

また図中に示す z 座標 L_k は各層の層厚 h_k を用いて以下のように定義される。

$$L_k = -\sum_{q=1}^k h_q \quad (k=1, 2, \dots, b) \quad \dots\dots(5)$$

k 番目の層における平均流速は以下のように求められる。

$$\bar{u}_k = \frac{1}{h_k} \int_k u dz \quad \bar{v}_k = \frac{1}{h_k} \int_k v dz \quad \dots\dots(6)$$

鉛直方向に海底から k 番目の層まで積分された連続の式は以下になる。

$$\int_k \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dz = 0 \quad \dots\dots(7)$$

(7) 式を用いると k 番目の層での鉛直方向流速成分はつぎのように求まる。

$$w(L_k) = -\sum_{q=k}^b \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (h_q \bar{u}_q) + \frac{\partial}{\partial y} (h_q \bar{v}_q) \right\} \quad \dots\dots(8)$$

水表面に対しては次式が成立する。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \sum_{q=1}^b \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (h_q \bar{u}_q) + \frac{\partial}{\partial y} (h_q \bar{v}_q) \right\} = 0 \quad \dots\dots(9)$$

k 番目の層における運動方程式はつぎに示すように求まる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial t} + \bar{u}_k \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x} + \bar{v}_k \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial y} &= f \bar{v}_k - \frac{1}{\rho_k} \frac{\partial P_k}{\partial x} \\ &+ \frac{1}{h_k} \left[\frac{\partial (h_k \tau_{xxk})}{\partial x} + \frac{\partial (h_k \tau_{xyk})}{\partial y} + \tau_{xz k}^u + \tau_{xz k}^l \right] \end{aligned} \quad \dots\dots(10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}_k}{\partial t} + \bar{u}_k \frac{\partial \bar{v}_k}{\partial x} + \bar{v}_k \frac{\partial \bar{v}_k}{\partial y} &= f \bar{u}_k - \frac{1}{\rho_k} \frac{\partial P_k}{\partial y} \\ &+ \frac{1}{h_k} \left[\frac{\partial (h_k \tau_{yxk})}{\partial x} + \frac{\partial (h_k \tau_{yyk})}{\partial y} + \tau_{yz k}^u - \tau_{yz k}^l \right] \end{aligned} \quad \dots\dots(11)$$

(10), (11) 式中の水圧 P_k は以下のような静水圧近似を用いる。

$$P_k = \rho_1 g(\eta - L_1) + \rho_2 g(L_1 - L_2) + \dots + \rho_k g(L_{k-1} - z) \quad \dots\dots(12)$$

各層内におけるせん断応力は以下のようにあらわされる。

$$\tau_{xxk} = A_l \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x} \quad \tau_{xyk} = \tau_{yxk} = A_l \left(\frac{\partial \bar{u}_k}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_k}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{yyk} = A_l \frac{\partial \bar{v}_k}{\partial y}$$

$\tau_{xz k}^u, \tau_{xz k}^l$ はそれぞれ k 番目の層と $k-1$ 番目, $k+1$ 番目の層間のせん断力を示す。 $\tau_{yz k}^u, \tau_{yz k}^l$ についても同様である。

流れと同じ考え方によって, k 番目の層における拡散方程式は以下のように求められる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{c}_k}{\partial t} + \bar{u}_k \frac{\partial \bar{c}_k}{\partial x} + \bar{v}_k \frac{\partial \bar{c}_k}{\partial y} + \frac{1}{h_k} \{ (wc)_{k-1/2} - (wc)_{k+1/2} \} \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial \bar{c}_k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial \bar{c}_k}{\partial y} \right) \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{h_k} D_z \left\{ \left(\frac{\partial c}{\partial z} \right)_{k-1/2} - \left(\frac{\partial c}{\partial z} \right)_{k+1/2} \right\} \quad \dots\dots(13)$$

(3) 有限要素法による離散化

基礎方程式の離散化にあたっては, 有限要素法に重みつき残差法の考えをとり入れた Galerkin 法によって行なう。要素は各層で3節点三角形要素を用い, 形状関数には一次の内挿式を用いた。三角形の各節点における値 u_i, v_i, η_i, c_i を用いて要素内の u, v, η, c は総和規約を用いると以下に示すように内挿される。

$$\begin{aligned} u &= \Phi_\alpha u_\alpha & v &= \Phi_\alpha v_\alpha & \eta &= \Phi_\alpha \eta_\alpha & c &= \Phi_\alpha c_\alpha \\ &\dots\dots\dots & & & & & & \dots\dots\dots \end{aligned} \quad \dots\dots(14)$$

重み関数についても同様に以下に示す内挿をする。

$$\begin{aligned} u^* &= \Phi_\alpha u_\alpha^* & v^* &= \Phi_\alpha v_\alpha^* & \eta^* &= \Phi_\alpha \eta_\alpha^* & c^* &= \Phi_\alpha c_\alpha^* \\ &\dots\dots\dots & & & & & & \dots\dots\dots \end{aligned} \quad \dots\dots(15)$$

(13) 式を (9), (10), (11), (13) 式に代入すると u, v, η, c は近似値であるので残差 R を生じる。Galerkin 法では残差 R に重み関数 W を乗じ解析領域 V で積分した値をゼロとする。

$$\int_V R W dV = 0 \quad \dots\dots(16)$$

また二次の微分項については部分積分をほどこし, Gauss の発散定理を適用する。運動方程式は k 番目の層について以下に示すように求まる。ここで簡単のため $\bar{u}_k = u$ とあらわし, 表記法には総和規約を用いた。

$$\begin{aligned} M_{\alpha\beta} \dot{u}_\beta + K_{\alpha\beta\gamma}^1 u_\beta u_\gamma + K_{\alpha\beta\gamma}^2 u_\beta v_\gamma - f M_{\alpha\beta} v_\beta \\ + \frac{1}{\rho} N_{\alpha\beta}^1 P_\beta + A_l (S_{\alpha\beta}^1 + S_{\alpha\beta}^2) u_\beta \\ - \frac{1}{h} M_{\alpha\beta} (\tau_{xz\beta}^u - \tau_{xz\beta}^l) = 0 \quad \dots\dots(17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{\alpha\beta} \dot{v}_\beta + K_{\alpha\beta\gamma}^1 v_\beta u_\gamma + K_{\alpha\beta\gamma}^2 v_\beta v_\gamma + f M_{\alpha\beta} u_\beta \\ + \frac{1}{\rho} N_{\alpha\beta}^2 P_\beta + A_l (S_{\alpha\beta}^1 + S_{\alpha\beta}^2) v_\beta \\ - \frac{1}{h} M_{\alpha\beta} (\tau_{yz\beta}^u - \tau_{yz\beta}^l) = 0 \quad \dots\dots(18) \end{aligned}$$

連続の式はつぎのようになる。

$$M_{\alpha\beta} \dot{\eta}_\beta = \sum_{k=1}^b \{ h_k N_{\alpha\beta}^1 u_\beta + h_k N_{\alpha\beta}^2 v_\beta \} = 0 \quad \dots\dots(19)$$

拡散方程式は k 番目の層でつぎのように求まる。

$$\begin{aligned} M_{\alpha\beta} \dot{c}_\beta + K_{\alpha\beta\gamma}^1 u_\beta c_\gamma + K_{\alpha\beta\gamma}^2 v_\beta c_\gamma \\ + \frac{1}{h} M_{\alpha\beta} \{ (wc)_\beta^u - (wc)_\beta^l \} + (D_x S_{\alpha\beta}^1 + D_y S_{\alpha\beta}^2) c_\beta \\ - \frac{1}{h} M_{\alpha\beta} \left\{ \left(\frac{\partial c}{\partial z} \right)_\beta^u - \left(\frac{\partial c}{\partial z} \right)_\beta^l \right\} = 0 \quad \dots\dots(20) \end{aligned}$$

ここに各係数マトリックスは以下のようにあらわされる。

$$M_{\alpha\beta} = \int \Phi_\alpha \Phi_\beta dV \quad K_{\alpha\beta\gamma}^1 = \int \Phi_\alpha \Phi_\beta \Phi_\gamma dV$$

$$K_{\alpha\beta\gamma}^2 = \int \Phi_\alpha \Phi_\beta \Phi_\gamma dV \quad N_{\alpha\beta}^1 = \int \Phi_\alpha \Phi_\beta dV$$

$$N_{\alpha\beta}^2 = \int \phi_{\alpha} \phi_{\beta, y} dV \quad S_{\alpha\beta}^1 = \int \phi_{\alpha, x} \phi_{\beta, x} dV$$

$$S_{\alpha\beta}^2 = \int \phi_{\alpha, y} \phi_{\beta, y} dV$$

3. 計算例

恒流成分にくらべて潮汐流成分が小さいという日本海沿岸の流れの一般的な特徴が富山湾（伏木富山港前面海域）においても，現地観測の結果をみれば顕著にあらわれている。したがって流れの解析は恒流成分にのみ限定した。図-2 に解析領域とその水深を示す。この海域では水深 200～300 m の通称“あいがめ”と呼ばれる海底峡谷が小矢部川，庄川の河口付近にまで侵入しており，特異な海底地形をしている。解析にあたっては水深方向に 10 層に分割した。1 層目の要素分割を図-3 に示す。

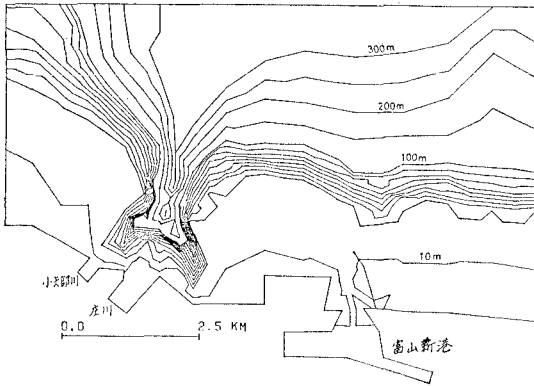


図-2 解析領域と水深

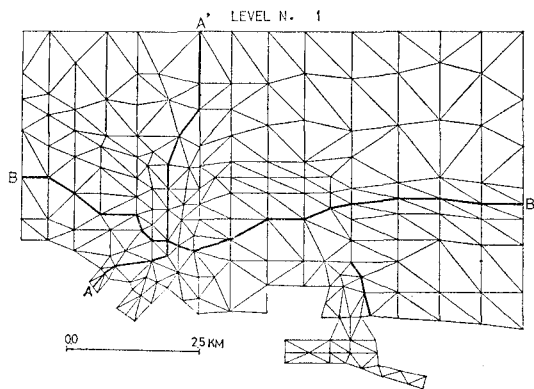


図-3 要素分割（第一層）

恒流の再現計算にあたっては外洋境界に水位差を与えることによって解析を行なった。解析結果より平面流速分布図を 1, 3, 5 層目について図-4 より図-6 に示す。また図-3 中に示した B-B' 断面における鉛直断面

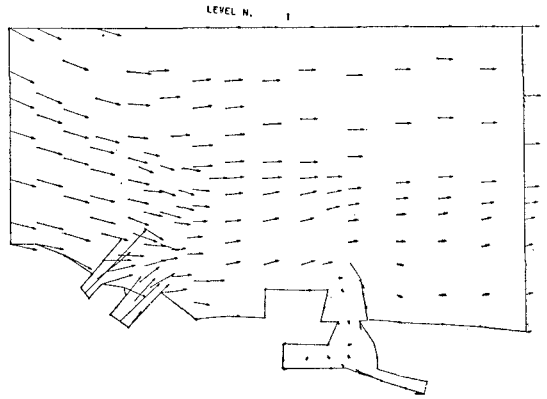


図-4 流速分布（-3.75 m）

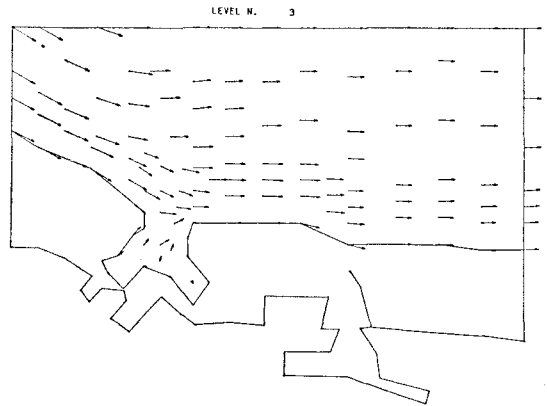


図-5 流速分布（-27.5 m）

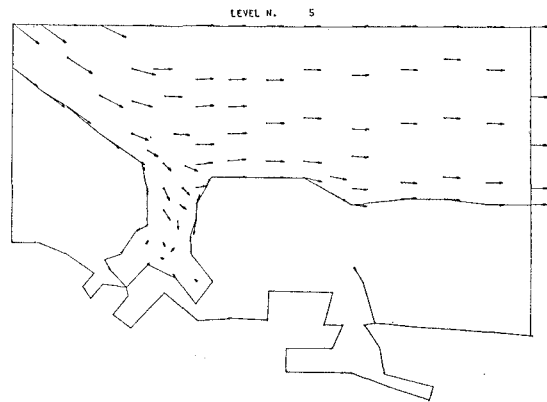


図-6 流速分布（-85 m）

の流速分布を図-7 に示す。平面流速分布図より“あいがめ”と呼ばれる水深急変図では深いところでの流速が微弱になっており，流速の水深方向変化がはげしいことがわかる。

上記で求められた流れを用いて COD 拡散解析を行な

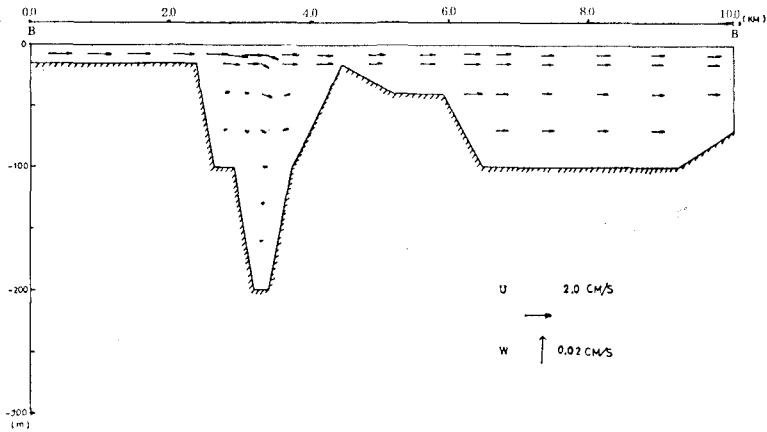


図-7 流速分布 (B-B' 断面)

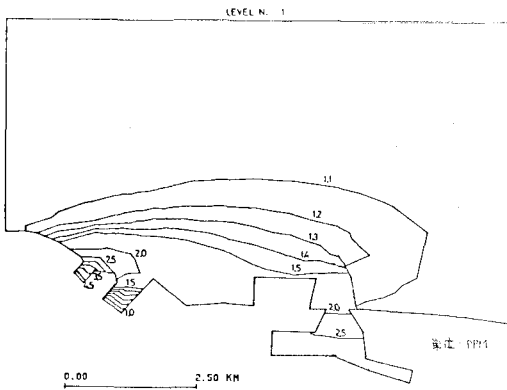


図-8 濃度分布 (-3.75 m)

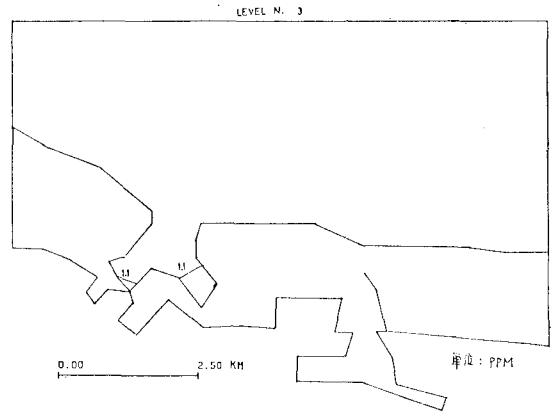


図-10 濃度分布 (-27.5 m)

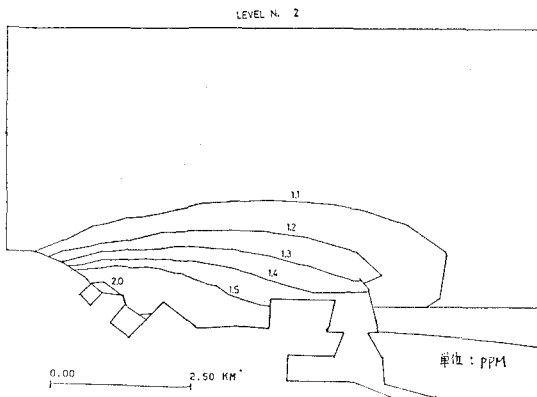


図-9 濃度分布 (-11.25 m)

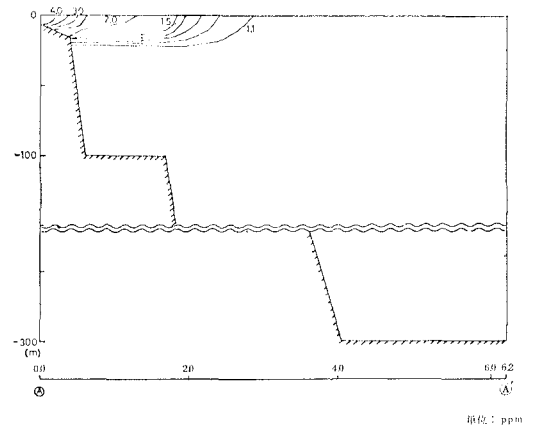


図-11 濃度分布 (A-A' 断面)

った。拡散係数は沿岸に平行方向を $10^8 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 、垂直方向を $10^5 \text{ cm}^2/\text{sec}$ とした。また水深方向の拡散係数は $10 \text{ cm}^2/\text{sec}$ とした。解析の結果、得られた上層3層の平面的な等濃度線を 図-8 より 図-10 に示す。また 図-3 中に示した A-A' 断面における鉛直方向の等濃度線を 図-11 に示す。この結果にかんするかぎり、鉛直方向

に水深 20~30 m より深いところには COD の拡散の影響が少なくなっている。

4. おわりに

海域における、三次元流れに着目して、有限要素法を

用いたモデルの開発を行なった。そのモデルを富山湾（伏木富山港前面海域）に適用し、本海域の流況と COD 拡散解析を行なった。また本解析結果より、富山湾のような水深変化がはげしい海域の流れ及び拡散解析に、二次元一層モデルを適用する際には、計算上実水深を設定するよりも水深の深いところを無視した最大水深の設定をした方が望ましいことが予想される。

参 考 文 献

- 1) Leendertse, J. J., R. C. Alexander and S. K. Liu: A three dimensional model for estuaries and coastal seas, Vol. 1, Principles of computation, Technical Report of RAND Corporation.
 - 2) Leendertse, J. J. and S. K. Liu: A three dimensional model for estuaries and coastal seas, Vol. 2, Aspect of computation, Technical Report of RAND Corporation.
-