

岸壁を遡上する孤立波の変形と波力の計算

藤 田 秀 夫*・日 下 理**

1. ま え が き

浅海域に設置された防波堤に作用する波力を推定するには、波高が大きいことによって生じる波の非線型性を考慮しなければならないし、更にある程度の越波を許す防波堤の場合には、その条件についても考慮する必要がある。この論文では、越波時と非越波時の波力の相違について、孤立波を用いて比較検討した。

最初に、解析方法、越波時の条件と遡上波の条件について記し、富樫¹⁾の特性曲線法による孤立波の波形変化と比較した。次に、越波時および非越波時の場合について、合田・福森²⁾の実験結果と解析結果とを比較して、越波時の波圧特性を明らかにした。

2. 解 析 方 法

(1) 従来の研究

流体の非線型問題の代表的な解析法を分類すると、摂動法、特性曲線法、積分方程式法、差分法 (MAC 法, FLIC 法, PIC 法), 有限要素法等に大別され, これらは長波に適した解法, 圧縮性流体に適した解法などのように, それぞれの問題に適合した解析法として開発されてきた。

ここで採り上げた解析法は, MAC (Marker-and-Cell)³⁾法である。その理由は, この解析法が非線型方程式を離散化して解く際の計算上の安定性が高いこと, 今までに各種の問題に適用されて実績が多いことである。差分法の欠点は, 等間隔直角格子であるために解析対象の形状が制限されることにあるが, この欠点は, 不等間隔直角格子⁴⁾や三角形要素⁵⁾の採用によって解消された例がある。

次に, 防波堤に作用する波力の観点から従来の研究を概観すると, 越波しない状態の重複波の波力として合田・柿崎⁶⁾, 土屋・山口⁷⁾の研究がある。越波した場合の波変形については, 特性曲線法を用いた富樫¹⁾の研究があり, その後, 相田⁸⁾は同様の問題を差分法で解析している。最近では有限要素法を利用した田中・石瀬⁹⁾の

研究があるが, 以上の解析例は津波の遡上を対象としたものであり, 長波近似の解析となっているので, 鉛直方向の圧力分布が一様である。防波堤の模型実験¹⁰⁾によると, 静水面付近の波圧強度が最大となっており, 鉛直方向の分布も重要であることを示している。この研究では, 孤立波の非線型波力を扱って鉛直方向の分布形を求める共に, 越波する時としない時の相違を明らかにする。

(2) 基 式 礎

ナビア・ストークスの運動量方程式と連続の方程式を Einstein の総和規約によって表示すると式 (1) となる。

$$\begin{aligned} \dot{u}_i + u_j u_{i,j} - f_i + \{\delta_{ij} p / \rho - \nu(u_{i,j} + u_{j,i})\}, j=0 \\ u_{i,i} = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで, $i, j: 1, 2, 3$; $f_i: x, y, z$ 方向の外力; p : 圧力; $u_i: x, y, z$ 方向の流速 (u, v, w); $\delta_{ij}: 1 (i=j), 0 (i \neq j)$; ρ : 流体の密度; ν : 動粘性係数; $\cdot$: 時間微分である。

式 (1) を時間に関しては前進差分, 空間に関しては中央差分の explicit な形で解く。

(3) 計算上の安定条件

$$a) \quad \delta t < \min\{\delta x/|u|, \delta y/|v|, \delta z/|w|\}$$

これは, δt 間に (u, v, w) の速度を持った水粒子が ($\delta x, \delta y, \delta z$) の直角格子を飛び出さないための条件である。

$$b) \quad \nu \delta t < 1 / \{2(1/\delta x^2 + 1/\delta y^2 + 1/\delta z^2)\}$$

これは, 双曲型方程式の初期値問題において数値的に安定となる必要条件の Courant-Friedrichs-Lewy 条件の類推から得られるものである。

$$c) \quad \nu > \max \left\{ \frac{\delta t}{2} u^2 + \frac{\delta x^2}{2} \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\delta t}{2} v^2 + \frac{\delta y^2}{2} \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\delta t}{2} w^2 + \frac{\delta z^2}{2} \frac{\partial w}{\partial z} \right\}$$

これは, 差分近似に伴う切捨誤差によって, 負の拡散項が生じないための条件である。実際には up-stream 法 (doner-cell 法) による人工粘性項を加えて, 自動的に負の拡散項が生じないようにして計算するので, この条件は緩和される。

$$d) \quad c \delta t < 3 \delta x \cdot \delta y \cdot \delta z / (\delta x \delta y + \delta y \delta z + \delta z \delta x)$$

* 正会員 三菱重工業 (株) 広島研究所

** 正会員 三菱重工業 (株) 広島研究所

これは、 δt 間に c の波速を持った波が $(\delta x, \delta y, \delta z)$ の直角格子を飛び出さないための条件である。

(4) 越波時の条件

堤体を波が越波する状態になると、越波する瞬間に流れの不連続が生ずるので、これについて考察する。

a) 富樫の越波条件

富樫は津波の遡上について特性曲線法を用いて解析しているが、その越波条件では水平流速 u と水位 η の 2 つを式 (2) で与えている。(鉛直方向の流速 v は、長波近似により $v=0$)

$$\left. \begin{aligned} u_{i+1} &= \frac{1}{3} (u_i + 2\sqrt{g\eta_i^{**}}) \\ \eta_{i+1} &= u_{i+1}^2 / g \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、下添字は 図-1 (a) に示す位置の値、 g は重力の加速度、 η_i^{**} は 図-1 (a) に示す波頂高である。式 (2) は、「越波前の流れは常流、越波後の流れは射流となっているので、その境界に在る堤体の不連続近傍に限

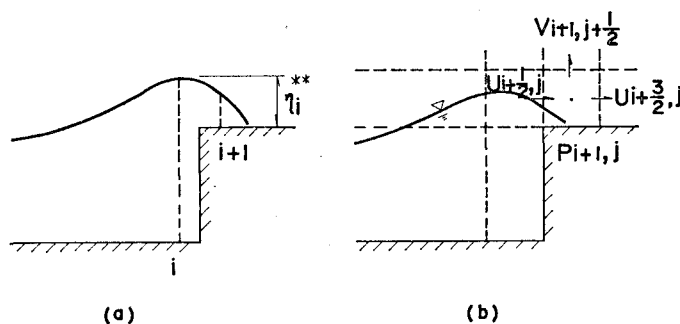


図-1 越波の条件

界流になっているはずである」という物理的考察から得られたものである。

b) 相田の越波条件

流量 Q と水位 η の 2 つを未知数にして解いた相田は、越波条件として式 (3) を与えた。1 個の越波条件式となっているのは、 Q と η を交互に解く leap-frog 法のためである。

$$Q_{i+1} = C_1 \eta_{i+1} \sqrt{g(\eta_i - \eta_{i+1})} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 C_1 は流量係数で 0.6 前後の値とされている。

c) 今回の越波条件

今回の解析では、式 (4) の越波条件式を与えた。

$$\left. \begin{aligned} u_{i+3/2,j} &= \alpha u_{i+1/2,j} \\ v_{i+1,j+1/2} &= 0 \\ p_{i+1,j} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 u, v, p は 図-1 (b) に示す値、 α は流速の伝達係数で、解析する時は 0.5 とした。 $\alpha \approx 1.0$ とすると次の時間ステップで $v_{i+1,j+1/2} < 0$ となって物理的な不都合が生ずるので、 α は 1.0 以下の値と考えられる。式 (4) の越波条件は、流速と圧力の連続性を与えることに

なるので、砕波や隅角部のはく離が生ずる現象には不適當と言える。この場合には、実験と物理的考察から得られる式 (3) のような経験定数 C_1 を含んだ越波条件の方が良いかも知れない。

(5) 波の先端条件

a) 富樫の波の先端条件

富樫は遡上波の先端条件として、式 (5) を提案した。

$$u_{i+1} = \beta \sqrt{g\eta_i} \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 u, η は 図-2 (a) に示す値であり、 β は遡上

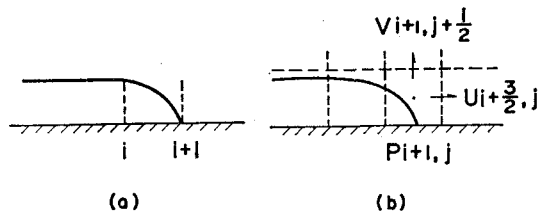


図-2 波の先端条件

波の水位 η_i と水平流速 u_{i+1} を関係づける係数で、富樫の実験によると $\beta \approx 2.0$ である。

b) 相田の波の先端条件

相田の解析では、遡上波の先端条件として、式 (6) が使われた。

$$Q_{i+1} = C_0 \eta_{i+1} \sqrt{g\eta_{i+1}} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 C_0 は定常流の段上りの値を参考にして 0.5 が採られた。

c) 今回の波の先端条件

今回の解析では、式 (7) の先端条件式を

与えた。

$$\left. \begin{aligned} u_{i+3/2,j} &= 0 \\ u_{i+1,j+1/2} &= u_{i+1/2,j} \cdot \delta y / \delta x \\ p_{i+1,j} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

これは、遡上波の先端において質量が保存される条件である。 u, p は 図-2 (b) に示す値をとる。

3. 解析例

(1) 富樫の特性曲線法との比較

孤立波の遡上について、富樫が特性曲線法を用いて計算しているので、波形の比較を 図-3 に示す。計算条件は次の通りである。

波高: 0.077 m, 水深: 0.281 m, 堤体の高さ: 0.312 m.
図-3 によると、全体的な越波の傾向は似ているが、波の先端の部分異なっている。この相違は、

- ① 特性曲線法では鉛直方向の流速を無視したが、MAC 法ではそれも考慮していること、
- ② 2. (4) に記した越波時の条件の差、
- ③ 2. (5) に記した先端条件の差

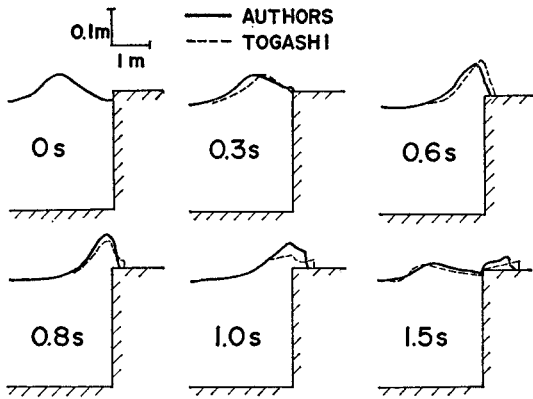


図-3 越波時の波の変形

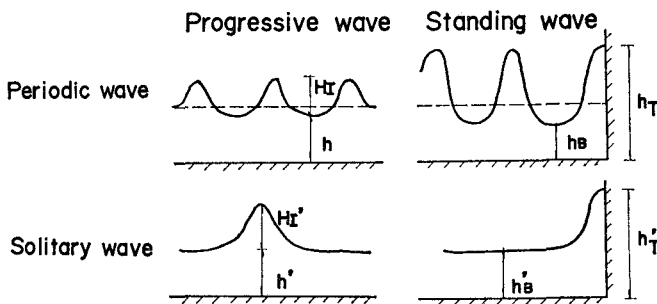


図-4 周期波と孤立波の比較

の影響と考えられるが、どの要因が最も影響しているかについては明らかでない。

(2) 合田・福森の実験値との比較

次に、実験値との比較を行う。解析に孤立波を用いた理由は、孤立波の両端で流速=0 となるので境界条件の扱いが簡単なこと、および1波だけ解析するので計算費用が少ないためである。計算上は孤立波が便利であるが、その実験値となると、孤立波発生 の困難さもあって非常に少ない。そこで、比較の実験値として、周期波ではあるが合田・福森の値を用いた。これには越波した時の実験値と越波しない時の実験値の両方がそろっており、また波圧強度の分布、水位の時間変化等、実験値が豊富である。

a) 等価な孤立波について

合田・福森の実験値は周期波であるので、それに相当する数値計算の孤立波を次の考え方でモデル化した。それは、図-4 に示す重複波において、 $h_B = h'_B$, $h_T = h'_T$ となるように孤立波を定めた。この考え方で、合田・福森

表-1 合田・福森の実験条件と数値計算の条件

	Experiment ²⁾	Calculation
Wave	Periodic wave	Solitary wave
Water depth	0.350 m	0.230 m
Wave height	0.201 m	0.161 m
Wave period	2.000 s	—
Energy	186 Nm/m per one wave	171 Nm/m

の周期波と数値計算に用いた孤立波を表-1 に比較して示す。波のエネルギーの面からみると、表-1 に示すように、周期波の方が8.7% 大きい状態になっている。なお、合田・福森の実験波は部分碎波の波であったが、計算においては碎波は生じなかった。

b) 越波しない場合

越波しない場合の堤体前面の水位、水平力および波圧強度を図-5、図-6 に示す。図-5 (a) で比較すると、計算の孤立波の方が波峰が尖っており、エネルギー分布が波峰部に偏っている。波周期が非常に大きく、かつ波高の増大した波は、孤立波に似た性状を示すと考えられるが、今回比較した実験波はエネルギー分布からみれば、少し孤立波と異なるようである。次に、水平力を

比較すると、図-5 (b) に示すように実験値の最大値が計算値よりも約 10% 大きい。この相違は、表-1 に記した波のエネルギーの差およびそのエネルギーが波峰部に集中しているか否かによるものと考えられるが、この程度の近似が等価な孤立波を使った計算の限界とも言える。等価な孤立波の別の考え方として、図-4 において $H_T = H'_T$, $h = h'$ とする方法もあるが、これは孤立波のエネルギーの方が大きくなり過ぎて、比較の結果は図-

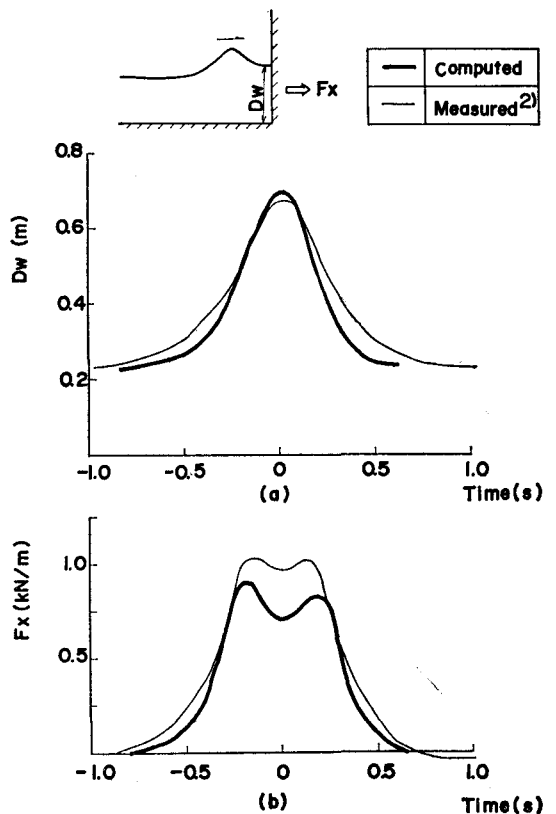
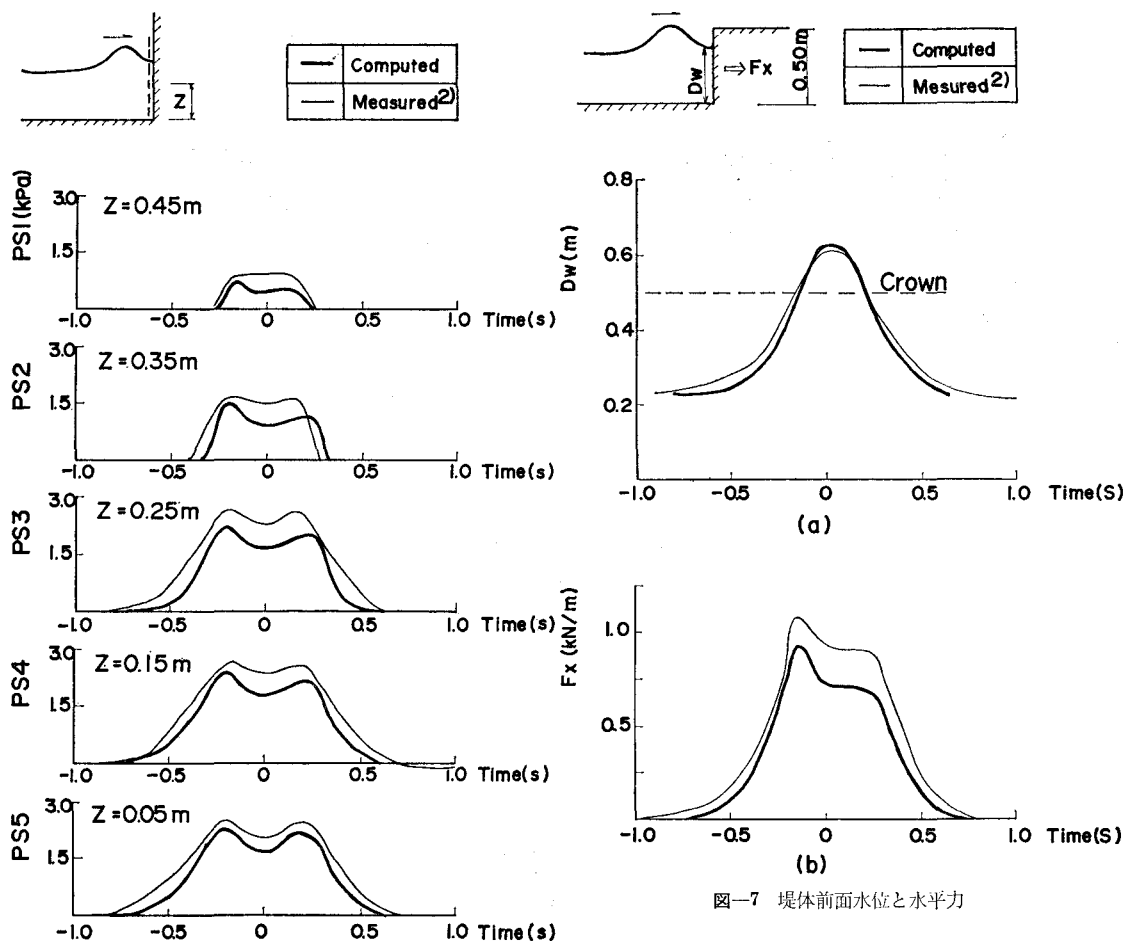


図-5 堤体前面水位と水平力



図—6 波圧強度

5 および後述の 図—6 よりも一致の程度は良くない。孤立波の水平力の最大値が周期波のそれよりも 10% 小さいことを除けば、水平力は双峰であること、そしてその第 1 峯が第 2 峯より若干高いこと等の非線型波力の特徴は十分に表現されている。

図—6 は波圧強度の比較であるが、最大値の大きさに差はあるものの、全体的な傾向は良く合っている。

c) 越波した場合

越波した場合の堤体前面の水位、水平力及び波圧強度を 図—7 に示す。図—7 (a) の堤体前面の水位は堤体天端高 (0.50 m) を越えて 0.63 m に達するが、越波しない場合の最高水位 0.69 m には及ばない。越波の影響は、図—7 (b) に示すように水平力の第 2 峯に顕著に表われる。計算の水平力が実験のそれよりも小さいのは、等価な孤立波の選定が充分でないことによる影響と考えられるが、この点を除けば第 1 峯及び第 2 峯の計算値の傾向は実験値と非常に良く一致しており、2. (4), (5) に記した越波時の条件および波の先端条件の妥当性を間接的に裏付けるものである。

(3) 越波時の波力について

越波時と非越波時の波圧の相違について考察する。

表—1 の孤立波が、天端高 0.4, 0.45, 0.5 m の堤体に作用した時の堤体前面水位と水平力を 図—8 に示す。図—8 (a) によると、堤体前面の水位は天端高が小さくなるにつれて低くなっているが、水平力については少し異なる性状を示す。堤体前面の水位が最大になるときに、水平力は必ずしも最大にならず、それより約 (波周期/10) の時刻だけ早い時に水平力の最大値が発生する。この性質が、天端高が低くなくても波力の実験値が重複波のそれとほとんど同じであったこと²⁾、および基準において越波時の波力の低減を認めていないこと¹⁰⁾の根拠を与えるものである。つまり、図—8 (b) の水平力の最大値が発生する前 0.2 s の時刻において、図—8 (a) の堤体前面水位は 0.5 m となっているので (点線参照)、0.5 m より高い天端の場合の水平力は、重複波の最大水平力とまったく同じになる。逆に言えば、天端高が 0.5 m より低ければ越波時の最大水平力は重複波のそれより小さい。ただし、水平力の第 2 峯は、越波の影響を受けるので 0.5 m の天端高でも重複波の値よりも小さい。

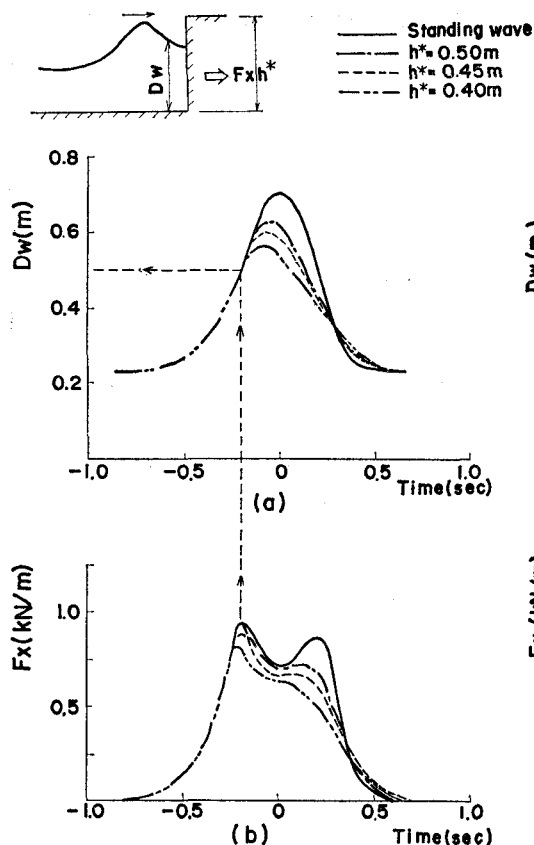


図-8 堤体前面水位と水平力(波高が大の時)

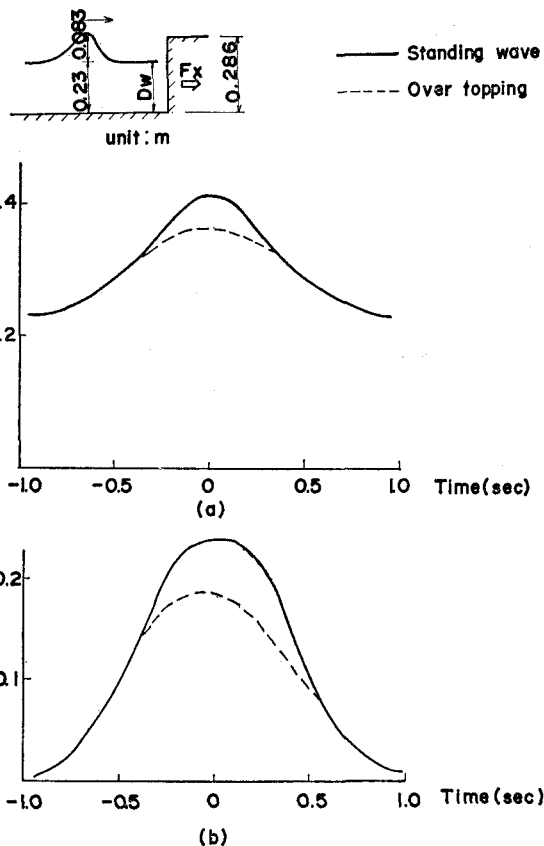


図-9 堤体前面水位と水平力(波高が小の時)

天端高のある値を境にして水平力の特性が異なるのは、水平力の双峯性に起因するもので、これは非線型波力の特徴の一つである。波高が小さい時には水平力の双峯は現われず、図-9に示すように堤体前面の最高水位と水平力の最大はほぼ同時刻であり、したがって越波時の波力は常に重複波の値よりも小さい。

4. 結 び

越波状態の防波堤に作用する孤立波の波力を、MAC法によって計算した。一つの目安として、静水面から計った天端高が(0.7×波高)より高ければ、越波時の最大水平力は重複波のそれと変りがない。天端高のある値を境にして越波時の波力特性が異なるのは、水平力の双峯性に起因するもので、これは非線型波力の特徴の一つであることが明らかになった。

謝辞：本研究の遂行に当り、東京大学工学部 堀川清司教授の御指導を賜った。ここに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 高樫宏由：津波の陸上遡上とその対策に関する研究，東北大学学位論文，222 p.，1976.
- 2) 合田良実・福森利夫：直立壁および混成堤直立部に働く波圧に関する実験的研究，港湾技術研究所報告，Vol. 11, No. 2, pp. 3~45, 1972.
- 3) Hirt, C. W. and J. L. Cook: Calculating three-dimensional flows around structures and over rough terrain, Journal of Computational Physics, Vol. 10, pp. 324~340, 1972.
- 4) 福永信太郎：非定常三次元粘性流れの数値解法，日本機械学会論文集，Vol. 44, No. 385, pp. 3052~3058, 1978.
- 5) 足立武司：FLIC法による流れの解析，第28回応用力学連合講演会論文抄録集，pp. 7~14, 1978.
- 6) 合田良実・柿崎秀作：有限振幅重複波ならびにその波圧に関する研究，港湾技術研究所報告，Vol. 11, No. 2, pp. 2~32, 1966.
- 7) 土屋義人・山口正隆：越波のある場合の重複波の特性について，第17回海岸工学講演会論文集，pp. 79~84, 1970.
- 8) 相田 勇：陸上に溢れる津波の数値実験，地震研究所彙報，Vol. 53, pp. 1151~1165, 1978.
- 9) 田中豊喜・石瀬寿一：津波の遡上解析に関する一考察，第1回流れの有限要素法解析シンポジウム報文集，pp. 39~44, 1979.
- 10) 運輸省港湾局監修：港湾の施設の技術上の基準・同解説，日本港湾協会，pp. 2-105~2-123, 1979.