

離岸流の理論 (2)

—斜め入射の場合—

土屋義人*・安田孝志**・片山章仁***

1. 緒 言

海浜流に関する理論においては、基礎方程式中に含まれるいわゆる慣性項が重要となる。このことは、等流状態として与えられる一様な沿岸流を自明解として、離岸流または海浜流の蛇行現象はその分岐解として表わされるであろう。この場合、波による質量輸送を慣性項の中にあらわに導入して、海浜流系の連続関係を明確にすべきであるという観点から、著者ら²⁾は直角入射の場合の離岸流の理論を試みたが、本研究は斜め入射の場合について、線形固有値問題として、その分岐解としての離岸流の解をより一般的に展開したものである。ただし、紙数の都合上、海底摩擦を考慮した場合の級数解は省略し、また前報との式の重複をさけることにしたい。

2. 基礎方程式

2.1 海浜流の基礎方程式

いま、図-1のような座標系を用い、定常状態の海浜流系を対象とすれば、その基礎方程式は前報の式(1)で表されるが、波による質量輸送 $M(M_x, M_y)$, radiation stress tensor S_{ij} および海底摩擦と水平混合による抵抗項 $R(R_x, R_y)$ は、次式で与えられる。

$$M_x = -M \cos \vartheta, \quad M_y = M \sin \vartheta, \quad M = \int_{-h}^{\eta} \rho u dz \quad (1)$$

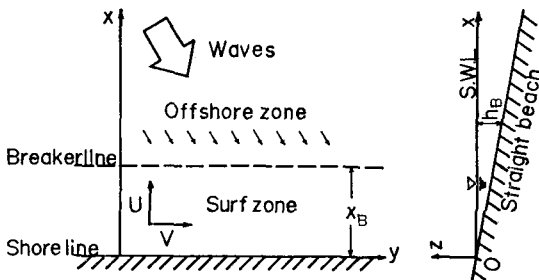


図-1 座標系および記号

* 正 会 員 工博 京都大学教授 防災研究所

** 正 会 員 工博 岐阜大学助教授 工学部土木工学科

*** 学生会員 岐阜大学大学院工学研究科

$$\left. \begin{aligned} S_{xx} &= S_{11} \cos^2 \vartheta + S_{22} \sin^2 \vartheta \\ S_{yy} &= S_{11} \sin^2 \vartheta + S_{22} \cos^2 \vartheta \\ S_{xy} &= S_{yx} = (S_{22} - S_{11}) \cos \vartheta \sin \vartheta \\ S_{11} &= \int_{-h}^{\eta} (\rho u^2 + p) dz - \frac{1}{2} \rho g (h + \bar{\eta})^2 \\ &\quad - \frac{1}{\rho (h + \bar{\eta})} \left\{ \int_{-h}^{\eta} \rho u dz \right\}^2 \\ S_{22} &= \int_{-h}^{\eta} p dz - \frac{1}{2} \rho g (h + \bar{\eta})^2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} R_x &= \rho C |u| \left\{ (1 + \cos^2 \vartheta) \tilde{U} + \frac{1}{2} \sin 2\vartheta \tilde{V} \right\} \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon_x \frac{\partial U}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon_y \frac{\partial U}{\partial y} \right) \\ R_y &= \rho C |u| \left\{ \frac{1}{2} \sin 2\vartheta \tilde{U} + (1 + \sin^2 \vartheta) \tilde{V} \right\} \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon_y \frac{\partial V}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon_y \frac{\partial V}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここに、 U および V は海浜流の x および y 方向の流速成分であり、記号はすべて前報と同一である。

つぎに、波数の保存則において、いわゆる長波近似と微小入射角の近似 ($\cos \vartheta \approx 1$, $\sin \vartheta \approx \vartheta$) を適用すれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vartheta}{\partial x} - \vartheta \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \\ \approx \frac{1}{2(h + \bar{\eta})} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} (h + \bar{\eta}) + \vartheta \frac{\partial}{\partial x} (h + \bar{\eta}) \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

したがって、これをさらに線形化近似し、 y 方向の平均水深の変化が x 方向のそれに比べて省略できると仮定すれば、砕波帯の内外において、次式が導かれる。

$$\vartheta = \vartheta_B \{ (h + \bar{\eta}) / (h_B + \bar{\eta}_B) \}^{1/2} \quad (5)$$

ただし、添字 B は砕波点における値を示す。なお、砕波帯内における波高・水深比は砕波点における値で近似できると仮定し、また砕波帯外では入射波のエネルギーフラックスは保存されるものとする。

2.2 波の質量輸送, radiation stress および抵抗項の表示

前報と同様に, 著者らのクノイド波理論³⁾による表示を示す.

(1) 碎波帯内における表示: 式 (1) における質量輸送 M は次式で与えられる.

$$M = \frac{1}{2} \rho (h + \bar{\eta}) \sqrt{g(h + \bar{\eta})} Q \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに, Q の表示は前報のとおりであるが, 第2次近似解までで表わせば, 次式となる.

$$Q = \frac{\lambda^2}{k^4} \left[-\left(\frac{E}{K}\right) \left\{ 3\left(\frac{E}{K}\right) + 2k^2 - 4 \right\} + k^2 - 1 \right] \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに, E および K はそれぞれ第1および第2種完全だ円積分で, k はその母数である. また, 碎波帯内においては, そこに存在できる極限波によって Q を評価することにすれば, 第2次近似解においては, $\lambda = H_{\max}/(h + \bar{\eta})$ とすることができる.

同様に, 式 (2) における S_{11} , S_{22} および S_{12} などは, 第2次近似解においては, Q を用いて次式で表わされる.

$$\left. \begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{2} \rho g (h + \bar{\eta})^2 Q \\ S_{22} &= \frac{1}{3} S_{11} \\ S_{12} &= S_{21} = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

さらに, 摩擦項 B_x および B_y は, それぞれ次式のよ

$$B_x = \rho C B \sqrt{g(h + \bar{\eta})_B} \left\{ \frac{(h + \bar{\eta})_B}{(h + \bar{\eta})} \right\}^{3/4} \left[(1 + \cos^2 \vartheta) \left\{ U - \frac{1}{2} \sqrt{g(h + \bar{\eta})_B} \frac{(h + \bar{\eta})_B^2}{(h + \bar{\eta})^2} Q \cos \vartheta \right\} + \frac{1}{2} \left\{ V + \frac{1}{2} \sqrt{g(h + \bar{\eta})_B} \frac{(h + \bar{\eta})_B^2}{(h + \bar{\eta})^2} Q \sin \vartheta \right\} \sin 2\vartheta \right] \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$B_y = \rho C B \sqrt{g(h + \bar{\eta})_B} \left\{ \frac{(h + \bar{\eta})_B}{(h + \bar{\eta})} \right\}^{3/4} \left[(1 + \sin^2 \vartheta) \left\{ V + \frac{1}{2} \sqrt{g(h + \bar{\eta})_B} \frac{(h + \bar{\eta})_B^2}{(h + \bar{\eta})^2} Q \sin \vartheta \right\} + \frac{1}{2} \left\{ U - \frac{1}{2} \sqrt{g(h + \bar{\eta})_B} \frac{(h + \bar{\eta})_B^2}{(h + \bar{\eta})^2} Q \cos \vartheta \right\} \sin 2\vartheta \right] \quad \dots\dots\dots (14)$$

ただし, 添字 B は碎波点における値を表わす. なお, lateral friction の表示は同一である.

3. 海浜流の解

海浜流における自明解と分岐解を求めるために, 前述した基礎方程式を

$$\left. \begin{aligned} U^* &= U / \sqrt{g(h + \bar{\eta})_B} \\ V^* &= V / \sqrt{g(h + \bar{\eta})_B} \\ h^* &= (h + \bar{\eta}) / (h + \bar{\eta})_B \\ \eta^* &= \bar{\eta} / (h + \bar{\eta})_B \\ x^* &= x / (h + \bar{\eta})_B \\ y^* &= y / (h + \bar{\eta})_B \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

で定義される変換によって表わし, その近似解を求める

うになる.

$$\left. \begin{aligned} B_x &= \rho C B \sqrt{g(h + \bar{\eta})} \\ &\times \left\{ (1 + \cos^2 \vartheta) \left\{ U - \frac{1}{2} \sqrt{g(h + \bar{\eta})} Q \cos \vartheta \right\} + \frac{1}{2} \left\{ V + \frac{1}{2} \sqrt{g(h + \bar{\eta})} Q \sin \vartheta \right\} \sin 2\vartheta \right\} \\ B_y &= \rho C B \sqrt{g(h + \bar{\eta})} \\ &\times \left\{ (1 + \sin^2 \vartheta) \left\{ V + \frac{1}{2} \sqrt{g(h + \bar{\eta})} Q \sin \vartheta \right\} + \frac{1}{2} \left\{ U - \frac{1}{2} \sqrt{g(h + \bar{\eta})} Q \cos \vartheta \right\} \sin 2\vartheta \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに, B は第2次近似解において次式で表される.

$$B = \left[\frac{\lambda^2}{3k^4} \left\{ -3\left(\frac{E}{K}\right)^2 - (2k^2 - 4)\left(\frac{E}{K}\right) + k^2 - 1 \right\} \right]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (10)$$

なお, 水平混合による lateral friction 項は, 前報と同一表示を用いることにすれば, 海浜勾配 i および渦動粘性係数に対応する係数 N_x および N_y で表示されるが, ここでは省略する.

(2) 碎波帯外における表示: 波高変化に対して, 近似的に Green の法則を仮定すれば, 式 (6), (8) および (9) は, それぞれ次式で表される.

$$M = \frac{1}{2} \rho (h + \bar{\eta})_B \sqrt{g(h + \bar{\eta})_B} \frac{(h + \bar{\eta})_B}{(h + \bar{\eta})} Q \quad \dots\dots (11)$$

$$S_{11} = \frac{1}{2} \rho g (h + \bar{\eta})_B^2 \sqrt{\frac{(h + \bar{\eta})_B}{(h + \bar{\eta})}} Q, \quad S_{22} = \frac{1}{3} S_{11} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ことにしたい.

(1) 自 明 解

この場合には, U^* , V^* および η^* はすべて y^* に無関係で, 汀線において $M_x = 0$ となり, かつ碎波点における連続性から, 碎波帯の内外に対して, それぞれ次式が得られる.

$$\left. \begin{aligned} U^* &= \frac{1}{2} h^{*1/2} Q \\ U^* &= \frac{1}{2} h^{*-2} Q \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

すなわち, この場合には, 波の質量輸送と平衡した沖方向流れが存在し, ちょうど Stokes の波速の第2定義を適用した結果に対応する. また, 沿岸方向の流速 V^*

は、砕波帯内外に対して次式の解として与えられる。

$$-N_y x^* h^{*3/2} \frac{d^2 V^*}{dx^{*2}} - \frac{d}{dx^*} (N_y x^* h^{*3/2}) \frac{dV^*}{dx^*} + CB h^{*1/2} V^* = \frac{5}{6} Q g_B h^{*3/2} - \frac{1}{2} CB Q g_B h^{*3/2} \quad (17)$$

$$-N_y x^* h^{*3/2} \frac{d^2 V^*}{dx^{*2}} - \frac{d}{dx^*} (N_y x^* h^{*3/2}) \frac{dV^*}{dx^*} + CB h^{*-3/4} V^* = \frac{1}{2} CB Q g_B h^{*-3/4} \quad (18)$$

これら両式を境界条件として、

$$\left. \begin{array}{ll} x^*=0 \text{ において,} & V^*=0 \\ x^*=x_B^* \text{ において,} & V_0^*=V_s^* \text{ および} \\ & (V_x^*)_0=(V_x^*)_s \\ x^* \rightarrow \infty \text{ において,} & V^*=0 \end{array} \right\} \quad (19)$$

を用いて数値的に解けば、沿岸流速の沖方向分布を求めることができる。ここに、添字 s および o はそれぞれ砕波帯の内外における値を表わす。図-2 は式 (17) および (18) を式 (19) のもとに、図中に示す定数を用いて数値積分した結果と実験値とを比較した一例であるが、両者は比較的良好に一致することがわかる。

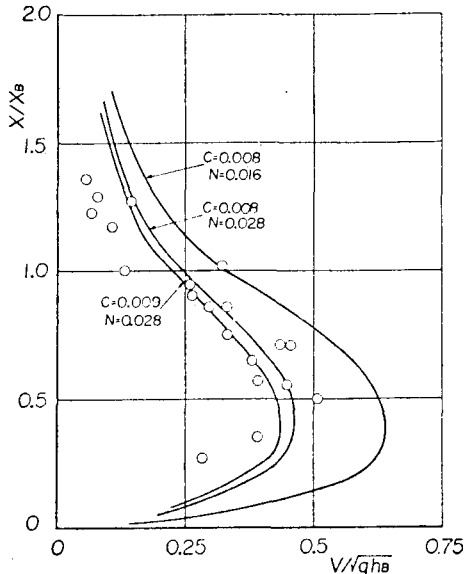


図-2 沿岸流速の沖方向分布

なお、式 (17) および (18) の解析解を求めるためには、lateral friction 項を省略しなければならない。そうすれば、まず砕波帯内において、次式が得られる。

$$V^* = \left\{ \frac{5}{6CB} (1-F)i - \frac{1}{2} \right\} Q g_B h^* \quad (20)$$

$$\eta^* = C_0 + F \left\{ (x_B^* - x^*)i + \frac{2}{3} g_B^2 i^2 (x_B^{*2} - x^{*2}) \right\} \quad (21)$$

ここに、 $F=Q/(1+Q)$ であり、積分定数 C_0 は砕波点における η^* の連続条件より決定される値となる。また、式 (21) は次式に変形される。

$$h^* = \left\{ (1-F)i - \frac{2}{3} g_B^2 i^2 F (x^* - x_s^*) \right\} (x^* + x_s^*) \quad (22)$$

ここに、 x_s^* は set-up を考慮したときの汀線の位置 (すなわち $x^* = -x_s^*$ において $h^*=0$) を示し、次式で与えられる。

$$x_s^* = \frac{3}{4 g_B^2 i^2} \left[(1-F)i + \left\{ (1-F)^2 i^2 - 8 g_B^2 i^2 \left(C_0 + F + \frac{2}{3} g_B^2 \right) \right\}^{1/2} \right] \quad (23)$$

一方、砕波帯外では、次式のような解が得られる。

$$V^* = -\frac{1}{2} Q g_B h^{*-3/2} \quad (24)$$

$$\eta^* = -\int_{x^*}^{\infty} \frac{6CBQ g_B^2 h^{*-1/4} + Q(3 + g_B^2 h^*)i}{12h^{*5/2} - Q(3 + g_B^2 h^*)} dx^* \quad (25)$$

さらに、 $h^* \approx h_0^* (=ix^*)$ とすれば、次式となる。

$$\eta^* = -\int_{x^*}^{\infty} f(x^*) dx^* \quad (26)$$

ここに、

$$f(x^*) = \frac{6CBQ g_B^2 h_0^{*-1/4} + Q(3 + g_B^2 h_0^*)i}{12h_0^{*5/2} - Q(3 + g_B^2 h_0^*)} \quad (27)$$

したがって、式 (21) 中の C_0 は次式で表される。

$$C_0 = -\int_{x_B^*}^{\infty} f(x^*) dx^* \quad (28)$$

(2) 分岐解

ここでは、取扱いを簡単にするために、lateral friction 項は省略し、基礎方程式のせつ動解からその分岐解としての沿岸方向の周期解を求める。まず、 $X=x^*+x_s^*$ 、 $Y=y^*$ とし、次式で定義される流れ関数 ϕ を砕波帯の内外に対してそれぞれ導入する。

$$\left. \begin{array}{l} \phi_{sY} = U^* h^* - \frac{1}{2} Q_s h^{*3/2} \\ \phi_{sX} = -V^* h^* - \frac{1}{2} Q_s g_B h^{*3/2} \end{array} \right\} \quad (29)$$

$$\left. \begin{array}{l} \phi_{oY} = U^* h^* - \frac{1}{2} Q_o h^{*-1} \\ \phi_{oX} = -V^* h^* - \frac{1}{2} Q_o g_B h^{*-1} \end{array} \right\} \quad (30)$$

ただし、 Q_s および Q_o はいずれも砕波点における値を用い、定数とする。そうすれば、砕波帯の内外に対して基礎方程式はそれぞれ次式で表される。

$$Q_B \left[\frac{1}{2} h^{*3/2} \phi_{sXXX} - \left(\frac{3}{8} h_X^2 - \frac{3}{2} C^* h_X^* \right) h^{*-1/2} \phi_{sX} + \frac{1}{2} h^{*3/2} \phi_{sXY} + \frac{1}{2} h^{*1/2} (h_X^* - 4C^*) \phi_{sYY} \right]$$

$$\begin{aligned}
& -C^*h^{*1/2}\phi_{sXX} + \partial_B \left\{ \left(C^*h_X^* - \frac{1}{2}h_X^{*2} \right) \phi_{sY} \right. \\
& \left. + \frac{1}{2}h_X^* \phi_{sXY} - \frac{1}{2}h^{*2}\phi_{sXXY} - \frac{1}{2}h^{*2}\phi_{sYYY} \right\} \\
& = Q_B \left[-\frac{3}{8}Q_B h_X^{*2} h^{*3/2} \right. \\
& \quad \left. + \partial_B \left\{ \frac{5}{12}h_X^{*2} h^{*3/2} - \frac{1}{4}C^*Q_B h_X^* h^{*3/2} \right\} \right] \\
& \quad \dots\dots\dots (31)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Q_B \left[\left(4h_X^{*2} h^{*-4} + \frac{3}{4}C^*h_X^* h^{*-11/4} \right) \phi_{oX} \right. \\
& \quad - \left(\frac{5}{2}h_X^* h^{*-3} - 2C^*h^{*-7/4} \right) \phi_{oXX} + \frac{1}{2}h^{*-2}\phi_{oXXX} \\
& \quad - (2h_X^* h^{*-3} + 2C^*h^{*-7/4}) \phi_{oYY} + \frac{1}{2}h^{*-2}\phi_{oXY} \\
& \quad + \partial_B \left\{ \left(\frac{19}{8}h_X^{*2} h^{*-7/2} - \frac{9}{4}C^*h_X^* h^{*-9/4} \right) \phi_{oY} \right. \\
& \quad - \left(\frac{17}{4}h_X^* h^{*-5/2} - 2C^*h^{*-5/4} \right) \phi_{oXY} \\
& \quad \left. \left. + \frac{1}{2}h^{*-3/2}\phi_{oXXY} - \frac{1}{2}h^{*-3/2}\phi_{oYYY} \right\} \right] \\
& = \partial_B Q_B \left\{ \frac{49}{16}Q_B h_X^{*2} h^{*-9/2} + \frac{7}{4}C^*Q_B h_X^* h^{*-13/4} \right\} \\
& \quad \dots\dots\dots (32)
\end{aligned}$$

ここに、 $C^* = CB_B/Q_B$ である。

まず簡単のため $C^* = 0$ とし、さらに $O(Q_B^2)$ は省略する。波の入射角 θ_B は十分小さいとして、流れ関数が次式で展開できるものと仮定する。

$$\phi(X, Y) = \phi_1(X, Y) + \partial_B \phi_2(X, Y) + \dots \dots (41)$$

これを式 (31) および (32) に代入して、 ∂_B のオーダーで整理すれば、次のようになる。まず、砕波帯内においては、 $(\partial_B)^0$ の項は

$$\begin{aligned}
& h^{*3/2}\phi_{s1XXX} + h^{*3/2}\phi_{s1XY} + h_X^* h^{*1/2}\phi_{s1YY} \\
& - \frac{3}{4}h_X^{*2} h^{*-1/2}\phi_{s1X} = 0 \quad \dots\dots\dots (42)
\end{aligned}$$

となり、 ∂_B の項は次式となる。

$$\begin{aligned}
& h^{*3/2}\phi_{s2XXX} + h^{*3/2}\phi_{s2XY} + h_X^* h^{*1/2}\phi_{s2YY} \\
& - \frac{3}{4}h_X^{*2} h^{*-1/2}\phi_{s2X} \\
& = h_X^{*2}\phi_{s1Y} - h_X^* h^{*2}\phi_{s1XY} + h^{*2}\phi_{s1XXY} \\
& + h^{*2}\phi_{s1YY} + \frac{5}{6}h_X^{*2} h^{*3/2} \quad \dots\dots\dots (43)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\phi_s = & A \left[\cos \lambda Y + \frac{8}{9} \{ (1-F)i \}^{1/2} \lambda \partial_B X^{3/2} \sin \lambda Y \right] \exp \left\{ -\frac{2}{3}(\lambda X)^2 \right\} \\
& + \frac{1}{4} \{ (1-F)i \}^2 \partial_B \left(\frac{5}{2}X_B^{5/2} X^{1/2} - \frac{1}{2}X_B^{1/2} X^{5/2} + X^3 \right) \dots\dots\dots (51)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\phi_o = & e^{3/8} A \left[\cos \lambda Y \exp(-\lambda X) - \frac{2}{3} \{ (1-F)i \}^{1/2} \partial_B X_B^{1/2} \{ \exp(-\lambda X) - 2e^{-9/64} \} \sin \lambda Y \right. \\
& \left. + \frac{3}{4} \{ (1-F)i \}^2 \partial_B X_B^2 X \right] \dots\dots\dots (52)
\end{aligned}$$

ここに、 λ は固有値であって、

また、砕波帯外に対して $(\partial_B)^0$ の項は、

$$\begin{aligned}
& h^{*-2}\phi_{o1XXX} - 5h_X^* h^{*-3}\phi_{o1XX} + 8h_X^{*2} h^{*-4}\phi_{o1X} \\
& + h^{*-2}\phi_{o1XY} - 4h_X^* h^{*-3}\phi_{o1YY} = 0 \quad \dots\dots (44)
\end{aligned}$$

となり、 ∂_B の項は次式で表される。

$$\begin{aligned}
& h^{*-2}\phi_{o2XXX} - 5h_X^{*2} h^{*-3}\phi_{o2XX} + 8h_X^{*2} h^{*-4}\phi_{o2X} \\
& + h^{*-2}\phi_{o2XY} - 4h_X^* h^{*-3}\phi_{o2YY} \\
& = h^{*-3/2}\phi_{o1XXY} + h^{*-3/2}\phi_{o1YYY} \\
& + \frac{17}{2}h_X^* h^{*-5/2}\phi_{o1XY} - \frac{19}{4}h_X^{*2} h^{*-7/2}\phi_{o1Y} \\
& \quad \dots\dots\dots (45)
\end{aligned}$$

同様に、さらに高次項を求めることができるが、ここでは第2次近似解までを対象とする。

a) 前報と同一方法による近似解 砕波帯内では汀線近傍で、また砕波帯外では十分沖側で成立する解を求め、それらを砕波点における連続条件によって結合することを考える。すなわち、式 (31) および (32) より砕波帯内では、

$$\left. \begin{aligned}
& \frac{3}{4}\phi_{s1X} - h^{*1/2}h_X^{*1/2}\phi_{s1YY} = 0 \\
& \frac{3}{4}h_X^* \phi_{s2X} - h^{*2}\phi_{s2YY} \\
& = -h^{*1/2}\phi_{s1Y} + h^{*3/2}h_X^* \phi_{s1XY} - \frac{5}{6}h^{*5/2}h_X^*
\end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (46)$$

となり、また砕波帯外では次式となる。

$$\left. \begin{aligned}
& \phi_{o1XXX} + \phi_{o1XY} = 0 \\
& \phi_{o2XXX} + \phi_{o2XY} = h^{*1/2}(-\phi_{o1XXY} + \phi_{o1YYY})
\end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (47)$$

ただし、砕波帯の内外に対して、次式のように表わす。

$$h^* = (1-F)iX \quad \dots\dots\dots (48)$$

境界条件は

$$\begin{aligned}
& x^* = x_B^* \text{ において, } \phi_s = \phi_o, \quad \phi_{sX} = \phi_{oX} \\
& \quad \dots\dots\dots (49)
\end{aligned}$$

であり、また $X \rightarrow \infty$ において入射波の全質量輸送量とバランスするという条件、すなわち

$$X \rightarrow \infty \text{ において, } U^* = \frac{1}{2}Q_B h^{*-2} \quad \dots (50)$$

を満足する式 (46) および (47) の解より、結局次式が得られる。

$$\lambda = 0 \text{ および } 3/4X_B \quad \dots\dots\dots (53)$$

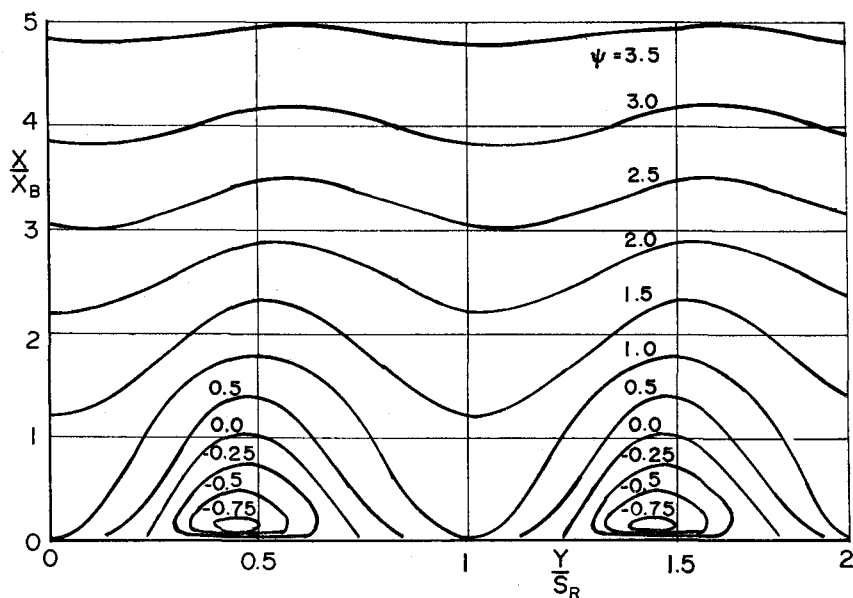


図-3 海浜流の流況図の一例

($T\sqrt{g/h_B}=10$, $H_B/h_B=0.8$, $i=0.05$ および $\theta_B=5^\circ$ の場合)

となり、直角入射の場合と同一である。ここに、 X_B は set-up を考慮したときの砕波帯の幅で、次式で表わされる。

$$X_B = \frac{1}{i} + \frac{(3+2\theta_B)F}{3(1-F)i} \quad \dots\dots\dots(54)$$

また、 A は積分定数であるが、以上の計算では砕波帯外における波高変化に Green の法則を用いているため、十分沖側では波高がゼロとなって、この値を定めることができないのであろう。しかし、海浜流セルや離岸流の間隔や流況には直接影響を及ぼさない。

図-3 は、式 (51) および (52) による $\theta_B=5^\circ$ の場合の流況図を示す。これらの図および式より、斜め入射波の場合には、沿岸方向の周期的な流況パターンに、沿岸流が加わることになる。

b) 級数解 まず、式 (42) および (44) を満足する級数解を求め、それを用いて式 (43) および (45) の右辺の非同次項を計算し、第2次近似解の特解を求める。ついで、式 (49) および (50) の境界条件を満足させるよう積分定数を決定すれば、砕波帯の内外における級数解で表された分岐解を求めることができる。その結果を式 (49) に代入し、固有値 λ を数値的に求めた結果は次のようである。すなわち、固有値 λ は海底勾配や波の特性に依存するが、 λX_B の値はこれらに無関係に第1次近似解において決定され、

$$\lambda X_B = 0 \text{ および } 1.94 \quad \dots\dots\dots(55)$$

となる。この値は、a) において示した特殊な方法による近似解による値の約 2.5 倍となっている。したがって、固有値として得られる海浜流セルや離岸流の間隔をさらに正確に求めるためには、少なくとも第1次近似解

の精度のよい表示を追求すべきであろう。また、前述した近似解に対応した wave set-up の分布の表示も得ることができる。ここでは、主として分岐解としての海浜流セルなどの存在を固有値問題として取扱ったが、その表示式と流況を表す数値計算の結果は省略した。

4. 結 語

以上、波の質量輸送をあらわに導入した海浜流の基礎方程式から、その慣性項を残して斜め入射波の場合の海浜流の理論を試み、自明解としての等流状態の沿岸流とそれからの分岐解として、海浜流セルや離岸流としての循環流を表わすことができた。求められた近似解によれば、それらの間隔が分岐解における固有値として決定され、海底摩擦を省略した場合には砕波帯の幅に比例することがわかった。

なお、ここで述べた方法は海底摩擦を考慮した場合に対しても適用できるが、できれば波高変化の定式化をより適確に行って、残された積分定数の決定を試みることもこうした理論の展開には必須であるといわなければならないであろう。

参 考 文 献

- 1) 西浦廉政一：一樣性を破って、非線型の現象と解析，第2章，入門現代の数学〔1〕，日本評論社，pp. 32~54, 1979.
- 2) 土屋義人・安田孝志・徳田邦博：離岸流の理論(1)一直角入射の場合一，第26回海講演文集，pp. 495~499, 1979.
- 3) Tsuchiya, Y. and T. Yasuda: A cnoidal wave theory and its verification, Proc. 3rd Australian Conf. on Coastal & Ocean Eng., Supplement paper, 7 p., 1977.