

島周辺の波高分布に関する数値シミュレーションと水理模型実験

西村 一男* ・ 加藤 寛**・ 井上 純一***
中村 勇****・ 村田 進*****

1. 緒 言

広域廃棄物処理場・下水処理場・海上空港など臨海埋立地の計画が進むにつれ、これら施設の設置に伴う波浪変化予側のための波浪変形計算手法の精度の向上が望まれてきた。従来提案されている2次元の広がりを持つ島の周辺の反射・回折後の波高を求める手法の主なものとしては、近似造波板方式・折返し回折法・島堤の重ね合わせ法・数値波動解析法・ソグレア法などがある。しかし、これらの手法には、島を1次元の半無限堤あるいは島堤の重ね合わせによって表現したりすることのほか、不規則波の計算には多大な演算時間を要するなどの難点がある。著者らは、三井¹⁾による単純隅角周辺(図-1)における波高計算法を基本とし、2次元の島をあくまでも2次元で捉えて計算する数値計算プログラムを開発するとともに、水理模型実験を実施して、本計算プログラムの適用性について検討した。

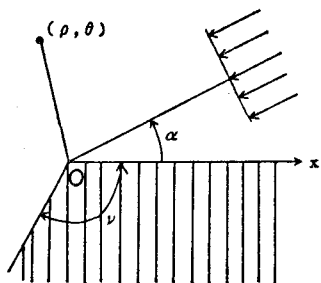


図-1 座 標 系

2. 計算理論

半無限堤付近の波高を示す Sommerfeld の厳密解には、Fresnel 関数が含まれているため、回折・散乱・反射波の性質を明確に把握することはできず、また関数表なしに回折係数を求めることは困難である。三井¹⁾が示した近

似解²⁾は、回折・散乱・反射問題に用いられる発生源からの距離が大きい場合の、漸近展開式の第1次項によるもので、含まれる関数は三角関数と平方根のみである。このため、数値計算が容易であり、厳密解とよく一致することも確認されている。さらには、単純隅角部における近似解も求められている³⁾が、頂点に近い付近での計算精度が落ちることが指摘されている。また、図-2の領域II(第1次極大波高を連ねた放物線の内側)は、幾何光学的な波と、頂点から発した波面が同心円になる円筒波が、ある位相を保って、ほぼ同じ方向に同一の波速で進むため、各波高を単純に重ねあわせることができず、しかも円筒波の近似式の精度が落ちる。そこで、反射と入射領域の境界線上(図-2の点線で $\theta = \pi - \alpha$)の波高と、放物線上の波高を、角度で比例配分して領域II内の円筒波の波高を算出している。しかし、このような手順を複雑な地形で行うことは、計算プログラムを作成するうえで困難なことである。

本論では、前述の頂点付近と領域IIの円筒波の解として、Bowman⁴⁾による厳密解から求めた近似解を用いて、計算精度を向上させ、しかも複雑な地形においても適用可能なものとした。さらに、この単純隅角部の計算結果を、位相を保って重ね合わせて、任意形状の島周辺の波高を計算するものである。

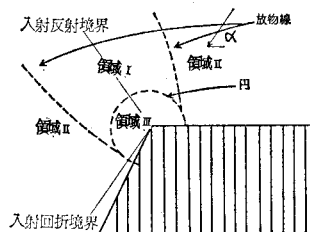


図-2 領域 図

2.1 頂点から遠い場合の解—領域 I, II

図-1に示す座標系で ρ を通常の距離に波長 $k(=2\pi/L)$ を乗じたものとして、平面波 $\exp\{i\rho \cos(\alpha - \theta)\}$ が入射した時、反射率1の単純隅角部周辺の Helmholtz 方程式の境界条件 $\partial f / \partial \eta = 0$ (η は法線方向)に対する厳密解は、級数形で次式で表わされる。

* 正会員 運輸省第五港湾建設局長

** 正会員 運輸省第三港湾建設局神戸調査設計事務所 建設専門官

*** 正会員 (前)運輸省第三港湾建設局神戸調査設計事務所 工事専門官

**** 運輸省第三港湾建設局工務第一課 電算係長

***** 正会員 運輸省第二港湾建設局企画課 補佐官

$$f(\rho, \theta) = \frac{2\pi}{2\pi - \nu} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \cos \frac{n\pi\theta}{2\pi - \nu} \cos \frac{n\pi\alpha}{2\pi - \nu} \\ \times \exp \left(\frac{i\pi}{2} \cdot \frac{n\pi}{2\pi - \nu} \right) J_{\frac{n\pi}{2\pi - \nu}}(\rho) \dots\dots(1)$$

ここに、 $J_{\frac{n\pi}{2\pi - \nu}}$ は $\frac{n\pi}{2\pi - \nu}$ 次の Bessel 関数で $\varepsilon_n = 1$ ($n=0$), $2(n \neq 0)$ であり、 $0 < \nu < 2\pi$, $0 \leq \theta \leq 2\pi - \nu$, $0 \leq \alpha \leq 2\pi - \nu$ で変域が与えられる。

ρ が十分に大きいところでは、下記のように解を幾何光学的部分と円筒波の部分に分解し、円筒波について漸近形を用いる方が収束の遅い式(1)を使うよりも有利である。そこで、 f を絶対値が波高、偏角が位相を表わす関数とし、同様に g を幾何光学的な波、 χ を円筒波として、次式で表現する。

$$f(\rho, \theta) = g(\rho, \theta) + \chi(\rho, \theta) \dots\dots(2)$$

$$g(\rho, \theta) = \sum_{n_1} \exp[-i\rho \cos\{\theta - (\alpha - 2n_1(2\pi - \nu)) + \pi\}] + \sum_{n_2} \exp[-i\rho \cos\{\theta - (-\alpha - 2n_2(2\pi - \nu)) + \pi\}] \dots\dots(3)$$

$$\chi(\rho, \theta) \sim V_a(\rho, -\pi - \theta + \alpha) - V_a(\rho, \pi - \theta + \alpha) \\ + V_a(\rho, -\pi - \theta - \alpha) - V_a(\rho, \pi - \theta - \alpha) \dots\dots(4)$$

g の式中の n_1, n_2 は各々 $\{\alpha - 2n_1(2\pi - \nu)\}$, $\{-\alpha - 2n_2(2\pi - \nu)\}$ からの入射波に対応し、 $0 \leq \theta < 2\pi - \nu$, $0 \leq \alpha < 2\pi - \nu$ として、

$$\left\{ \begin{array}{l} |\theta - \{\alpha - 2n_1(2\pi - \nu)\}| < \pi \\ |\theta - \{-\alpha - 2n_2(2\pi - \nu)\}| < \pi \end{array} \right\} \dots\dots(5)$$

を満たすすべての整数をとる。いいかえると式(3)は凹凸隅角部を含めた一般形で n_1 は入射波または偶数次反射波、 n_2 は奇数次反射波を示している。また、式(5)を θ に対する条件とみれば、式(5)は、各々の入射波および反射波の影響範囲(境界線)を表わしている。

χ の式中の $V_a(\rho, \beta)$ は、厳密解の漸近形で $\nu' = (2\pi - \nu)/\pi$ において次式で与えられる。

$$V_a(\rho, \beta) \sim \left\{ \begin{array}{l} \sum_{m=0}^{\infty} A_m(\beta, \nu') f_m(\rho) \\ (\beta \text{ が } 2n\nu'\pi \text{ から遠い時—} \\ \text{領域 I}) \dots\dots(6) \\ \sum_{m=0}^{\infty} \{A_m(\beta, \nu') - a_m(\beta - 2n\nu'\pi)\} \\ \times f_m(\rho) + \text{sgn}(\beta - 2n\nu'\pi) I(\rho, \beta) \\ (\beta \text{ が } 2n\nu'\pi \text{ に近い時—} \\ \text{領域 II}) \dots\dots(7) \end{array} \right.$$

$$f_m(\rho) = \frac{(-i)^m \Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{2} \rho^{m+1/2}} \exp\left\{-i\left(\rho + \frac{1}{4}\pi\right)\right\} \\ \left(\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) \text{ はガンマ関数}\right) \dots\dots(8)$$

$$A_m(\beta, \nu') = \frac{1}{2\pi\nu'} \cot \frac{\beta}{2\nu'} \sum_{k=0}^m \left\{ \left(\sin \frac{\beta}{2\nu'}\right)^{-2k} \right. \\ \left. \times \left(\sum_{l=k}^m C_{k,l}^m \nu'^{-2l}\right) \right\} \dots\dots(9)$$

$$C_{k,l}^m = \frac{(-1)^{k+2l}}{(2l)! 2^{2k+m}} \sum_{p=0}^{2k} (-1)^p \binom{2k}{p} \binom{2k}{p} (2k) \\ - 2p)^{2l} \sum_{s=0}^{m-l} \left(\frac{-1/2}{m-l-s}\right) \frac{(4s+2l)!}{(2s+2l)!} \\ \times \sum_{q=0}^{2s} \frac{(-1)^q}{2s+2l+q} \cdot \frac{2-q}{(2s-q)!(2s+q)!} \\ \times \sum_{r=0}^q \frac{(-1)^r}{r!} \frac{(q-2r)^{2s+q}}{(q-r)!} \dots\dots(10)$$

(ただし、 $l=0, s=0, q=0$ の時に)
 $\left(\frac{2l}{2s+2l+q} = 1 \text{ とする。}\right)$

$$a_m(\beta - 2n\nu'\pi) = \frac{(-1)^m}{2^{m+1}\pi} \left\{ \sin \frac{1}{2}(\beta - 2n\nu'\pi) \right\}^{2m+1} \dots\dots(11)$$

$$I(\rho, \beta) = \frac{\exp\left(\frac{1}{4}i\pi\right)}{\sqrt{\pi}} \cdot \exp\{-i\rho \cos(\beta - 2n\nu'\pi)\} \\ \times \int_{\sqrt{2}\rho}^{\infty} \left| \sin \frac{1}{2}(\beta - 2n\nu'\pi) \right| \exp(-i\mu^2) d\mu \dots\dots(12)$$

f_m は、回折によって発生した円筒波を表わし、 m が大きいほど遠方での減衰が速い性質を持っている。

A_m と a_m は、 $\beta = 2n\nu'\pi$ (入射・反射領域と回折領域の境界線上) で発散するが、差をとることによって $\beta = 2n\nu'\pi$ 上で 0 になる。 $\beta = 2n\nu'\pi$ 付近での $A_m - a_m$ の値は $x \cot x$ と $x/\sin x$ との $x=0$ のまわりでのべき級数展開によって計算する。

I の式中の定積分は Fresnel 積分 $F(W) = \int_W^{\infty} \exp(i\mu^2) \times d\mu$ の複素共役であり、 $F(W)$ に対しては $W \geq 0$ の有理式近似を用いる。

$$F(W) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left\{ \frac{1}{2} - C\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}}W\right) \right\} + i\sqrt{\frac{\pi}{2}} \left\{ \frac{1}{2} \right. \\ \left. - S\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}}W\right) \right\} \dots\dots(13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C(z) = \frac{1}{2} + f(z) \sin\left(\frac{\pi}{2}z^2\right) - g(z) \cos\left(\frac{\pi}{2}z^2\right) \\ S(z) = \frac{1}{2} - f(z) \cos\left(\frac{\pi}{2}z^2\right) - g(z) \sin\left(\frac{\pi}{2}z^2\right) \end{array} \right. \dots\dots(14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(z) = \frac{1+0.926z}{2+1.792z+3.104z^2} \\ g(z) = \frac{1}{2+4.142z+3.492z^2+6.670z^3} \end{array} \right. \dots\dots(15)$$

F は、 W の増大と共に振動しながら急速に減衰する関数である。 I にかかる符号関数によって V_a は、 $\beta = 2n\nu'\pi$ で大きさが $2I(\rho, 0) = \exp(-i\rho)$ の不連続部を

入射波は、規則波で表—1に示す3通りの周期とし、波向は、図—4に示した3方向である。波高測定は、図—4に例示したように(波向2の場合)、回折領域では、平面的に、A～F各々に25cm間隔の正方形配置で9台の波高計により、また、反射領域では、直線的に、6台の波高計を1造波毎に1/10波長程度移動させ、測線長約3.5波長の間で行った。

また、本実験に先だち、反射率を表—1に示した周期で、幅1.5mの長水路で、Healyの方法により測定した。この結果、直立壁、消波壁の平均的な反射率は、各々0.87, 0.24であった。

表—1 実験波の諸元

T (sec)	L (m)
0.50	0.390
0.62	0.606
0.74	0.845

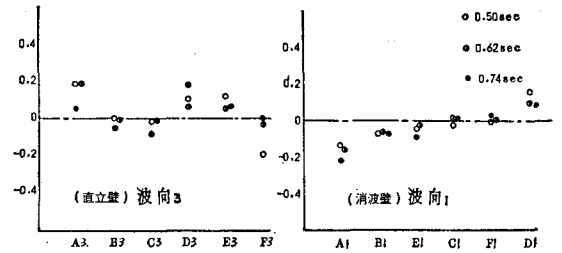
4.1 回折領域の波高

通常の波高比は、(求める点での波高)/(入射波高)で求めるが、本実験においては、水の粘性や底面摩擦による波高減衰が、周期0.5secのとき最大で10%程度生じた。そこで、波高比=(求める点での島設置後の波高)/(島設置前の個所別の平均波高)によって波高比を求めた。

実験結果の波高比を、(実験値—計算値)で個所別に整理し、直立壁で波向3の場合と、消波壁で波向1の場合を図—5に示す。ばらつきは、最大で±0.2程度であり、計算値と実験値はよい一致を示している。また、図—6は、波向で周期0.62secの場合に、波高に対して島の直背後の波高を1測線上で求めたものであるが、計算値の波高が0となっている。これは、計算プログラム上2次回折を考慮していないためであり、2次回折を無視できないときには注意を要する。しかし、不規則波で計算すれば波の方向分散を考慮しているため、この影響が軽減される。

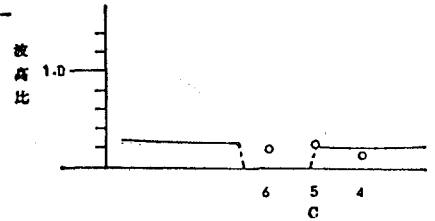
4.2 反射領域の波高

反射領域での、波高比は、(求める点での波高)/(島設置前の測線上の平均波高)とした。実験値と計算値の比較の一例として、波向1で周期0.62secの場合で、直立壁の場合と、消波壁の場合を図—7に示す。実験値と計算値は、よい一致を示しており、他のケースも同様であった。

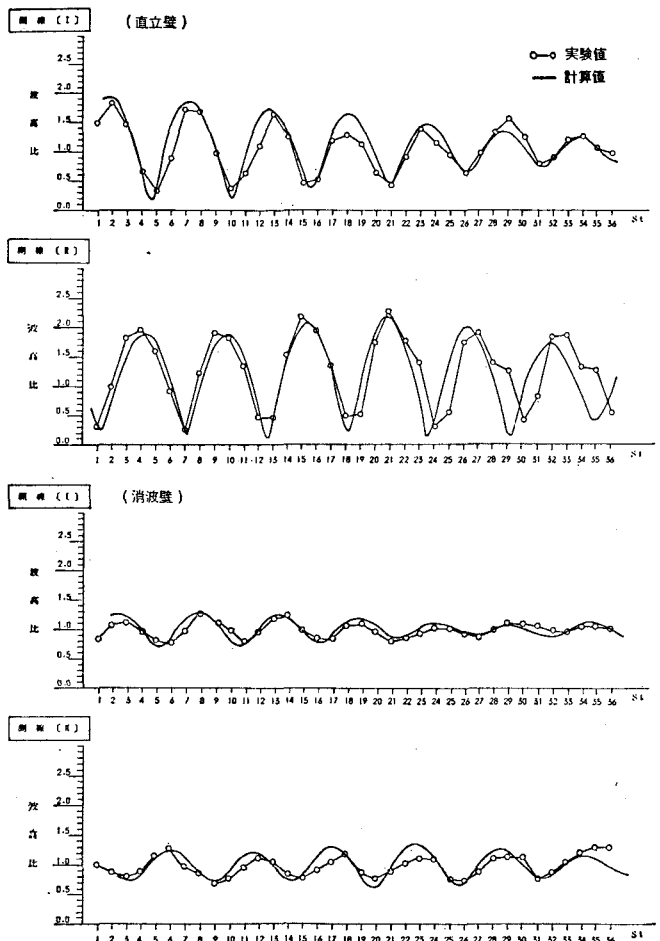


図—5 回折領域の波高比較例

測線 2



図—6 測線上の波高(回折領域)



図—7 反射領域の波高比較例

5. 結 語

任意形状の島周辺の波高を、不規則波について計算するプログラムを開発し、水理模型実験によってその適用性を検討した。その結果、実験値と計算値はよい一致を示し、本プログラムによって精度の高い計算が可能であることがわかった。今後の課題として、2次回折波を考慮すること、島だけでなく島の対岸に陸地がある場合(任意の地形)にも計算可能にすることなどがあり、さらに汎用性に富ませるために引続き検討する次第である。

最後に、本研究に関し、御指導賜った、京都大学岩垣雄一、土屋義人両教授、徳島大学三井宏教授ならびに港

湾技術研究所海洋水理部合田良実部長らに、深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 三井 宏・川村勇二: 海岸構造物不連続部の波高分布について, 第 22 回海講論文集, pp. 103~107, 1975.
- 2) 同上.
- 3) 三井 宏・越智 裕・川村勇二: 単純隅角周辺における波の近似解とその応用, 第 25 回海講論文集, pp. 94~97, 1978.
- 4) Bowman, J. J. and T. B. A. Senior: Electromagnetic and Acoustic Scattering by Simple Shapes, Radiation Laboratory, The Univ. of Michigan, North-Holland, 728 p., 1969.
- 5) 永井康平: 不規則な海の波の屈折および回折の計算, 港研報告, Vol. 11, No. 2, pp. 47~119, 1972.