測定法に関する研究

Nicholas C. Kraus*. 三村 信男**. 堀川 清 司***

1. はじめに

通常用いられている沿岸流に対する支配方程式は、波に起因する外力と底面摩擦応力及び水平方向のせん断応力という3者が、力学的にバランスしていることを示している。この3者の中で、いわゆる水平拡散項は、沿岸流の流速分布を決定する上で重要な役割を果たしている。例えば、Longuet-Higgins¹⁾は、水平拡散項を無視した場合、沿岸流は砕波帯の外側には存在せず、流速分布が砕波点で不連続になるという結果を示している。即ち、従来の取り扱いにおいては、沿岸流が砕波点で不連続でなく、なめらかな流速分布をもつのは、水平拡散項の寄与であるとされてきた。そのために、水平拡散項中の渦動粘性係数に対しては、砕波帯の外側においても大きな値がとられている。しかし、実際には、砕波帯外においても砕波帯内と同程度の大きさの渦動粘性係数が存在するとは考えにくい。このように、水平拡散項の実態を説明することは、沿岸流を取り扱う上で、残された重要な問題の一つである。

そこで、本研究では、水平拡散項を正確に評価するために、砕波帯付近における渦動粘性係数の測定方法を検討する。さらに、現地海岸と大型造波水路において、それぞれ砕波帯の内外を対象にして、染料拡散調査を行ない拡散係数の測定を試みたので、併せてその結果も報告する。

2. 拡散係数の測定法の検討

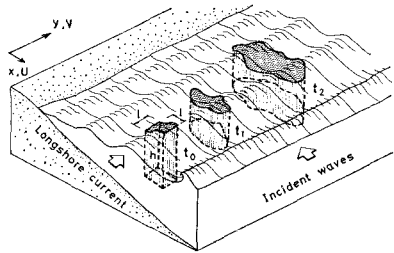
本研究では、以下に示すように直接測定法と間接決定法と呼ぶ2通りの渦動粘性係数の測定方法を検討する。

(1) 直接測定法

水平拡散項は、砕波によって生じる乱れによる運動量の拡散 (Reynolds 応力) を表わしているのので、これを直接知ろうとすれば砕波帯内外における流速場を詳細に測定しなければならないが、それはきわめて困難である。そこで、染料をトレーサとして用いる染料拡散調査に

基づく方法を検討した。それを、ここでは直接測定法と呼ぶことにする。具体的には、砕波帯内外のある地点に染料を投入し、染料雲の濃度分布や広がりを経時的に観測し、得られた結果を拡散方程式の解にあてはめて、両者がもっともよい一致を示すように拡散係数を算定するものである。従って、この取り扱いにおいては、運動量の拡散と物質の拡散を同等とみなして、渦動粘性係数と染料の拡散係数が等しいという仮定がおかれていることになる。

さて、こうした方法においては、どのような拡散方程式を用いるかが問題となる。従来も、染料をトレーサとして用いる同種の現地観測が行なわれているが、多くの場合には水深を一定と仮定した2次元拡散方程式が適用されている²⁾。しかし、一般には、砕波帯においては水深変化の影響を考える必要がある。そこで座標軸を、図一1に示すように、汀線に直角に x 軸、平行に y 軸をとることにし、斜面上の海域において水深方向に積分された拡散方程式を求めると次のようになる。



図一1 砕波帯の模式図

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} \left(h k_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} \left(h k_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 u, v は各々 x, y 方向の流速、 k_x, k_y は拡散係数、 h は水深である。

染料拡散調査において、 $\partial C / \partial z = 0$ 、即ち、鉛直方向に濃度分布がないという条件が成り立っていれば、表面付近での面的な濃度分布を観測して、式(1)の解と比べ

* 正会員 Ph.D. 海岸環境工学センター
 ** 正会員 工 博 東京大学助手 工学部土木工学科
 *** 正会員 工 博 東京大学教授 工学部土木工学科

ることにより k_x と k_y が求められることになる。

さらに、式(1)は次のような仮定をおけば簡単になる。

- ① $u=0, v=\text{const.}$ とする。その上で改めて速度 v で流れと共に移動する座標系をとる。
- ② 拡散係数としては、場所的な平均値 $\bar{k}_x, \bar{k}_y$ を用いる。
- ③ 等深線が汀線に平行な海浜を考える。即ち、水深 h は y 方向には変化しないとする。

以上の仮定の下では、式(1)は次のようになる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\bar{k}_x}{h} \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \bar{k}_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \quad \dots\dots\dots(2)$$

式(1)あるいは式(2)を解くことによって投入された染料の濃度分布を求めることができるが、そのための初期条件と境界条件を、次のような形で与える。

$$C(x, y; 0) = \begin{cases} C_0, & x_0 - l < x < x_0 + l \text{ 及び } -l < y < l \\ 0, & \text{その他の領域} \end{cases} \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = 0, \quad x=0 \text{ 及び } x=x_b, \quad t>0 \quad \dots\dots(4)$$

ここで、 x_b は碎波帯の幅である。

式(4)で与えられる境界条件は、染料が碎波帯内から沖に流出しないという仮定に対応している。こうした条件の下で得られる解を以下に示す。

a) 一様勾配斜面上の海域における濃度分布

染料の濃度 $C(x, y, t)$ は、岸沖方向の濃度分布 $C_1(x, t)$ と汀線方向の濃度分布 $C_2(x, y)$ の積で表わせるとし、海底面が一様勾配であるとするとき式(2)の解析解が求められる。

$$C(x, y, t) = C_0 [C_1(x, t) \cdot C_2(y, t)] \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$C_1(x, t) = A_1 + \sum_{n=2}^{\infty} A_n \exp(-\lambda_n^2 \bar{k}_x t) J_0(\lambda_n x) \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここで、 λ_n は $J_1(\lambda_n X_b) = 0$ の根として与えられる。さらに、

$$A_1 = 4hx_0/x_b$$

$$A_n = \frac{2}{x_b^2 \lambda_n J_0'(\lambda_n x_b)} [(x_0 + l) J_1(\lambda_n (x_0 + l)) - (x_0 - l) J_1(\lambda_n (x_0 - l))]$$

である。

$$C_2(y, t) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \frac{(l+y)}{2\sqrt{\bar{k}_y t}} + \operatorname{erf} \frac{(l-y)}{2\sqrt{\bar{k}_y t}} \right] \quad \dots\dots\dots(7)$$

b) 水深を一定とした場合の濃度分布

最も単純な場合として、従来適用されてきた一様水深の仮定に基づいて求められる解を示す。

この場合も、濃度 C が式(5)のように表わせるとする。 C_2 は式(7)と同一であり、 C_1 は次のようになる。

$$C_1(x, t) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \operatorname{erf} \frac{(l-x_0+x)+nx_b}{2\sqrt{\bar{k}_x t}} + \operatorname{erf} \frac{(l+x_0-x)+nx_b}{2\sqrt{\bar{k}_x t}} \right\} \quad \dots\dots\dots(8)$$

c) 数値解

式(1)あるいは式(2)を用いた数値計算によって染料の濃度 $C(x, y, t)$ を求めることができる。この場合には、水深 h 、および拡散係数 k_x, k_y を場所の関数として扱うことができる。図-2に、 $k_y \ll k_x$ 、即ち岸沖方向の拡散が卓越するという仮定の下で行ったモデル的な数値計算の結果を示す。この計算では、染料の投入点として $x_b/4, x_b/2, 3x_b/4$ の3点を選び、次の3通りの条件を比較した。① 一様水深、 k_x が一定。② 一様勾配斜面、 k_x が一定。③ 一様勾配斜面、 k_x は場所の関数とし、Longuet-Higginsの提案した関数形¹⁾を用いる。図-2をみる限り、斜面や k_x の関数形の違いの影響は、

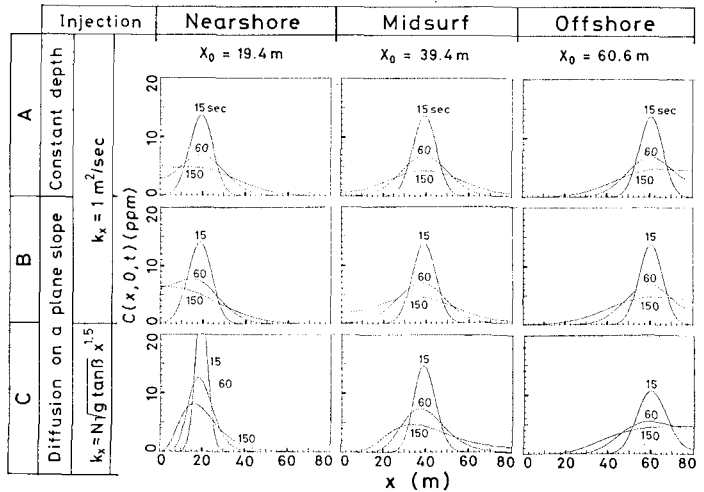


図-2 染料の岸沖方向の拡散に関する数値計算結果

染料の投入点が汀線に近くならなければ明瞭には現われないといえる。

(2) 間接決定法

この方法は、沿岸流と波の諸量を測定し、その結果得られた流速分布形と計算から得られる流速分布形を比較してこの両者がよく一致するように渦動粘性係数を決定するものである。

本論文では、沿岸流速分布を計算するために、下のようない最も単純なモデルを用いる。

$$\tau_y + B_L = \langle B_y \rangle \quad \dots\dots\dots(9)$$

表—1 渦動粘性係数に対する関数形の比較

Reference	Viscosity Coefficient (k_x)		Powers		Mixing Parameter
	Original	Adapted	n	m	
Harris <i>et al.</i> ³⁾ (1962)	$\frac{Hb^2}{T}$	$\frac{N_1 H^2}{T}$	3	1/2	$P = \pi \gamma N_1 \frac{s^2}{c_f} \frac{h_b}{L_b}$
Thorton ⁴⁾ (1970)	$\frac{g H^2 T \cos^2 \alpha}{8 \pi^2 h}$	$\frac{N_2 g H^2 T}{8 \pi^2 h}$	2	-1/2	$P = \frac{\gamma}{8 \pi} N_2 \frac{s^2}{c_f} \frac{L_b}{h_b}$
Inman <i>et al.</i> ²⁾ (1971)	$\frac{H b x_b}{T}$	$\frac{N_3 H x}{T}$	3	1/4	$P = \pi \gamma N_3 \frac{s}{c_f} \frac{h_b}{L_b}$
Longuet-Higgins ¹⁾ (1970)	$N_4 x \sqrt{g h}$	same	5/2	5/2	$P = \frac{\pi}{2} \gamma N_4 \frac{s}{c_f}$
Battjes ⁵⁾ (1975)	$M \left(\frac{5 \gamma^2}{16} \right)^{1/3} s^{1/3} x \sqrt{g h}$	same	5/2	5/2	$P = \frac{\pi}{2} \gamma M \left(\frac{5 \gamma^2}{16} \right)^{1/3} \frac{s^{7/3}}{c_f}$
Madsen <i>et al.</i> ⁶⁾ (1978)	$N_6 x u_m$	same	5/2	5/4	$P = \frac{\pi}{2} N_6 \frac{s}{c_f}$

Notation: Wave height, H ; water depth, h ; wave period, T ; wave angle, α ; bottom slope, s ; $\gamma = H_b/h_b$; $u_m = H/2h \sqrt{g h}$; $L_b = T \sqrt{g h_b}$; c_f a bottom friction coefficient

ここで、

$$\tau_y = -\frac{dS_{xy}}{dx} \quad : \text{波による外力}$$

$$\langle B_y \rangle = \frac{2}{\pi} c_f \rho u_m V \quad : \text{底面の摩擦応力}$$

$$B_L = \frac{d}{dx} \left(\rho k_x h \frac{dV}{dx} \right) \quad : \text{水平拡散項}$$

さらに、 S_{xy} は radiation stress, c_f は摩擦抵抗係数, u_m は波による流速の振幅, そして V は沿岸流速である。式 (9) の水平拡散項中に含まれている渦動粘性係数 k_x に対して、本論文では、従来提案されている関数形のうち、表—1 に示す 6 種類のものを選んだ。これらの式を、式 (9) に代入すると次のような式を得る。

(碎波帯内)

$$P \frac{d}{dX} \left(X^n \frac{dV}{dX} \right) - X^{1/2} V = -X^{3/2} \quad \dots\dots (10)$$

(碎波帯外)

$$P \frac{d}{dX} \left(X^m \frac{dV}{dX} \right) - X^{1/2} V = 0$$

ここで、

$$X = x/x_b$$

$$V = V/V_0$$

$$V_0 = \frac{5\pi}{16} \gamma \frac{s}{c_f} \sqrt{g h_b} \sin \alpha_b$$

$$s = -\frac{dh}{dx} = \frac{\tan \beta}{1 + 3/8 \cdot \gamma^2}$$

であり、 $\tan \beta$ は底面勾配である。

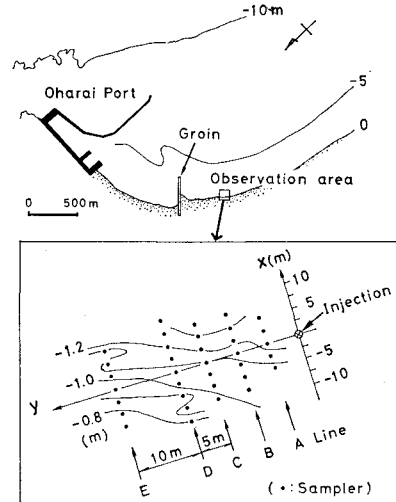
式 (10) 中の n, m の値は表—1 に示すように、 k_x の関数形によって変わる。 P は、水平混合の相対的な重要度を示す指標であり、同様に k_x の形によって、表示式は変化する。このことからわかる通り、この 6 種類のモデルは、他の条件を同一にして計算してもそれぞれ

異なる流速分布形を与えるものであり、実測した沿岸流速分布と比較する際には、このうち最もよい一致を示す関数形を選ばばよいことになる。

3. 染料拡散調査

(1) 碎波帯内を対象にした現地調査

昭和 54 年 8 月 28 日、大洗海岸において碎波帯内を対象にした染料拡散調査を行なった。実施場所は図—3 に示すように、防砂突堤の南側約 500 m の地点である。この付近の海底勾配は、碎波帯全域でほ



図—3 大洗海岸における調査領域

ぼ一様で約 $1/30$ であった。また、調査時点の海象条件は、碎波帯高が 80 cm, 平均周期が 5.8 秒, 入射波の波向きが $E 56^\circ S$ であり、碎波帯の幅は約 80 cm であった。

調査は、図—3 中に示すように、格子状に採水者を配置した調査領域の中に染料を投入し、15 秒おきに採水すると同時に、上空にヘリコプターを停止させ、5 秒間隔で写真撮影を行うという方法をとった。採水は 10 回、写真撮影は 2 分間継続して行なった。

染料にはウラニンをを用いた。投入した原液は、ウラニン 1 kg を 20 l の海水に溶した高濃度 (50 000 ppm) の溶液である。しかし、碎波の通過によって、投入後直ちに鉛直方向にほぼ一様に混合されるとみられるので、実際の初期濃度は約 200 ppm と考えられる。染料の投入地点は碎波帯のほぼ中間地点とし、汀線から約 40 m の

所である。

次に、調査結果を述べる。図-4は、染料雲の位置と形状を写真から描きとって重ねたものである。染料雲は投入直後にはほぼ円形であったものが、やがて、岸沖方向により速く

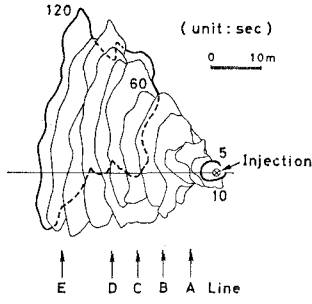


図-4 染料雲の形状の時間変化

ひき伸ばされながら広がっていることがわかる。今回の調査では、染料濃度の面的な分布に関するデータを充分に取得できなかったため、拡散の指標としては、岸沖方向と沿岸方向の染料雲の広がり長さ X , Y を用いる。その時間変化を示したのが図-5である。本調査で用いたウランの場合、着色が識別できる濃度は約 1 ppm であったので、染料雲の外縁濃度を 1 ppm としてやろう。そうすると、 $\bar{k}_x$ と $\bar{k}_y$ の値を適当に仮定すれば、前項で求めた拡散方程式の解 (5), (6), (7) を用いて、外縁濃度が 1 ppm であるような染料雲の X と Y が計算できる。初期濃度を 200 ppm として計算した結果が、図-5中の曲線である。図をみると、 Y については調査結果と計算結果がややずれるものの、 $\bar{k}_y$ は $0.1 \text{ m}^2/\text{sec}$ 程度としてよいであろう。一方、実測された X は、時間とともにほぼ直線的に増大しており、計算値と定性的にも異なる挙動を示していることが特徴的である。このことは、染料雲の長さを指標にした場合、岸沖方向の拡散が $\bar{k}_x = \text{const.}$ とした単純な拡散方程式では表わせないことを示している。ヘリコプターから撮影した一連の写真には、砕波が通り過ぎる時に、波に乗って染料が急速に伸びる現象がとらえられている。こうした効果を含めて、砕波帯内の拡散現象を正確に把握するためには、 $\partial C / \partial z = 0$ という条件が成立しているかどうか

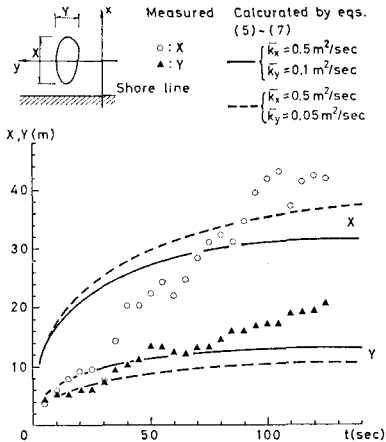


図-5 染料雲の長さの時間変化

を確かめると同時に、染料の面的な濃度分布を測定する必要がある。

(2) 砕波帯外を対象にした大型水路での調査

図-6に示すような大型の造波水路を用いて、砕波帯の外側を対象にした染料拡散調査を行なった。この水路の一端には、勾配 1/15 の斜面が設けられているが、急勾配であるため砕波点は汀線のごく近くであった。

調査は、水面上約 4.5 m の高さにある測定台車のクレーンアームにカメラをとりつけ、投入した染料の広がりを一定時間間隔毎に写真撮影するという方法で行った。

本調査においては、波高を 1 m と 0.5 m の 2 通りに変化させ、周期を 3, 6, 9 秒の 3 通りに変化させて合計 4 ケースの条件を選んだ。それを、表-2 に示す。

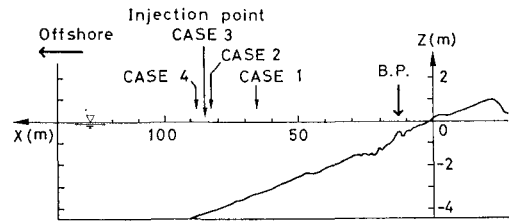


図-6 大型造波水路の縦断面

表-2 大型造波水路における実験条件

Case	周 期 (sec)	一樣水深部の波高 (m)	換算砕波 波形状勾配
1	6	0.5	0.009
2	6	1.0	0.018
3	3	1.0	0.075
4	9	1.0	0.007

染料には、濃い青色を呈するウォーターブルーを用いたので、これに合わせて、写真撮影に際しては青色のフィルター (ラッテン 47B, C.C. 50B) と白黒フィルムの組合せを用いた。こうして撮影したフィルムを画像解析装置 (マルチカラーデータシステム 4200C) にかけて、濃度分布を測定することを試みた。

本調査からわかる最大の特徴は、砕波帯の外側における染料拡散は、砕波帯内の現象と大きく異なっているということである。第一に、砕波帯の外側では、投入された染料が一定の時間元の形を保っており、乱れがきわめて小さいことを示していた。第二に、鉛直方向の混合も弱く、鉛直方向に濃度が一定とはいえない。従って、写真を用いた検討の対象となるのは、表面付近の染料の拡散の現象である。

図-7に、写真から読みとった岸沖と沿岸方向の染料の広がり長さ X と Y の時間変化を、図-8に、画像解析装置で抽出した染料雲の濃度分布の例を示す。

図-7をみれば、 X は全ての Case で時間とともにほぼ

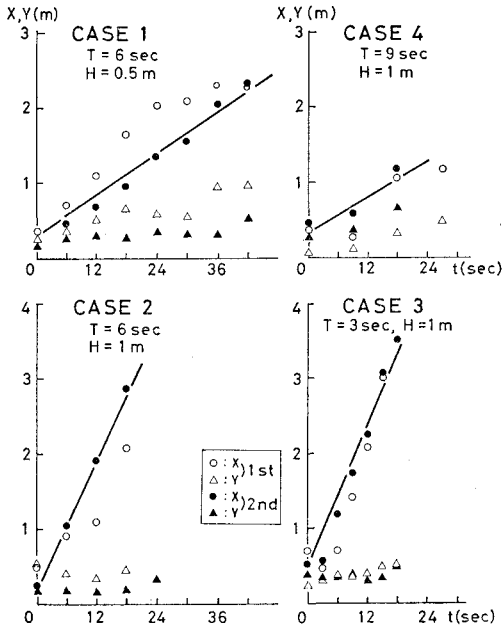


図-7 染料雲の長さの時間変化

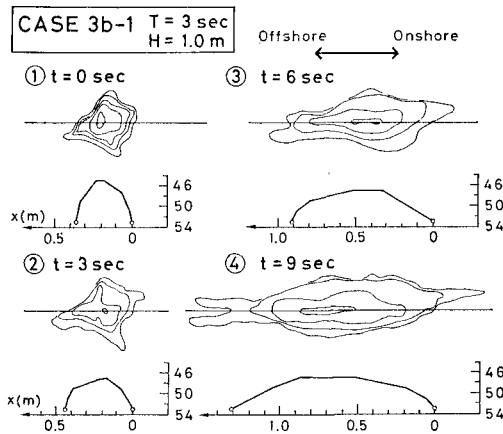


図-8 染料雲の濃度分布

(各図の上段は、染料雲の形状と等濃度線を示す平面図である。下段は、濃度分布である。グラフのたて軸は、画像解析装置の表示値で、Grey Value である。)

直線的に増大し、その増加速度は、周期が小さいほど、また波高が大きいほど大きいことがわかる。このような染料雲の“伸び”は、いわゆる乱流拡散とは異なり、水粒子の軌道運動や質量輸送に伴って生じると推測される。図-8には濃度分布が変化する様子がよくとらえられている。濃度のキャリブレーションを行うことに注意すれば、適切なフィルターをかけて上空から写真撮影を

行うという今回の方式は、濃度分布を測定する上で有力であると思われる。

しかし、水平拡散項を評価するという問題にたちもどってみると、先にも述べた通り、砕波帯外における染料雲の伸びは乱流拡散とは異なるメカニズムで生じていると思われ、このことは、砕波帯外にも大きな渦動粘性係数を想定した従来の取り扱いを再検討する必要があることを示唆している。

4. 結 語

沿岸流の流速分布を決定する上で重要な役割りを果たしている水平拡散項を評価するためには、砕波帯内外の渦動粘性係数を実測する必要がある。そのために本論文では、直接測定法と間接決定法と呼ぶ2通りの測定方法を検討した。その結果、現地観測において観測すべき項目と観測結果を分析する上での指針が得られた。さらに、初歩的ではあるが、砕波帯内および外を対象にした染料拡散調査を行ない、特に砕波帯外においては、砕波帯内と同程度の大きさの渦動粘性係数を想定した従来の取り扱いを再検討する必要があるという結果を得た。

最後に、今回の調査および結果の解析には、電力中央研究所所有の大型造波水路と画像解析装置を利用させていただいた。その使用を許可され、また種々の御援助を下された電力中央研究所土木技術研究所海岸環境研究室鹿島遼一室長、丸山康樹研究員および研究室の方々に心からの謝意を表わしたい。

参 考 文 献

- 1) Longuet-Higgins, M. S.: Longshore currents generated by obliquely incident sea waves, 1, 2, J. Geophys. Res., Vol. 75, No. 33, pp. 6778~6801, 1970.
- 2) Inman, D. L., R. J. Tait and C. E. Nordstrom: Mixing in the surf zone, J. Geophys. Res., Vol. 76, pp. 3493~3514, 1971.
- 3) Harris, T. F. W., J. M. Jordan, W. R. McMurray, C. J. Verwey and F. P. Anderson: Mixing in the surf zone, Proc. International Conf. on Water Pollution Res., London, 1962.
- 4) Thornton, E. B.: Variation of longshore currents across the surf zone, Proc. 12th Conf. on Coastal Eng., pp. 291~308, 1970.
- 5) Battjes, J. A.: Modeling of turbulence in the surf zone, Proc. Symposium on Modeling Techniques, ASCE, pp. 1050~1061, 1975.
- 6) Madsen, O. S., D. W. Ostendorf and A. S. Reyman: A longshore current model, Proc. Coastal Zone 78, ASCE, Vol. 3, pp. 2332~2341, 1978.