

三次元モデルによる流れと拡散の数値解法について (その3)

堀 口 孝 男*・ 曾 我 部 隆 久**・ 堀 江 毅***

1. ま え が き

夏期に沿岸海域で見られる成層の発達海水の流れや物質の拡散にも大きな影響を与える。このため、これまでのレベルモデル^{1),2)}にレーヤモデルを組み合わせた三次元レーヤ・レベル混成モデルを開発した。そこでこのモデルの概要と一・二の例題によるモデルの適用性の検討結果を報告する。

2. 三次元レーヤ・レベル混成モデル

(1) モデルの概要

これまでに開発した三次元レベルモデル^{1),2)}の場合と同様、流れに対する基本式は、非圧縮粘性流体の連続式と運動方程式に、拡散に対してはフィック型の拡散方程式に依った。モデルの組立てに際し次のような仮定を設けた。

- 1) レベルモデルを基本にし、内部境界面についてはレーヤ・モデルで表現する。
- 2) 上下層を区別する内部境界面の振動は境界面に隣接する上下各々1つのレベル(層位)内で起る。注)
- 3) 上下層間では流速差に応じた水の連行があるが、連行による密度変化は小さく無視できる。
- 4) 内部境界面での鉛直拡散は無視する。

(2) 流れの計算式

まず上層の水平 x 方向の時刻 $(n+1)dt$ レベルにおける線流量 $M_{i-1/2,j}^{(n+1)}$ に対し次式を組立てる(図-1参照)。

$$\begin{aligned} & \frac{1M_{i-1/2,j}^{(n+1/2)} - 1M_{i-1/2,j}^{(n)}}{dt} + \sum_{k=1}^{K_1} \left\{ \frac{h_{i-1/2,j,k}^{(n)}}{\Delta x_{i-1/2+a}} \right. \\ & \quad \cdot 1u_{i-1/2,j,k}^{(n)} \{ 1u_{i-1/2+a,j,k}^{(n)} - 1u_{i-3/2+a,j,k}^{(n)} \} \\ & \quad + \sum_{k=1}^{K_1} \left\{ \frac{h_{i-1/2,j,k}^{(n)}}{\Delta y_{i-1/2+b}} \cdot 1v_{i-1/2,j,k}^{(n)} \right. \\ & \quad \cdot \left. \left. \left(1u_{i-1/2,j+b,k}^{(n)} - 1u_{i-1/2,j-1+b,k}^{(n)} \right) \right\} \right\} \end{aligned}$$

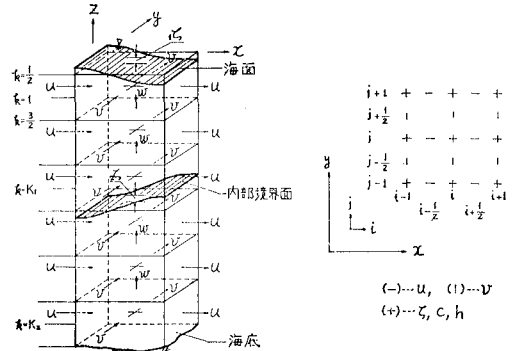


図-1 座標と変数の位置

$$\begin{aligned} & -f \sum_{k=1}^{K_1} (h_{i-1/2,j,k}^{(n)} \cdot v_{i-1/2,j,k}^{(n)}) \\ & + 1H_{i-1/2,j}^{(n)} \cdot \frac{qdt}{\Delta x_{i-1/2}} \left\{ \frac{1M_{i-1/2,j}^{(n+1)} - 1M_{i+1/2,j}^{(n+1)}}{\Delta x_i} \right. \\ & \quad + \frac{2M_{i-1/2,j}^{(n+1)} - 2M_{i+1/2,j}^{(n+1)}}{\Delta x_i} + \frac{1N_{i-1/2,j}^{(n+1)} - 1N_{i+1/2,j}^{(n+1)}}{\Delta y_j} \\ & \quad + \frac{2N_{i-1/2,j}^{(n+1)} - 2N_{i+1/2,j}^{(n+1)}}{\Delta y_j} + \frac{1\zeta_{i,j}^{(n)}}{dt} \\ & \quad - \frac{1M_{i-3/2,j}^{(n+1)} - 1M_{i-1/2,j}^{(n+1)}}{\Delta x_{i-1}} - \frac{2M_{i-3/2,j}^{(n+1)} - 2M_{i-1/2,j}^{(n+1)}}{\Delta x_{i-1}} \\ & \quad - \frac{1N_{i-1,j}^{(n+1)} - 1N_{i-1,j+1}^{(n+1)}}{\Delta y_j} \\ & \quad - \frac{2N_{i-1,j}^{(n+1)} - 2N_{i-1,j+1}^{(n+1)}}{\Delta y_j} \\ & \quad \left. - \frac{1\zeta_{i-1,j}^{(n)}}{dt} \right\} + \frac{1}{1\rho} (\tau_{i-1/2,j,1/2}^{(n)} - \tau_{i-1/2,j,K_1+1/2}^{(n)}) \\ & - \frac{1}{\Delta x_{i-1/2}} \sum_{k=1}^{K_1} h_{i-1/2,j,k}^{(n)} \left\{ \frac{Ax_{ij,k}}{\Delta x_i} \right. \\ & \quad \cdot (1u_{i-1/2,j,k}^{(n)} - 1u_{i-1/2,j,k}^{(n)}) \\ & \quad - \frac{Ax_{i-1,j,k}}{\Delta x_{i-1}} (1u_{i-1/2,j,k}^{(n)} - 1u_{i-3/2,j,k}^{(n)}) \left. \right\} \\ & - \frac{1}{\Delta y_j} \sum_{k=1}^{K_1} h_{i-1/2,j,k}^{(n)} \left\{ \frac{Ay_{j-1/2,k}}{\Delta y_{j+1/2}} \right. \\ & \quad \cdot (1u_{i-1/2,j+1,k}^{(n)} - 1u_{i-1/2,j,k}^{(n)}) \\ & \quad - \frac{Ay_{j-1/2,k}}{\Delta y_{j-1/2}} (1u_{i-1/2,j,k}^{(n)} - 1u_{i-1/2,j-1,k}^{(n)}) \left. \right\} \\ & = 0 \quad \text{at } (i-1/2, j) \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

ここに、

* 正会員 工博 東京都立大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 運輸省第三港湾建設局神戸調査設計事務所長

*** 正会員 運輸省港湾技術研究所海洋水理部海水浄化研究室長

注) ここでは、レーヤモデルにおける鉛直刻みを「層」、レベルモデルにおける鉛直刻みを「層位」と呼ぶ。

$$\left. \begin{aligned} {}_1M_{i-1/2,j}^{(n+1)} &= \sum_{k=1}^{K_1} h_{i-1/2,j,k}^{(n)} \cdot {}_1u_{i-1/2,j,k}^{(n+1)} \\ {}_2M_{i-1/2,j}^{(n+1)} &= \sum_{k=K_1+1}^{K_2} h_{i-1/2,j,k}^{(n)} \cdot {}_2u_{i-1/2,j,k}^{(n+1)} \\ {}_1N_{i,j-1/2}^{(n+1)} &= \sum_{k=1}^{K_1} h_{i,j-1/2,k}^{(n)} \cdot {}_1v_{i,j-1/2,k}^{(n+1)} \\ {}_2N_{i,j-1/2}^{(n+1)} &= \sum_{k=K_1+1}^{K_2} h_{i,j-1/2,k}^{(n)} \cdot {}_2v_{i,j-1/2,k}^{(n+1)} \end{aligned} \right\} \cdots (2)$$

である。式 (1), (2) 中の各変数は, (dx, dy) : x, y 方向の格子間隔 (可変長), (u, v) : 各層位の水平流速成分, $i\zeta$: 海面 (2ζ は内部境界面) の水位, H : 層厚, h : 層位厚, τ : 層間又は層位間に働くせん断力, A : 水平渦動粘性係数, f : コリオリ係数, ρ : 海水密度, g : 重力加速度, K_1 : 上層の層位数 (K_2 (後述) は下層の最下層位) をそれぞれ示す。式 (1) の u の右脚添字の a, b は上流差分にするための定数, 各変数左脚添字の 1 は上層, 2 は下層の値をそれぞれ表わす。

つぎに下層の x 方向の時刻 $(n+1)\Delta t$ レベルにおける線流量 ${}_2M_{i-1/2,j}^{(n+1)}$ に対して次式を組立てる。

$$\begin{aligned} & \frac{{}_2M_{i-1/2,j}^{(n+1)} - {}_2M_{i-1/2,j}^{(n)}}{\Delta t} + \sum_{k=K_1+1}^{K_2} \left\{ \frac{h_{i-1/2,j,k}^{(n)}}{\Delta x_{i-1/2+a}} \right. \\ & \quad \cdot {}_2u_{i-1/2,j,k}^{(n)} ({}_2u_{i-1/2+a,j,k}^{(n)} - {}_2u_{i-1/2+a,j,k}^{(n+1)}) \Big\} \\ & + \sum_{k=K_1+1}^{K_2} \left\{ \frac{h_{i-1/2,j,k}^{(n)}}{\Delta y_{i-1/2+b}} \cdot {}_2v_{i-1/2,j,k}^{(n)} \right. \\ & \quad \cdot ({}_2v_{i-1/2,j,k}^{(n)} - {}_2v_{i-1/2,j-1+b,k}^{(n)}) \Big\} \\ & - f \sum_{k=K_1+1}^{K_2} (h_{i-1/2,j,k}^{(n)} \cdot {}_2v_{i-1/2,j,k}^{(n)}) \\ & + {}_2H_{i-1/2,j}^{(n)} \frac{g \Delta t}{\Delta x_{i-1/2}} \left\{ \frac{{}_1M_{i-1/2,j}^{(n+1)} - {}_1M_{i-1/2,j}^{(n)}}{\Delta x_i} \right. \\ & + \frac{{}_1N_{i,j-1/2}^{(n+1)} - {}_1N_{i,j-1/2}^{(n)}}{\Delta y_j} + \frac{i\zeta_{i,j}^{(n)}}{\Delta t} \Big\} \\ & + \frac{{}_2M_{i-1/2,j}^{(n+1)} - {}_2M_{i+1/2,j}^{(n+1)}}{\Delta x_i} + \frac{{}_2N_{i,j-1/2}^{(n+1)} - {}_2N_{i,j+1/2}^{(n+1)}}{\Delta y_j} \\ & + \left(1 - \frac{1}{2\rho} \right) \frac{2\zeta_{i,j}^{(n)}}{\Delta t} - \frac{1}{2\rho} \left(\frac{{}_1M_{i-3/2,j}^{(n+1)} - {}_1M_{i-1/2,j}^{(n+1)}}{\Delta x_{i-1}} \right. \\ & + \frac{{}_1N_{i-1,j-1/2}^{(n+1)} - {}_1N_{i-1,j+1/2}^{(n+1)}}{\Delta y_j} \\ & + \frac{i\zeta_{i-1,j}^{(n)}}{\Delta t} \Big) - \left(\frac{{}_2M_{i-3/2,j}^{(n+1)} - {}_2M_{i-1/2,j}^{(n+1)}}{\Delta x_{i-1}} \right. \\ & + \frac{{}_2N_{i-1,j-1/2}^{(n+1)} - {}_2N_{i-1,j+1/2}^{(n+1)}}{\Delta y_j} \Big) - \left(1 - \frac{1}{2\rho} \right) \frac{2\zeta_{i-1,j}^{(n)}}{\Delta t} \\ & + \frac{1}{2\rho} (\tau_{i-1/2,j,K_1+1/2}^{(n)} - \tau_{i-1/2,j,K_2+1/2}^{(n)}) \\ & - \frac{1}{\Delta x_{i-1/2}} \sum_{k=K_1+1}^{K_2} h_{i-1/2,j,k}^{(n)} \left\{ \frac{A x_{i,j,k}}{\Delta x_i} \right. \\ & \quad \cdot ({}_2u_{i-1/2,j,k}^{(n)} - {}_2u_{i-3/2,j,k}^{(n)}) \\ & \quad \left. - \frac{A x_{i-1,j,k}}{\Delta x_{i-1}} ({}_2u_{i-1/2,j,k}^{(n)} - {}_2u_{i-3/2,j,k}^{(n)}) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{\Delta y_j} \sum_{k=K_1+1}^{K_2} h_{i-1/2,j,k}^{(n)} \left\{ \frac{A y_{i-1/2,j+1/2,k}}{\Delta y_{j+1/2}} \right. \\ & \quad \cdot ({}_2u_{i-1/2,j+1,k}^{(n)} - {}_2u_{i-1/2,j,k}^{(n)}) \\ & \quad \left. - \frac{A y_{i-1/2,j-1/2,k}}{\Delta y_{j-1/2}} ({}_2u_{i-1/2,j,k}^{(n)} - {}_2u_{i-1/2,j-1,k}^{(n)}) \right\} \\ & = 0 \quad \text{at } (i-1/2, j) \cdots \cdots \cdots (3) \end{aligned}$$

式 (1) および (2) に対応して, 時刻 $(n+1)\Delta t$ における y 方向の上層, 下層における線流量 ${}_1N_{i,j-1/2}^{(n+1)}$, ${}_2N_{i,j-1/2}^{(n+1)}$ に対する式も全く同様にして組立てることができる。

そこでまずこれらの ${}_1M_{i-1/2,j}^{(n+1)}$, ${}_2M_{i-1/2,j}^{(n+1)}$, ${}_1N_{i,j-1/2}^{(n+1)}$, ${}_2N_{i,j-1/2}^{(n+1)}$ に関する連立方程式から上下層毎の x, y 方向の線流量を求める。

つぎに, このようにして求めた ${}_1M^{(n+1)}$, ${}_2M^{(n+1)}$, ${}_1N^{(n+1)}$, ${}_2N^{(n+1)}$ から次の式 (4), (5) を用いて上層と内部境界面における水面の高さ ${}_1\zeta^{(n+1)}$, ${}_2\zeta^{(n+1)}$ を計算する。

$$\begin{aligned} \frac{{}_1\zeta_{i,j}^{(n+1)} - {}_1\zeta_{i,j}^{(n)}}{\Delta t} &= - \frac{1}{\Delta x_i} \sum_{p=1}^2 ({}_pM_{i-1/2,j}^{(n+1)} - {}_pM_{i-1/2,j}^{(n)}) \\ & - \frac{1}{\Delta y_j} \sum_{p=1}^2 ({}_pN_{i,j-1/2}^{(n+1)} - {}_pN_{i,j-1/2}^{(n)}) \\ & \quad \text{at } (i, j) \cdots \cdots \cdots (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{{}_2\zeta_{i,j}^{(n+1)} - {}_2\zeta_{i,j}^{(n)}}{\Delta t} &= - \frac{1}{\Delta x_i} ({}_2M_{i+1/2,j}^{(n+1)} - {}_2M_{i-1/2,j}^{(n+1)}) \\ & - \frac{1}{\Delta y_j} ({}_2N_{i,j+1/2}^{(n+1)} - {}_2N_{i,j-1/2}^{(n+1)}) \\ & - Q \quad \text{at } (i, j) \cdots \cdots \cdots (5) \end{aligned}$$

ここに, Q は単位時間, 単位面積当りの下層から上層への海水の連行量で次式で表わされるものとする。

$$\left. \begin{aligned} Q &= E \{ \sqrt{u_1^2 + v_1^2} - \sqrt{u_2^2 + v_2^2} \} \\ E &= \frac{4.34 \times 10^{-3}}{0.0578 + R_i^{3/2}} \\ R_i &= \frac{g(\rho_2 - \rho_1)H}{\rho(u^2 + v^2)} \end{aligned} \right\} \cdots \cdots \cdots (6)$$

ただし, R_i において $H, \rho, u^2 + v^2$ の値は,

$$H_1, \rho_1, u_1^2 + v_1^2 \quad (u_1^2 + v_1^2 \geq u_2^2 + v_2^2)$$

$$H_2, \rho_2, u_2^2 + v_2^2 \quad (u_1^2 + v_1^2 < u_2^2 + v_2^2)$$

とする。

さらに, 先に求めた上, 下層での線流量 ${}_1M^{(n+1)}$, ${}_2M^{(n+1)}$, ${}_1N^{(n+1)}$, ${}_2N^{(n+1)}$ を各層位の水平流速に分配するため, 次の式を組立てる。

まず時刻 $(n+1)\Delta t$ レベルにおける上層各層位の水平流速成分 ${}_1u_{i-1/2,j,k}^{(n+1)}$ に対して次式を組み立てる。

$$\begin{aligned} & \frac{{}_1u_{i-1/2,j,k}^{(n+1)} - {}_1u_{i-1/2,j,k}^{(n)}}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x_{i-1/2+a}} \cdot {}_1u_{i-1/2,j,k}^{(n)} \\ & \quad \cdot ({}_1u_{i-1/2+a,j,k}^{(n+1)} - {}_1u_{i-3/2+a,j,k}^{(n+1)}) \\ & + \frac{1}{\Delta y_{j-1/2+b}} \cdot {}_1v_{i-1/2,j,k}^{(n)} \cdot ({}_1u_{i-1/2,j+1/2,k}^{(n+1)} - {}_1u_{i-1/2,j-1/2,k}^{(n+1)}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -1u_{i-1/2, j-1+b, k}^{(n+b)} + \frac{1}{h_{i-1/2, j, k+1/2-c}^{(n)}} 1w_{i-1/2, j, k}^{(n)} \\
& \cdot (1u_{i-1/2, j, k-c}^{(n+1)} - 1u_{i-1/2, j, k+1-c}^{(n+1)}) - f \cdot 1v_{i-1/2, j, k}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\Delta x_{i-1/2}} (1\zeta_{i, j}^{(n+1)} - 1\zeta_{i-1, j}^{(n+1)}) + \frac{1}{1\rho h_{i-1/2, j, k}^{(n)}} \\
& \cdot (\tau_{i-1/2, j, k-1/2}^{(n+1)} - \tau_{i-1/2, j, k+1/2}^{(n+1)}) \\
& - \frac{1}{\Delta x_{i-1/2}} \left\{ \frac{A_{xi, j, k}}{\Delta x_i} (1u_{i+1/2, j, k}^{(n)} - 1u_{i-1/2, j, k}^{(n+1)}) \right. \\
& \left. - \frac{A_{xi-1, j, k}}{\Delta x_{i-1}} (1u_{i-1/2, j, k}^{(n)} - 1u_{i-3/2, j, k}^{(n+1)}) \right\} \\
& - \frac{1}{\Delta y_j} \left\{ \frac{A_{yi-1/2, j+1/2, k}}{\Delta y_{j+1/2}} (1u_{i-1/2, j+1, k}^{(n)} - 1u_{i-1/2, j, k}^{(n+1)}) \right. \\
& \left. - \frac{A_{yi-1/2, j-1/2, k}}{\Delta y_{j-1/2}} (1u_{i-1/2, j, k}^{(n+1)} - 1u_{i-1/2, j-1, k}^{(n)}) \right\} \\
& = 0 \quad \text{at } (i-1/2, j, k) \dots\dots\dots (7)
\end{aligned}$$

つぎに時刻 $(n+1)\Delta t$ レベルにおける下層各層位の水平流速成分 $2u_{i-1/2, j, k}^{(n+1)}$ に対して次式を組み立てる。

$$\begin{aligned}
& \frac{2u_{i-1/2, j, k}^{(n+1)}}{\Delta t} - \frac{2u_{i-1/2, j, k}^{(n)}}{\Delta x_{i-1/2+a}} + \frac{1}{\Delta x_{i-1/2+a}} \cdot 2u_{i-1/2, j, k}^{(n)} \\
& \cdot (2u_{i-1/2+a, j, k}^{(n+1-a)} - 2u_{i-3/2+a, j, k}^{(n+a)}) \\
& + \frac{1}{\Delta y_{j-1/2+b}} \cdot 2v_{i-1/2, j, k}^{(n)} (2u_{i-1/2, j+b, k}^{(n+1-b)} - 2u_{i-1/2, j-1+b, k}^{(n+b)}) \\
& + \frac{1}{h_{i-1/2, j, k+1/2-c}^{(n)}} \cdot 2w_{i-1/2, j, k}^{(n)} \\
& \cdot (2u_{i-1/2, j, k-c}^{(n+1)} - 2u_{i-1/2, j, k+1-c}^{(n+1)}) - f \cdot 2v_{i-1/2, j, k}^{(n)} \\
& + \frac{1}{2\rho h_{i-1/2, j, k}^{(n)}} \cdot (\tau_{i-1/2, j, k-1/2}^{(n)} - \tau_{i-1/2, j, k+1/2}^{(n)}) \\
& + \frac{g}{\Delta x_{i-1/2}} \left\{ \frac{1\rho}{2\rho} (1\zeta_{i, j}^{(n+1)} - 1\zeta_{i-1, j}^{(n+1)}) \right. \\
& \left. + \left(1 - \frac{1\rho}{2\rho} \right) (2\zeta_{i, j}^{(n+1)} - 2\zeta_{i-1, j}^{(n+1)}) \right\} \\
& - \frac{1}{\Delta x_{i-1/2}} \left\{ \frac{A_{xi, j, k}}{\Delta x_i} (2u_{i+1/2, j, k}^{(n)} - 2u_{i-1/2, j, k}^{(n+1)}) \right. \\
& \left. - \frac{A_{xi-1, j, k}}{\Delta x_{i-1}} (2u_{i-1/2, j, k}^{(n+1)} - 2u_{i-3/2, j, k}^{(n)}) \right\} \\
& - \frac{1}{\Delta y_j} \left\{ \frac{A_{yi-1/2, j+1/2, k}}{\Delta y_{j+1/2}} (2u_{i-1/2, j+1, k}^{(n)} - 2u_{i-1/2, j, k}^{(n+1)}) \right. \\
& \left. - \frac{A_{yi-1/2, j-1/2, k}}{\Delta y_{j-1/2}} (2u_{i-1/2, j, k}^{(n+1)} - 2u_{i-1/2, j-1, k}^{(n)}) \right\} \\
& = 0 \quad \text{at } (i-1/2, j, k) \dots\dots\dots (8)
\end{aligned}$$

式(7), (8)に対応する時刻 $(n+1)\Delta t$ レベルの上, 下層各層位の y 方向の流速成分 $1v_{i, j-1/2, k}^{(n+1)}$, $2v_{i, j-1/2, k}^{(n+1)}$ についても同様に組み立てられる。

式(7), (8)を含む $1u^{(n+1)}$, $2u^{(n+1)}$, $1v^{(n+1)}$, および $2v^{(n+1)}$ の式から先に求めた $1M^{(n+1)}$, $2M^{(n+1)}$, $1N^{(n+1)}$, $2N^{(n+1)}$, $1\zeta^{(n+1)}$, $2\zeta^{(n+1)}$ を用いて各層各層位の水平流速成分 u, v を求める。

最後に鉛直成分 $w^{(n+1)}$ を次式により計算する。

$$\begin{aligned}
w_{i, j, k-1/2}^{(n+1)} &= w_{i, j, k+1/2}^{(n+1)} - \frac{1}{\Delta x_i} (h_{i+1/2, j, k}^{(n)} \cdot u_{i+1/2, j, k}^{(n+1)} \\
&\quad - h_{i-1/2, j, k}^{(n)} \cdot u_{i-1/2, j, k}^{(n+1)}) \\
&\quad - \frac{1}{\Delta y_j} (h_{i, j+1/2, k}^{(n)} \cdot v_{i, j+1/2, k}^{(n+1)} \\
&\quad - h_{i, j-1/2, k}^{(n)} \cdot v_{i, j-1/2, k}^{(n+1)}) \\
&\quad \text{at } (i, j, k-1/2) \dots\dots\dots (9)
\end{aligned}$$

(3) 拡散の計算式

レーヤ・レベル混合モデルによる物質の拡散に対し各層各層位の濃度 $c^{(n+1)}$ を次式により計算する。

$$\begin{aligned}
& \frac{h_{i, j, k}^{(n+1)} c_{i, j, k}^{(n+1)} - h_{i, j, k}^{(n)} c_{i, j, k}^{(n)}}{\Delta t} \\
& + (1/\Delta x_i) (h_{i+1/2, j, k}^{(n)} u_{i+1/2, j, k}^{(n)} c_{i+1/2, j, k}^{(n+1)} \\
& - h_{i-1/2, j, k}^{(n)} u_{i-1/2, j, k}^{(n)} c_{i-1/2, j, k}^{(n+1)}) \\
& + (1/\Delta y_j) (h_{i, j+1/2, k}^{(n)} v_{i, j+1/2, k}^{(n)} c_{i, j+1/2, k}^{(n+1)} \\
& - h_{i, j-1/2, k}^{(n)} v_{i, j-1/2, k}^{(n)} c_{i, j-1/2, k}^{(n+1)}) + \{ (w_{i, j, k}^{(n)} \\
& + w_0) c_{i, j, k}^{(n+1)} - (w_{i, j, k+1}^{(n)} + w_0) c_{i, j, k+1}^{(n+1)} \} \\
& - \frac{1}{\Delta x_i} \left\{ \frac{h_{i+1/2, j, k}^{(n)}}{\Delta x_{i+1/2}} (D_{xk} - D_{xN+1/2, j, k}^{(n)}) (c_{i+1/2, j, k}^{(n+1)} \right. \\
& - c_{i, j, k}^{(n+1)}) - \frac{h_{i-1/2, j, k}^{(n)}}{\Delta x_{i-1/2}} (D_{xk} \\
& - D_{xN-1/2, j, k}^{(n)}) (c_{i-1/2, j, k}^{(n+1)} - c_{i-1, j, k}^{(n+1)}) \} \\
& - \frac{1}{\Delta y_j} \left\{ \frac{h_{i, j+1/2, k}^{(n)}}{\Delta y_{j+1/2}} (D_{yk} - D_{yN+1/2, j+1/2, k}^{(n)}) (c_{i, j+1/2, k}^{(n+1)} \right. \\
& - c_{i, j, k}^{(n+1)}) - \frac{h_{i, j-1/2, k}^{(n)}}{\Delta y_{j-1/2}} (D_{yk} \\
& - D_{yN-1/2, j-1/2, k}^{(n)}) (c_{i, j-1/2, k}^{(n+1)} - c_{i, j-1, k}^{(n+1)}) \} \\
& - F_{i, j, k-1/2}^{(n)} (c_{i, j, k-1}^{(n+1)} - c_{i, j, k}^{(n+1)}) \\
& + F_{i, j, k+1/2}^{(n)} (c_{i, j, k}^{(n+1)} - c_{i, j, k+1}^{(n+1)}) - P_{i, j, k} - \beta x_0 \rho_s \\
& = 0 \quad \text{at } (i, j, k) \dots\dots\dots (10)
\end{aligned}$$

ここに,

$$\begin{aligned}
F_{i, j, k-1/2}^{(n)} &= \frac{1}{(h_{i, j, k-1/2}^{(n)})^2} [(D_{zk} - D_{zk, i, j, k-1/2}^{(n)}) \\
&\quad + K_1 \{ (u_{i, j, k-1}^{(n)} - u_{i, j, k}^{(n)})^2 \\
&\quad + (v_{i, j, k-1}^{(n)} - v_{i, j, k}^{(n)})^2 \}] \\
D_{xN+1/2, j, k}^{(n)} &= \frac{1}{2} \{ u_{i+1/2, j, k}^{(n)} \Delta x_{i+1/2} - (u_{i+1/2, j, k}^{(n)})^2 \Delta t \} \\
D_{yN+1/2, j+1/2, k}^{(n)} &= \frac{1}{2} \{ v_{i, j+1/2, k}^{(n)} \Delta y_{j+1/2} - (v_{i, j+1/2, k}^{(n)})^2 \Delta t \} \\
D_{zN+1/2, j, k-1/2}^{(n)} &= \frac{1}{2} \{ w_{i, j, k-1/2}^{(n)} h_{i, j, k-1/2}^{(n)} \\
&\quad - (w_{i, j, k-1/2}^{(n)})^2 \Delta t \}
\end{aligned}$$

である。式(10)において (D_{xk}, D_{yk}) : 水平方向の拡散係数, D_{zk} : 鉛直方向の拡散係数, w_0 : 物質の沈降速度(下向きを正), P : 物質投入量, ρ_s : 物質の密度, β : 舞い上りに関する定数である。また, 変数の右脚添字 $a \sim f$ は上流差分にするための定数である。なお, 式(10)における $h^{(n)}$ はこれまでのレベルモデル^{1), 2)}においては最

上層位 (すなわち $k=1$) のみ時間と共に変化するが、レーヤ・レベル混成モデルにおいては最上層位に加えて、境界面を含む上下の層位の $h^{(n)}$ も時間の関数となる。さらに式 (10) の $w^{(n)}$ については、境界層における連行量と、水平方向の流量収支の残差分とを層間の水の移動量として $w^{(n)}$ に換算する。

3. 適用例

四面が水域と接する 3 850 m (長さ) × 1 300 m (幅) × 21 m (水深) の領域において中央にコの字型障壁を水面から -12 m まで垂下し、長手方向から周期 12 時間、最大振幅 20 cm/秒の正弦型往復流 (水深方向には対数型の流速分布を仮定) を与えた成層時の流れを計算した。層位数は 6 とし第 3 層位と第 4 層位との間に境界層を仮定した (すなわち $K_1=3, K_2=6$)。海水密度は上層 1.0 g/cm³、下層 1.01 g/cm³ でそれぞれ一定とし、渦動粘性係数 A_x, A_y は 10⁴ cm²/s で一定、 Δt は 600 秒、 f は零とした。

正方向最強流時の流速ベクトルを 図-2 (a), (b) に、

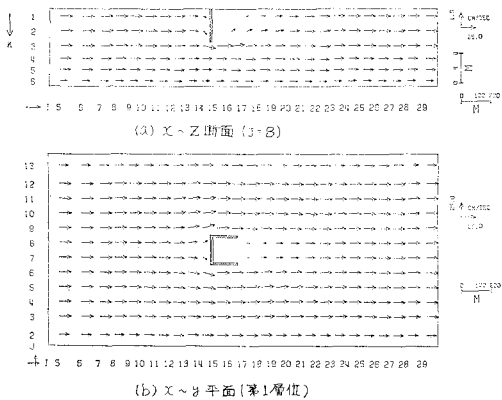


図-2 流速ベクトル (正方向最強流時)

また同時刻での水面および内部境界面の水位分布を 図-3 (a), (b) に示す。これらの結果によると、障壁近傍の鉛直流は内部境界面により抑制されほとんど下層に及んでいないことが判る。また障壁により水面はその前面で盛り上がり背後で低くなるのに対し、内部境界面は障壁前面で低くなり背後で盛り上がっていることが判る。さらに、この水面と内部境界面の水位の時間変化の時間変化を障壁内と障壁外についてプロットすると 図-4 のようになり、水面は安定した正弦型曲線を描くのに対し、内部境界面は場所によりかなり不安定な変化をしていることが判る。

つぎに、上に求めた流れ場において沈降速度 $w_0=0$ の物質をコの字型障壁の内部の 2 点第 1 層位、すなわち、(15, 7, 1) および (15, 8, 1) からそれぞれ 100 トン/日の割合で連続投入した場合の拡散を $\Delta t=180$ 秒で計算した。拡散係数は $D_{xk}=D_{yk}=10^4$ cm²/s、 $D_{zk}=10^2$ cm²/s

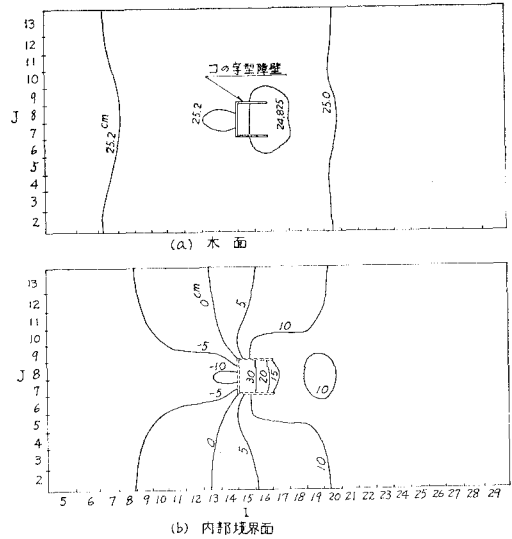


図-3 等水位分布 (正方向最強流時)

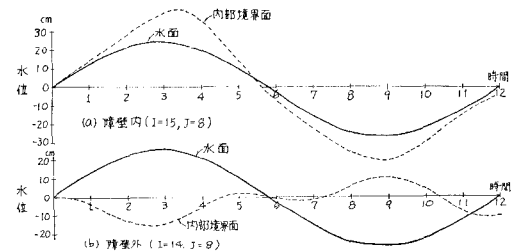


図-4 代表点における水面と内部境界面の水位時間変化

(但し境界層では零) とした。

このような条件で計算した投入開始 6 時間後 (流れは正方向から負方向への転流時) における濃度分布を示すと 図-5 (a), (b), (c) のようになる。拡散は概ね第 1, 2

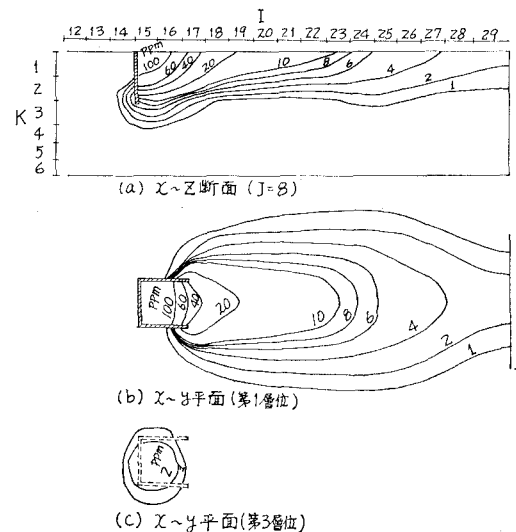


図-5 濃度分布 (正→負方向転流時)

および3層位に集中し、境界面の通過量はこの時点では小さいのが判る。

4. ま と め

本報告で述べた成層時の流れおよび拡散の数値モデルについてまとめるとつぎのとおりである。

- 1) 成層時の流れおよび拡散は三次元のレーヤ・レベル混成モデルにより再現することができる。
- 2) 内部境界面により鉛直流は抑制される。
- 3) 内部境界面の鉛直変位はそれ自体不安定である。
- 4) 沈降速度が無視できる(又は小さい)物質に対しては成層時に内部境界面に沿う拡散を明瞭に表現できる。

以上、成層時の流れおよび物質拡散に関する三次元レ

ヤ・レベル混成モデルについて述べたが、内部境界面での摩擦や拡散係数などについては不明な点が多くこの点について今後さらに研究してゆく予定である。

最後に、本研究を遂行するに当り貴重な助言をいただいた京都大学工学部岩垣雄一教授に謝意を表すると共に、本モデルの計算には日本アイビーエム社の協力を得ていることを付記する。

参 考 文 献

- 1) 堀口孝男・富田 勇・堀江 毅: 三次元モデルによる流れと拡散の数値解法について, 第24回海岸工学講演会論文集, pp. 447-451, 1977.
- 2) 堀口孝男・富田 勇・堀江 毅: 三次元モデルによる流れと拡散の数値解法について(その2), 第25回海岸工学講演会論文集, pp. 508-512, 1978.