

# 鉛直壁の近くで放出された plume の振舞い

吉 田 次 郎\*・永 田 豊\*\*

## 1. 緒 言

Plume の振舞いは、沿岸域での温排水の深層排出の問題や、一般的には積雲の発達過程、煙突からの煙の大気中への拡散の問題に関連して、古くから Morton, Taylor & Turner<sup>1)</sup>, Turner<sup>2)</sup>, Hino<sup>3)</sup>, Tsang<sup>4)</sup>, など数多くの研究者によって研究されている。しかし, plume が複数個存在する場合の相互作用, 或は plume が鉛直壁の近傍で放出された場合の振舞いの研究は少ない。

Pera & Gebhart<sup>5)</sup> は定常状態に於ける複数個の laminar plume の相互作用について調べている。彼らによると, 2 個の plume を近接して放出した場合, plume は互いの方向に傾き, 源より或る程度の距離の所で合体し, その後は 1 つの plume として振舞う。この事は, 2 つの plume の対称面を鉛直壁で置き換えると, plume が壁の方へ引き寄せられることとなり, jet を壁の傍で放出した場合の Coanda effect<sup>6)</sup> に対応した現象が起きていることとなる。又, Pera らは, laminar plume 間の相互作用は, 平行した 2 つの無限に長い線源から 2 次元的に放出される場合の方が, 有限の長さの線源から放出される 3 次元的な場合より強いことを示した。これは, 3 次元的な場合には, 2 本の plume で挟まれた領域の水は, 有限な線源の端の方から水平方向に水の供給を受けることが出来て, この供給された水が, plume の壁への傾きを妨げる為と思われる。

今回の研究では, 複数個の forced plume (以降単に plume という場合は forced plume の事である) 間の相互作用の基本的な性質を明らかにする為に, 最も簡単な 2 個の 2 次元 plume の相互作用を, 対称面を鉛直壁で置き換えて, 1 個の plume を壁の傍で放出し, その振舞いを非定常状態を含めて調べた。

## 2. 実験方法

実験装置の概略を図-1 に示す。水槽は, 長さ 100 cm, 深さ 100 cm, 巾 3 cm のアクリル製で, 水槽にはすべての実験を通して最初に, 密度  $\rho_2 (=1.000 \text{ g/cm}^3)$  の真水

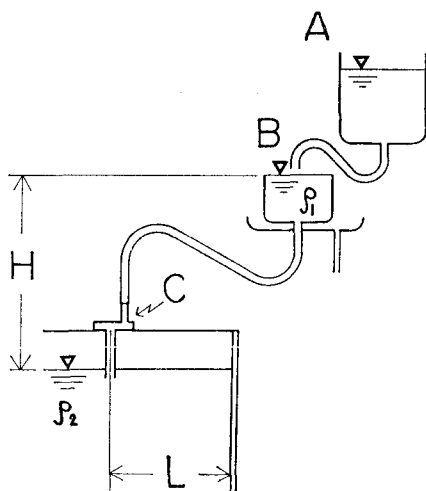


図-1 実験装置

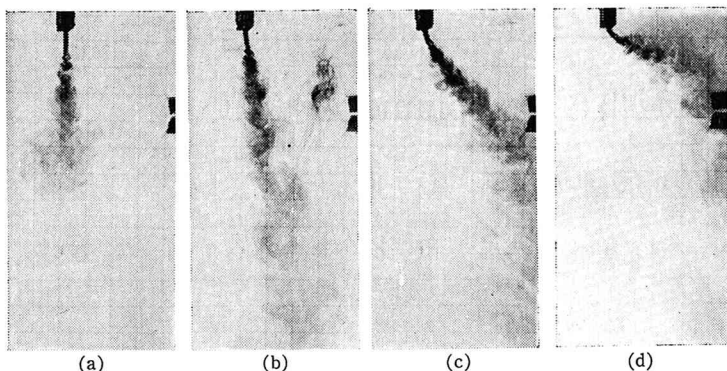
を深さ 90 cm まで満たし, 水槽内の流れが治るまで暫くの間放置し, その後, slot C より食塩水を放出した。slot の開口部は,  $0.3 \text{ cm} \times 3.0 \text{ cm}$  の長方形である。食塩水は, 高所に位置する水溜め A に溜め, 中間に位置する水溜め B を通して slot C に供給した。食塩水は, 水溜め B で常にあふれさせ, 個々の実験で圧力水頭差  $H$  をほぼ一定に保つ様にした。今回の実験では, 圧力水頭差  $H$  を調節する事により, 供給される食塩水の flow rate を  $1.17 \text{ cm}^2/\text{sec}$  から  $2.06 \text{ cm}^2/\text{sec}$  まで変化させた。flow rate は水面の上昇から算出した。系を支配するこの他の変数は, 食塩水の密度  $\rho_1$  と slot から鉛直壁までの距離  $L$  の 2 つである。今回の実験では, 食塩水と真水の密度差  $\Delta\rho_0 = \rho_1 - \rho_2$  は,  $0.015 \text{ g/cm}^3$ ,  $0.027 \text{ g/cm}^3$ ,  $0.033 \text{ g/cm}^3$ ,  $0.040 \text{ g/cm}^3$ ,  $0.060 \text{ g/cm}^3$ , の 5 種類の場合について行い, slot と鉛直壁の間の距離  $L$  は,  $5 \text{ cm}$  から  $20 \text{ cm}$  まで  $5 \text{ cm}$  毎に変化させた。食塩水は染料で着色し, その振舞いは 5 秒毎に写真に撮り, plume の中心軸の傾きを写真から読み取った。

## 3. 鉛直壁近傍での plume の発達

2 次元 plume を壁の傍で放出したときの時間変化を,  $L=15 \text{ cm}$ ,  $\Delta\rho_0=0.027 \text{ g/cm}^3$ ,  $2b_0u_0=1.23 \text{ cm}^2/\text{sec}$  (こ

\* 学生会員 理修 東京大学大学院理学系研究科

\*\* 正 会 員 理博 東京大学助教授 理学部地球物理学科



写真—1 鉛直壁の近傍での plume の時間変化

(a) 放出後 5 秒 (stage I) (b) 放出後 20 秒 (stage II)  
(c) 放出後 40 秒 (stage III) (d) 放出後 115 秒 (stage IV)

で  $b_0$  は, slot 開口部の半値巾,  $u_0$  は slot 開口部での食塩水の速度) の場合に, 写真—1 の (a)~(d) に示す, 食塩水の供給を開始した直後の段階に於ては, plume は鉛直壁に影響されず, 発達しながら 写真—1—(a) に示す様に, 下部に円形の front (cap) を持つ一般の starting plume として鉛直に降下する (stage I). plume の cap の外縁が鉛直壁に触れる頃, すなわち cap の半径が増大して,  $L$  に等しくなる頃から, plume の中心軸は, 壁の方へ傾き始める. 傾きの角度  $\theta$  の変化の度合いは, 傾き始めの段階 (stage II) では遅く, それに続く段階 (stage III) では非常に早くなる. この 2 つの段階における plume の典型的な状態を, 写真—1—(b) (stage II), 写真—1—(c) (stage III) に示す. stage II から stage III への遷移は非常にはっきりとしており, 容易に目視で確認できる. 一般に, stage II に於ては, plume は cap の部分で壁に接触し, stage III に於ては, cap の背後の定常 plume 部で接触する. 又, stage III に於ては, plume の壁側の側面, 壁, 水面とで作られる三角領域内の水は他の部分と隔離された形となる. この段階で plume は三角領域から盛んに水を取り込んでおり, 領域下部から若干の plume の着色水が取り込まれるものの, これが, stage III における plume の傾きの急激な変化の原因となっているものと思われる. しかし, 時間の経過と共に, 三角領域は下方から取り込まれた plume の着色水で埋めつくされ, ほぼ定常な状態となる (stage IV). しかし, この stage でも三角領域内の着色水は, plume 水と比して色が薄く, 又, 壁を右側にみて, 反時計回りの循環をしており, plume の領域との識別は容易である. plume の傾きは, stage IV で最大となる.

## 4. 結果と考察

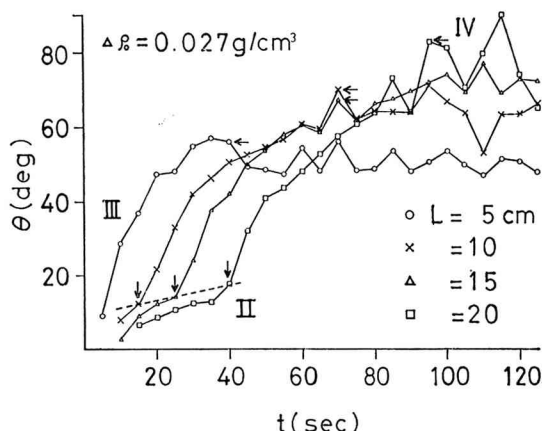
### 4.1 stage から stage への遷移時刻

Plume の中心軸の傾きの角度  $\theta$  の時間変化の例を図—2 に示す.  $\Delta\rho_0=0.027 \text{ g/cm}^3$ ,  $2b_0u_0=1.23 \text{ cm}^2/\text{sec}$  の場合である. 横軸は食塩水供給開始時からの時間であり,

各 stage から stage への遷移時刻は, この様な図を各実験に対して描いて決めた. stage I から stage II への遷移は, 写真の撮影間隔が粗いため, 目視で決定した.

図—2 から, 遷移時刻は slot の位置  $L$  に強く依存している事がわかる. さらに, 1 つの目安として,  $\theta$  が  $30^\circ$  になる時間をとると, これは  $L, \Delta\rho_0^{-1/3}, u_0^{-1/3}$ , に比例している事がわかった.

2 次元 plume の性質は, Lee & Emmons<sup>7)</sup>, が以下の様な仮定を用い調べている.



図—2  $\theta$  の時間変化 (垂直方向の矢印は stage II から stage III 水平方向の矢印は stage III から stage IV への遷移点を示す.)

(1) Plume の鉛直速度  $u(x, y)$  と密度過多  $\Delta\rho(x, y)$  の水平分布は, すべての深さで相似で Gauss 分布を持つものとする. すなわち

$$u(x, y) = u(x)e^{-y^2/b^2(x)} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\Delta\rho(x, y) = \Delta\rho(x)e^{-y^2/b^2(x)} \quad \dots\dots\dots (2)$$

である. 但し,  $x$  は, slot 開口部から鉛直下方の,  $y$  は, plume の軸から水平の距離である.  $b(x)$  は, 各量の水平分布の特性長であり,  $u(x), \Delta\rho(x)$  はそれぞれ軸上における鉛直速度, 密度過多である.

(2) 周囲水の plume に連行される割合は  $u(x)$  に比例する. すなわち

$$|v(x, -\infty)| = |v(x, \infty)| = \alpha u(x) \quad \dots\dots\dots (3)$$

である. ここで  $v(x, y)$  は水平速度,  $\alpha$  は連行係数であり, Lee らは  $\alpha=0.16$  という値を得ている.

以上の仮定と, 質量, 運動量, 密度過多の各保存式を用いると, Boussinesq 近似のもとで,

$$b(x) = \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} \left( x + \frac{b_0\sqrt{\pi}}{2\alpha} \right) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$u(x) = 2^{-1/6} \pi^{1/6} \alpha^{-1/3} Q^{1/3} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$g \frac{\Delta \rho(x)}{\rho_1} = 2^{-5/6} \pi^{1/3} \alpha^{-2/3} Q^{2/3} \left( x + \frac{b_0 \sqrt{\pi}}{2\alpha} \right)^{-1} \quad \dots\dots\dots (6)$$

が得られる。ここで  $Q = b_0 u_0 g \Delta \rho_0 / \rho_1$  は浮力 flux である。これらの式からわかる様に、 $Q$  が 2 次元 plume の主要な性質を決定づける量である。

$Q$  と  $L$  の 2 つの量から作られる時間の次元を持った量は、

$$LQ^{-1/3} = L(b_0 u_0 g \Delta \rho_0 / \rho_1)^{-1/3} \quad \dots\dots\dots (7)$$

となり、前述の  $\theta = 30^\circ$  になる時間が  $L, \Delta \rho_0^{-1/3}, u_0^{-1/3}$  に比例する事と合致する。

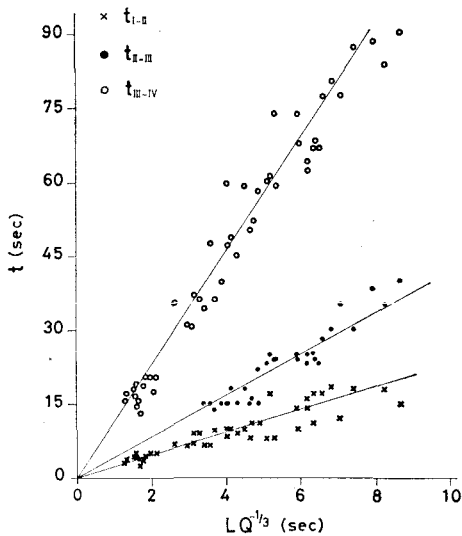


図-3 遷移時刻と  $LQ^{-1/3}$  の関係

図-3 に  $\theta$  の時間変化の曲線から求めた stage から stage への各遷移時刻  $t_{I-II}$  (x),  $t_{II-III}$  (●),  $t_{III-IV}$  (○), を  $LQ^{-1/3}$  に対して示す。かなりのバラツキがあるものの各遷移時刻は、 $LQ^{-1/3}$  に比例している。各遷移時刻の  $LQ^{-1/3}$  に対する比例関係を最小 2 乗法によって求めたものを図中に直線で示してある。この様に各遷移時刻は  $Q$  と  $L$ , すなわち plume を支配する浮力 flux と slot の位置によって決まってくることが示され、この事は、目視で  $t_{I-II}$  が plume の cap の縁が鉛直壁に接触する時刻に対応し、 $t_{II-III}$  が cap 背後の定常 plume 部が鉛直壁に接触する時刻に対応した事の定性的な説明を与えるものである。

#### 4.2 stage III における plume の傾きの変化率

$\theta$  の時間変化率は stage III において最大である。plume の側面、壁、水面からなる三角領域の水を考え、領域下部からの水の供給を無視すると、plume の側面からの連行加入による三角領域内の水の減少から  $\theta$  の時間変化率を求める事ができる。もちろん現実には三角領域下部から水の供給があるから、この様にして得られた推定値は、 $\theta$  の時間変化率の最大可能出現値となるであろう。

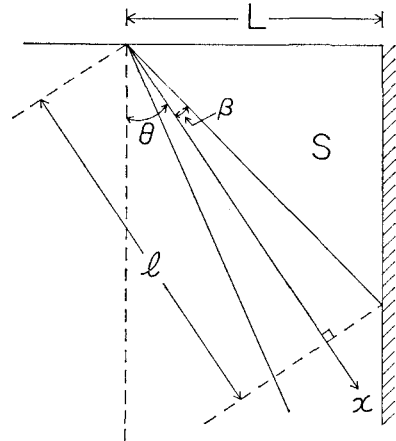


図-4 壁に接触している plume の模式図

簡単に為し、plume の性質はその傾きや、鉛直壁の存在によっては影響されないとする。図-4 に示す様に、三角領域から水を連行するのは、plume の  $0 < x < l$  の部分である。ここで  $x$  は slot の開口部から軸に沿っての距離であり、 $l$  は

$$l = L \operatorname{cosec}(\theta + \beta) \cos \beta \quad \dots\dots\dots (8)$$

で与えられる。ただし

$$\tan \beta = 2\alpha / \sqrt{\pi} = 0.18 \quad \beta = 10^\circ 12' \quad \dots\dots\dots (9)$$

であり、又、slot の半値巾  $b_0$  は十分に小さいとして、(4) において  $b_0 \sqrt{\pi} / 2\alpha$  は無視した。三角領域の面積  $S$  の時間変化は

$$dS/dt = - \int_0^l \alpha u dx \quad \dots\dots\dots (10)$$

で与えられる。ここで  $S = 1/2 \cdot L^2 \cot(\theta + \beta)$  であり、 $u$  は (5) から  $x$  に無関係であるので、(10) に代入して

$$\begin{aligned} d\theta/dt &= \frac{2\alpha u}{L} \cos \beta \sin(\theta + \beta) \\ &= 35.8 L^{-1} Q^{1/3} \sin(\theta + 10^\circ 12') \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

を得る。

Stage III の初期にあたる  $\theta = 30^\circ$  のときの  $d\theta/dt$  を  $\theta$  時間変化の曲線から読み取り、 $(LQ^{-1/3})^{-1}$  に対して描

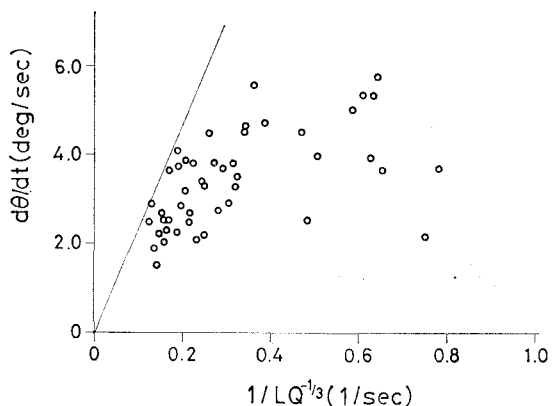


図-5  $\theta = 30^\circ$  における  $d\theta/dt$  と  $1/LQ^{-1/3}$  の関係

いたものが図-5である。(11)から得られる $\theta = 30^\circ$ における $d\theta/dt$ の推定値は図に実線で示してあるが、推定値は、実測値の上限を与えている事がわかる。

実験から得られる $\theta$ の時間変化曲線と(11)から得られる曲線と比較したものを、3つの $L$ の場合に図-6に

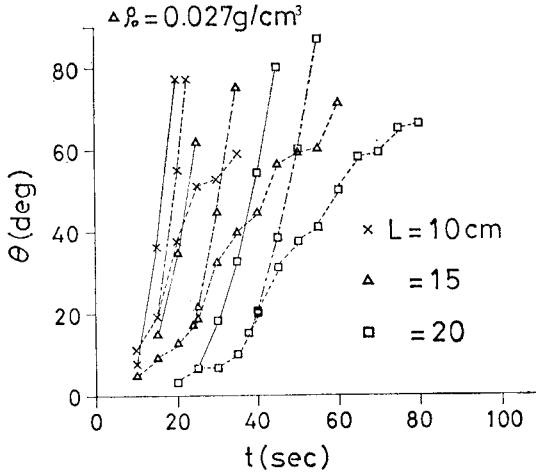


図-6  $\theta$  の時間変化の実験曲線と理論曲線との比較

示す。点線は実験から得られた曲線で、実線と一点鎖線は(11)を積分したもので、それぞれ積分を stage II の開始時刻, stage III の開始時刻から開始したものである。図からわかる通り, stage III の初期においては、実験曲線と理論曲線はかなり良く一致している。この事は、stage III の初期においては、三角領域の下部からの水の供給は少なく、時間と共に増大していくのではないかとと思われる。又、この事から、stage III から stage IV への遷移は、三角領域下部からの水の供給と、plume への連行加入が釣り合う時であると考えることが出来る。

#### 4.3 準定常的な状態 (stage IV) における plume の傾き

図-2 にみられる通り, stage IV における傾きの角度  $\theta_{IV}$  は、slot の位置  $L$  に従って増大する傾向がみられる。図-7 は密度差  $\Delta \rho_0$  を変化させて、 $\theta_{IV}$  を  $L$  に対

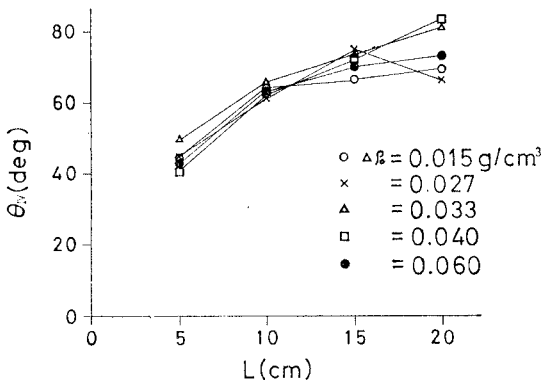


図-7  $\theta_{IV}$  と  $L$  の関係

して描いたもので、 $\theta_{IV}$  と  $\Delta \rho_0$  の間には、はっきりとした関係は認められなかった。

stage IV の定常状態をもたらす機構としては、三角領域内に鉛直壁を右にみての、反時計回りの循環があり、この回転運動により、plume の軸と三角領域中心との間に圧力差が生じ、plume 自体の密度過多による重力に抗して plume を持ち上げ、傾かせる事が考えられる。Story et al<sup>6)</sup> は、水面下で鉛直壁から水平に放出された 2 次元 jet の振舞いを調べ、jet が自由表面に引き寄せられ、水面、鉛直壁、jet に囲まれた三角領域に回転運動が存し、その為、jet が水面に引き寄せられるとした。今回の実験では、 $\theta_{IV}$  は  $\Delta \rho_0$  によらなかった事から、彼らの解析をもとに、三角領域中での回転運動が、plume の jet としての特性で決まると考える。すなわち、jet を特徴づける量としての  $u_0$  と  $b_0$ , slot の位置  $L$  から圧力の次元を持つ量を求めると、次の形をとる。

$$\rho_1 u_0^2 f(L/b_0) \dots\dots\dots (12)$$

ここで  $\rho_1$  は放出される水の密度であり、 $f$  は任意の関数を表わす。(5)を用い(12)に代入すると、回転運動による静水圧部分を除いた三角領域の中心と plume の軸の間の圧力差  $\Delta p_1$  は、

$$\Delta p_1 = 2^{-1/3} \pi^{1/3} \alpha^{-2/3} \rho_1 Q^{2/3} f(L/b_0) \dots\dots\dots (13)$$

となる。

一方、密度過多による、鉛直軸から  $\theta_{IV}$  傾いている plume の静止している流体の側と plume の軸との間の圧力差  $\Delta p_2$  は

$$\Delta p_2 = \int_{-\infty}^0 \Delta \rho g \sin \theta_{IV} dy \dots\dots\dots (14)$$

で与えられるが、(2)と(6)を用いると

$$\Delta p_1 / \rho_1 = 2^{-5/6} \pi^{1/3} \alpha^{-2/3} Q^{2/3} x^{-1} (g \cos \theta_{VI})^{-1} e^{-\pi y^2 / 4 a^2 x^2} \dots\dots\dots (15)$$

が得られる。ここで(6)式中の  $g$  は、plume が鉛直軸から  $\theta_{IV}$  傾いていることより  $g \cos \theta_{IV}$  で置き換えてある。(15)を(14)に代入すると

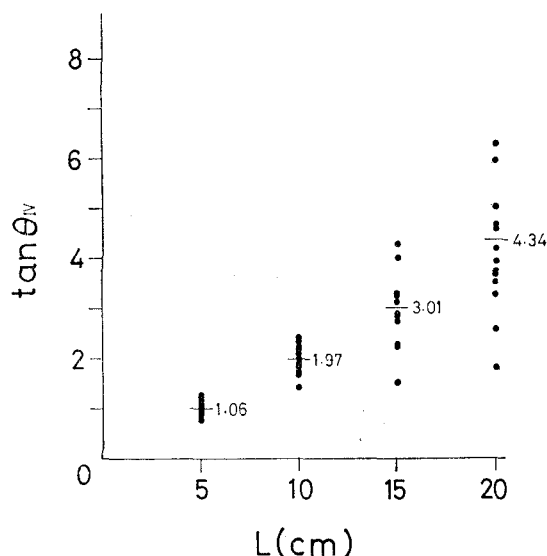
$$\Delta p_2 = 2^{-5/6} \pi^{1/3} \alpha^{1/3} \rho_1 Q^{2/3} \tan \theta_{IV} \dots\dots\dots (16)$$

が得られる。準定常状態である stage IV では、 $\Delta p_1$  と  $\Delta p_2$  が釣り合っていると考えると

$$\tan \theta_{IV} = 2^{1/2} \alpha^{-1} f(L/b_0) \dots\dots\dots (17)$$

となる。

実験から得られた  $\tan \theta_{IV}$  を  $L$  に対して描いたものを図-8に示す。かなり大きなバラツキを示してはいるものの、 $\tan \theta_{IV}$  は、ほぼ  $L$  に比例している。この事は上述の議論が有効であることを示しており、stage IV における三角領域での回転運動が、plume の運動量 flux によってのみ決定されることを示唆しているが、図-8 の関係は、 $L$  が大きくなると、 $\theta_{IV}$  が  $90^\circ$  に近づくことを示しており、 $L$  が非常に大きくなる所では直接には適用できないと考えられる。

図-8  $\tan \theta_{IV}$  と  $L$  の関係

## 5. 結 論

鉛直壁の近傍で 2 次元 plume を放出し、その振舞いを実験的に調べた。plume の発達時間経過は以下の 4 つの段階に分かれる事がわかった。

(stage I) plume は近傍に壁が存在しない場合の、一般の starting plume と同様に振舞う。傾きの角度は 0 である。

(stage II) plume の cap 外縁部分が鉛直壁に接触している段階で、plume は鉛直壁の方に傾き始めるが、傾きの角度の変化率は小さい。

(stage III) plume が鉛直壁と定常 plume 部で接触している段階で、傾きの角度の変化率は大きい。この stage の後半では、plume の壁側の側面、鉛直壁、水面で囲まれた三角領域内の水は、三角領域下部から盛んに水の供給を受け、傾きの角度の変化率はやや減少する。

(stage IV) plume の傾きの角度は、多少のふらつきはあるものの、ほぼ一定になる。

それぞれの stage で、plume の振舞いに対して物理的なモデルを考え、stage から stage への遷移時刻、stage III での傾きの角度の変化率、stage IV において、傾きの角度と slot の位置の関係について考察を試みた。

実験データには、かなりのバラツキがあり、又、モデルにはまだ曖昧な仮定を残しているにもかかわらず、今

回のモデルは実験結果をかなりよく説明しうる様に思われる。

注意すべき現象として、準定常状態である stage IV において、水面付近の三角領域に plume の着色水が溜まる事が挙げられる。このことは沢山の冷水 plume 源が、狭い海域の表面に並べられた場合、回りの水より過多の密度を持った水が、plume 源に囲まれた領域の海面近くに滞留する可能性を示している。海洋温度差発電 (OTEC) の場合、莫大な量の深海冷水が水面近くに汲み上げられる (100 Mw 級の発電の場合、深さ 500 m からほぼ 230 m<sup>3</sup>/sec の割合) が、もし多数の OTEC プラントが、限定された海域に設置されると、冷水の放出による plume 間の相互作用や、地球の回転の影響 (冷水塊の半径が内部変形半径を越える場合) などのために、海面近くに人為的冷水塊が生成される可能性がある。水面近くに溜った冷水塊は、温水側の表面水の取り込みに影響する恐れがある一方、深海から栄養素を、太陽の輻射エネルギーが浸透する表層にもたらす事により、生物生産の増加を促す効果をもつであろう。

本研究を行うにあたり、東京大学地震研究所の梶浦欣二郎教授、相田勇講師、東京大学理学部の深沢理郎氏、戸田いずみ氏には貴重な御助言を賜った。深く感謝する次第である。

## 参 考 文 献

- 1) Morton, B. R., G. I. Taylor and J. S. Turner: Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous source, Proc. Roy. Soc. London, A234, pp. 1-23, 1956.
- 2) Turner, J. S.: The "starting plume" in neutral surroundings, J. Fluid Mech., Vol. 13, pp. 356-368, 1962.
- 3) Hino, M.: Forced plumes in a stably stratified fluid, Trans. JSCE, No. 86, pp. 29-37, 1962.
- 4) Tsang, G.: Laboratory study of two-dimensional starting plumes, Atmos. Environ., Vol. 4, pp. 519-544, 1970.
- 5) Pera, L. and B. Gebhart: Laminar plume interactions, J. Fluid Mech., Vol. 68, pp. 259-271, 1975.
- 6) Reba, I.: Application of the Coanda effect, Sci. American, Vol. 214, pp. 84-92, 1966.
- 7) Lee, S. L. and H. W. Emmons: A study of natural convection above a line fire, J. Fluid Mech., Vol. 11, pp. 353-368, 1962.
- 8) Story, R. L., M. H. Stenhouse and A. Hsia: Vortex containment of submerged jet discharge, Proc. ASCE, HY9, pp. 1585-1597, 1973.