

発達過程にある風波の方向スペクトル特性

山口 正 隆*・土 屋 義 人**

1. 緒 言

波浪の方向スペクトルの特性を究明することは、風波の発生・発達機構および波浪に伴う諸現象のより詳細な解明に不可欠であるが、その正確な測定・計算が困難であるため、少数の例を除いてあまり検討されていないようである。また、著者ら¹⁾は最近有限風域場を対象としたエネルギー平衡方程式に基づく波浪予知法を開発してきた。この数値計算結果によれば、発達過程にある風波の方向スペクトルには3つのピークが見出される。これはもちろん風波の発生項として方向に関して3つのピークをもつ井上の修正表示式を用いたためであるが、こうした結果がはたして妥当であるかどうかを観測結果との比較に基づいて検討する必要がある。

ところで、方向スペクトルの観測研究において最も重要な問題の一つは観測装置の分解能およびその適切な計算法を見出すことである。とくに後者に関して、最近最適フィルター理論に基づく最尤法(MLM)が開発され、波浪の方向スペクトルの推定に適用されはじめている。MLMによれば、従来あまり高分解能が得られなかった低周波側での分解能が向上する可能性がある。そこで、本研究では、方向スペクトル推定に対するMLMの適用性や波高計アレイの分解能を数値シミュレーションに基づいて考察するとともに、琵琶湖における観測結果の解析から、とくに風波の発達に伴う方向スペクトルの変化特性を詳細に検討しようとするものである。

2. 波高計アレイの分解能

(1) 方向スペクトルの計算法

波高計アレイによる波浪記録を用いて方向スペクトルを算定する方法としては、直接 Fourier 変換法(DFT法)、Borgman 法²⁾、分布関数あてはめ法および MLM など多くの方法が提案されているが、ここでは、Borgman 法、分布関数あてはめ法および MLM を用いることにする。これらの方法のうち、MLM に関してその概要を述べると、つぎのようである。すなわち、波数周波

数スペクトルと共役クロススペクトルとの関係式において周波数を固定して考えると、方向スペクトルは共役クロススペクトルをあるフィルターに通して得られる出力と考えることができる。そこで、ある波数成分の波は振幅を減少させずに通過させ、その他の波数成分の波をできるだけ排除するようなデジタルフィルターを資料ごとに設計してやれば、より適切な方向スペクトル計算法が得られるはずである。Capon³⁾ はこうした考えのもとに、MLM による方向スペクトル推定式を次のように導いた。

$$E(\theta) = \left[\sum_{i,j=1}^N Q_{ij}^{-1} \exp \{ -ik D_{ij} \cos(\theta - \beta_{ij}) \} \right]^{-1} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $E(\theta)$: 周波数を固定したときの方向スペクトル、 D_{ij} : 波高計間隔、 β_{ij} : 波高計を結ぶ線と基準方向とのなす角、 Q_{ij}^{-1} : 共役クロススペクトル行列の逆行列、 k : 波数および N : 波高計台数、である。

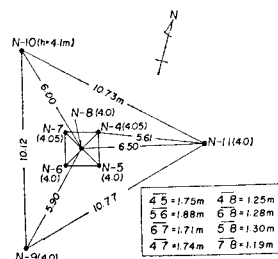
(2) 分解能の検討 (1)

無次元クロススペクトルと方向分布関数 $D(f, \theta)$ は空間座標に関する Fourier 変換を媒介として相互に関係づけられる。これら両者の関係を極座標系で表示すれば、次式で与えられる。

$$c'_{ij} - iq'_{ij} = \int_0^{2\pi} D(f, \theta) \exp \{ -ik D_{ij} \cos(\theta - \beta_{ij}) \} d\theta \quad \dots\dots\dots (2)$$

式(2)において、方向分布関数に円正規分布など適当な関数を仮定し、波高計配置を指定すれば、解析的方法あるいは数値積分により、クロススペクトルと方向分布関数との関係が得られることになる。

図—1 は観測に使用した8台の容量型波高計よりなる2次元アレイを示したものである。このアレイは、波高計群およびブイによる方向スペクトル観測法両者の機能をも



図—1 波高計配置

* 正会員 工博 愛媛大学助教授 工学部海洋工学科

** 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所

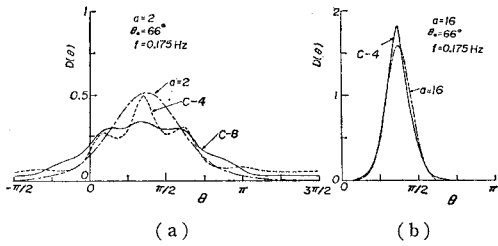


図-2 MLM の適用性

っているが、最も高分解能を得るための波高計の最適配置という見地からは、必ずしも適切ではない。

図-2 は円正規分布の形状母数 a を種々変えた場合に、MLM により得られた方向分布関数と入力関数とを比較したものであり、図中には図-1 に示す星型アレイを使用した場合 (C-4) と 8 台全部を使用した場合 (C-8) の計算結果が同時に図示されている。これらの例から明らかなように、MLM によると、方向分布関数のエネルギー集中度が高い場合、低周波側ほど出力としてきわめて sharp な方向分布関数が得られるのに対し、エネルギー集中度が低い場合には、方向分布関数の推定結果に凹凸が出現し、関数形状もかなり平滑化される。結局、MLM は元来雑音の混在した入力信号に含まれる単一平面波の抽出を測定原理としているので、sharp な方向分布関数を必要以上に sharp に検出するけれども、波浪のようにかなり広い方向分布幅をもつ方向分布関数の推定には不適当であると考えられる。Davis らは MLM の問題点を改良するため、ある波数幅を考慮した場合の修正 MLM を提案している。しかし、著者らの予備的な検討によれば、修正 MLM も良好な結果を生じなかった。なお、以上の検討方法では、Borgman 法による出力方向分布関数は、Fourier 級数の近似精度内で当然入力関数と近似的に一致する。

(3) 分解能の検討 (2)

(2) では、クロススペクトルの測定計算結果にほとんど誤差を含まない場合について、MLM の適用性を検討した。しかし、観測資料に基づいて方向スペクトルの推定を行う場合には、必ずクロススペクトルに測定誤差やスペクトル解析上の統計的な変動誤差が含まれるので、ここでは、デジタルフィルター法に基づく 2 次元不規則波浪の数値シミュレーションにより発生させた波高計設置点での水位変動をスペクトル解析して、方向スペクトルを推定し、入出力関数の比較から分解能の検討を行う。

図-3 は方向分布関数の集中度、ピーク周波数および入射方向を種々変えて行ったシミュレーション結果から Borgman 法で方向分布関数を算出し、入力関数と比較したものである。Borgman 法を用いる場合、Fourier 級数の項数を何項とればよいかが問題になるので、実際に

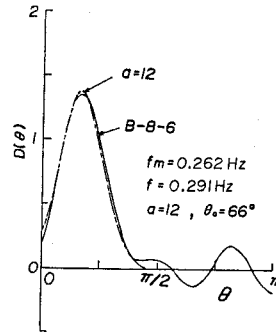


図-3 Borgman 法の適用性

は項数を 2, 3 変えた計算を行ったが、図には最も妥当な結果のみが示されている。図に 1 例を示すように、Borgman 法は、項数を適切に選択してやれば、入力関数を比較的良好に再現する。

以上の結果を総合して、波高計アレイに対する Borgman 法の適用範囲

を形状母数 a と周波数あるいは最大波高計間隔・波長比 D_{max}/L との関係で図示したのが図-4 である。図中の白丸は入出力方向分布関数の対応がよいこと、すなわち分解能が良好であることを、一方、黒丸は分解能が若干劣ることを意味している。また数字はそれぞれ波高計台数および Fourier 級数の項数を表わす。この図から Borgman 法の適用範囲は形状母数によって変わり、形状母数が大きくなるにつれて、しだいに狭くなることや良好な精度をもつ方向スペクトルを得るためには、Fourier 級数の項数を形状母数に応じて適切に選択する必要があることがわかる。しかし、琵琶湖における風波の方向スペクトル特性を考慮すれば、図-1 のアレイはかなり広い周波数帯に対して高分解能を有すると考えられる。また分解能はピーク周波数および波の入射方向によっても若干変化する。

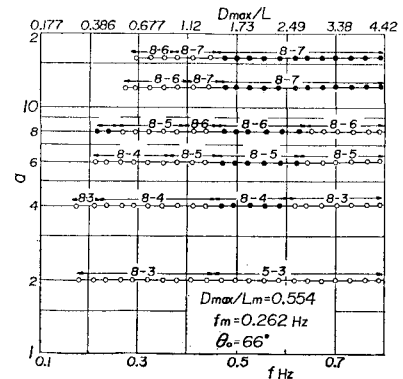


図-4 Borgman 法の適用範囲

3. 風波の発達特性

(1) 解析方法

解析に使用した観測資料はストームの来襲に伴ない、ほぼ静穏状態にあった湖面で風波が急速に発達した 1975 年 10 月 5 日 11 時 27 分から 14 時 35 分までの 188 分間の彦根愛西湖岸における記録⁵⁾である。解析にあたっては、まず資料を 1025 秒ごと 11 ケースに分割したのち、 $\Delta t=0.25$ s, $N_0=4096$ の資料から FFT 法によりバ

ワーおよびクロススペクトルを得た。また、周波数スペクトルの特性をパラメーター表示するために、スペクトルの計算結果に JONSWAP スペクトル型関数の対数変換式をあてはめて、平衡定数 α と peak enhancement parameters γ, σ_a および σ_b を最小自乗法により推定した。ただし、ピーク周波数 f_m はスペクトルの最大値およびその両側の値に 2 次曲線をあてはめ、その最大値を示す周波数として推定した。

つぎに、方向スペクトルの算出は分布関数あてはめ法と Borgman 法を併用した方法によった。すなわち、分布関数あてはめ法により推定した形状母数の値に応じて図-4 から Fourier 級数の最適項数を決定したのち、Borgman 法により方向分布関数を算出した。なお、波浪特性の変化をより詳細に検討するため、11 時 27 分より 12 時 49 分に至る 82 分間の資料を 410 秒ごとと 12 ケースに分割し、同様の解析を行った。

(2) 周波数スペクトルの発達特性

図-5 は 1025 秒ごとに計算された周波数スペクトルの経時変化を示したものであり、時間の経過につれ、単峯性のスペクトルが平衡勾配に沿って急激に発達していることがわかる。また、スペクトルの平均形状を表わすパラメーター f_m, γ, α, Q および ξ の時間的変化を示したのが図-6 である。ここに、 Q : spectral peakedness および ξ : 高周波側の平衡勾配、であり、図中には 1025 秒および 410 秒間の資料による解析結果が同時に図示されている。さて、この図において、まず高周波側でのエネルギーレベルを表わす α はほとんど一定であるか、あるいは若干増加の傾向にある。しかもその絶対値は Hasselmann らによって与えられた経験式による値より約 20% 大きい。また、高周波側の平衡勾配もほとんど一定であるが、その値は Phillips によって次元解析的に明らかにされた値 5 より小さく、4.6 程度になる。以上のことから、スペクトルの高周波側は多少の変動はある

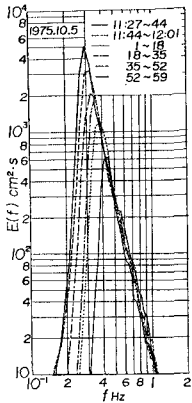


図-5 周波数スペクトルの発達 (1)

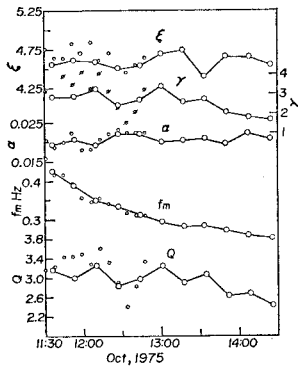


図-6 スペクトルパラメーターの時間的変化

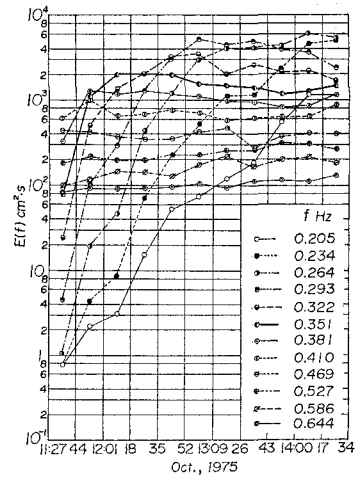


図-7 周波数スペクトルの発達 (2)

にせよ、平均的にほとんど 1 つの曲線上に図示されることになる。一方、スペクトルの尖鋭度を表わす γ および Q は風波の発達とともに、しだいに減少する。つまり、平衡状態に近づくにつれ、ピーク周波数付近のスペクトル形はしだいに平坦になる。つぎに、図-7 は周波数をパラメーターとしてスペクトル密度の時間的な発達を示したものである。この図によれば、発達初期にピーク周波数付近であった $f=0.410$ Hz より高周波側のスペクトル値は飽和状態に達しているのち、時間の経過とともにあまり変化しない。一方、低周波側では急激に増大したのち、若干 overshoot-undershoot をくりかえして飽和状態に達しており、その増加率は低周波側ほど小さい。また資料の変動が大きいのち明確でないが、増加の状態は指数関数的傾向、つまり Miles 機構的な発達の様子を呈しているようである。そこで、発達段階にあるスペクトル密度の観測結果に指数曲線をあてはめ、最小自乗法により発達率 $\beta(f)$ を求めたところ、 $f=0.234$ Hz~0.322 Hz 間における無次元発達率 $\beta(f)/f$ の平均値は風速・波速比 $U_{10}/c=1.79$ に対して 0.0059 であった。この値はエネルギー平衡方程式における移流項、風の場の非一様性および非定常性、さらに浅海性などの影響のためか従来の結果に比べてやや大きくなっている。

(3) 方向スペクトルの発達特性

図-8 は Borgman 法によって推定した方向スペクトルの発達を、 $f=0.293$ Hz の場合について示したものである。図より明らかなように、方向スペクトルは風波の発達につれて増大するとともに、方向分布幅もしだいに狭くなり、最終的にはほとんど平衡状態に達している。また、方向スペクトルの主方向は風向の変化に対応して各時間ごと、とくに準平衡状態に達したのちにかなり変化している。したがって準平衡状態において周波数スペクトルがほとんど変化しなくても、方向スペクトル密度

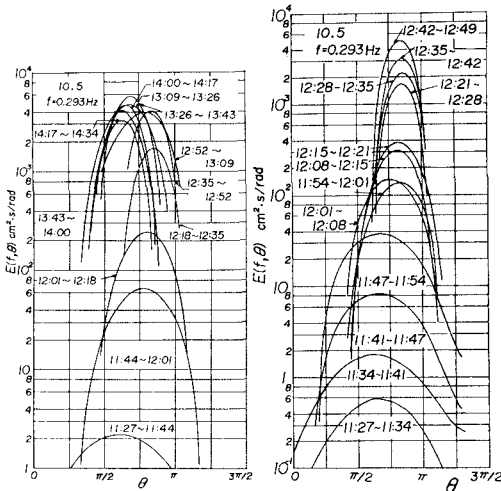


図-8 方向スペクトルの発達 (1)

図-9 方向スペクトルの発達 (2)

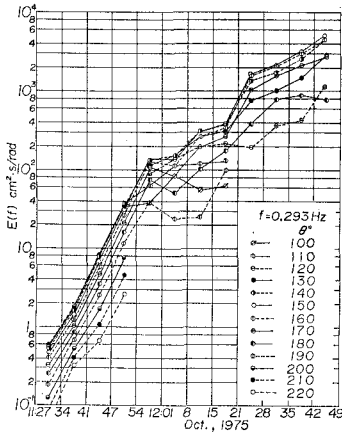


図-10 方向スペクトルの発達 (3)

そのものは、大きな増減をすることになる。このように、風向の変化に伴う方向スペクトルの変化が著しいので、このままでは方向別発達率を検討するのは困難である。そこで、410 秒ごとの資料から方向スペクトルを求め、図示したのが 図-9 である。これから、風波の発達とともに主方向幅がしだいにせばまる様子をより明確に知ることができる。図-10 は、図-9 に基づき方向をパラメーターとして、方向スペクトル密度の時間変化を表示したものである。この図においてまず気づくことは発達初期の 27 分間とそれ以降の発達率が異なることである。これは 図-9 から明らかなように、発達初期とそれ以降では、方向スペクトルの分布幅が著しく相違するためである。そして発達初期では、方向別発達率は相互にほとんど同じであるが、それ以降では主方向ほど発達率が大きい。しかし、いずれの段階でも発達状況は指数関数的であるといえよう。図-11 は波の主方向があまり

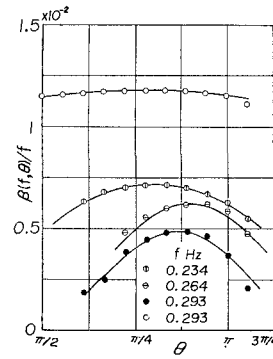


図-11 方向別発達率

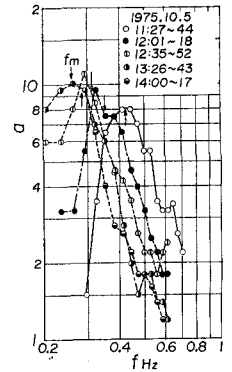


図-12 形状母数分布の時間的变化

変化しない 11 時 54 分～12 時 49 分の間の資料に指数関数をあてはめ、最小自乗法により推定した方向別発達率 $\beta(f, \theta)/f$ を各周波数について示したものであり、 $f = 0.293$ Hz の場合には発達初期の 11 時 27 分から 11 時 54 分までの資料も加えられている。図より方向別発達率は各周波数および発達段階によって異なり、低周波側あるいは発達初期ほど方向分布幅が広い。発達率の方向に関する変化は緩やかになることがより明確になる。この方向に関する発達率の変化を $\cos^n \theta$ で近似するならば、 n は $f = 0.234$ Hz、 0.264 Hz および 0.293 Hz に対してそれぞれ 0.76、2.1 および 3.1 (発達初期の場合には 0.074) 程度である。また、方向別発達率は、 $f = 0.293$ Hz の場合、ほぼ対称であるが、一方低周波側では、解析対象期間内での主方向の変化がより著しいので、その対称性がくずれる。しかし、各時刻において方向スペクトルが最大値を示す方向を基準として求めた発達率の形はいずれも対称形に近い。いま、風波の発達が指数関数で近似され、かつ移流項の影響が無視されると仮定するならば、 $\beta(f)$ と $\beta(f, \theta)$ の関係は次式で与えられる。

$$\beta(f) = \int_{-\pi}^{\pi} \beta(f, \theta) D(f, \theta) d\theta \quad \dots\dots\dots (3)$$

そこで、方向別発達率および方向分布関数がそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} \beta(f, \theta) &= B(f) \cos^n \theta, \\ D(f, \theta) &= \frac{\Gamma(l+2/2)}{\sqrt{\pi} \Gamma(l+1/2)} \cos^l \theta \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

で近似的に表わされるならば、両者の発達率の比はつぎのようになる。

$$\delta = \frac{\beta(f)}{B(f)} = \frac{\Gamma(l+2/2)\Gamma(l+n+1/2)}{\Gamma(l+1/2)\Gamma(l+n+2/2)} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 Γ はガンマ関数である。表-1 は 11 時 54 分から 12 時 49 分までの観測資料の解析から得られた発達率の比と式 (5) の結果を比較したものであり、両者はかなりよく一致している。この一致は、両方法による発達率が同一の観測資料に基づいて求められたものであることから、当然ともいえる。しかし、11 時 27 分から 11 時

表-1 発達率 $\beta(f)$ と $\beta(f, \theta)$ の関係

f Hz	$\beta(f)/f \times 10^3$	$B(f)/f \times 10^3$	δ_{obs}	n	l	δ_{cal}
0.234	6.29	7.12	0.883	0.76	2.6	0.900
0.264	5.40	6.21	0.870	2.1	5.9	0.867
0.293	4.13	4.86	0.849	3.1	7.9	0.856
0.293*	9.95	11.8	0.843	0.074	0.6	0.969

* は11時27分より11時54分までの観測資料から得た結果である。

54分までの資料では l の評価に問題があるので、両者の対応は悪い。なお、表中の l は解析対象期間における円正規分布の形状母数 a の平均値に著者らが提案した関係式 $l=1.01a-1.05$ を適用して変換したものである。

最後に、図-12 は方向スペクトル全体の变化特性を把握するために、Borgman 法により算出した方向分布関数に円正規分布をあてはめて推定した形状母数の時間的变化を示したものである。この図によると、形状母数の分布形状そのものは、ピーク周波数の減少とともにそれほど変化せずに、低周波側に移動している。つまり、発達過程においても、エネルギー集中度はピーク周波数付近で最大になり、低周波側あるいは高周波側では急減することがわかる。したがって、高周波側では、風波の発達とともに方向分布幅が広くなり、逆に低周波側では狭くなる。一方、中間周波数領域では、方向分布幅が一たん狭くなったのち、再び広くなる周波数領域も存在する。

4. 結 言

以上、本研究では、方向スペクトルの最適計算法や波

高計アレイの分解能を詳細に検討するとともに、琵琶湖での多点波浪観測結果の解析に基づいて、形状特性や発達率の観点から、発達過程にある風波の周波数スペクトルおよび方向スペクトル特性を考察した。今後、さらに資料を増やしてより詳細な解析を行うつもりである。

最後に、数値計算、資料の整理および図面の作成に助力載いた愛媛大学工学部海洋工学科大福学技官および徳島県庁木島正尚氏に謝意を表明するとともに、本研究は文部省科学研究費自然災害特別研究による成果の一部であることを付記する。なお、本研究の数値計算には九大および京大大型計算機センターの Facom M-200 および愛媛大学計算機センターの Facom 230-28 を使用した。

参 考 文 献

- 1) 山口正隆・土屋義人・小矢田宏・渡辺 健：一様風域場における波浪の数値予知法，第26回海岸工学講演会論文集，pp. 96~100, 1979.
- 2) Borgman, L. E.: Directional spectra model for design use, Tech. Report, HEL 1-12, pp. 1~29, 1969.
- 3) Capon, J.: High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis, Proc. IEEE, Vol. 57, No. 8, pp. 1408~1418, 1969.
- 4) Davis, R. E. and L. A. Regier: Methods for estimating directional wave spectra from multi-element array, Jour. Marine Res., Vol. 35, No. 3, pp. 453~477, 1977.
- 5) 岩垣雄一・土屋義人・酒井哲郎・山口正隆ほか：琵琶湖における波浪観測について，京大防災研年報，第19号 B-2, pp. 361~379, 1976.