

河口の内部フルード数の持つ意味とその分布

柏村正和*・梶井浩**

1. 序 文

河川水が海上に流出するときの力学的挙動は、海水が河口内に入る、いわゆる塩水くさびの力学と表裏の関係にあるが、後者の研究がさかんであったのに較べて、前者は、近年の温排水、産業廃水などのもたらす環境問題に関連して話題が持たれる程度で、密度流の力学としては、研究が進んでいるとは云い難い。

塩水くさびの研究で、河口条件として内部フルード数 Fi が1の値をとることは、今日では常識であるが、河口を通過する河川水の側から見て、この Fi が海上でどのように分布するかという点についての研究の意義は、従来明らかにされていなかったと云えよう。この現象が単なる好奇心にとどまる問題ではなく、力学的に深い意味を持つものであることをここに強調したい。筆者の一人は第16回国際海岸工学会議で、この意義について発表を行なった¹⁾。今回の報告はその続編で、実際の河口附近の現地観測結果を整理して、 Fi の水平分布の実例を示そうとするものである。

要点を述べれば、河川水の河口流出は高速気流における遷音速流の力学と全く相似の現象で、内部フルード数 Fi とマッハ数 M を交換すれば、両者は完全に同じ方程式に支配されるものであり、その結果、河口を出た淡水流は河口外の海上に Fi が1より大きい領域を形成し、亜音速流中に置かれた翼の一部に音速、超音速 ($M \geq 1$) の領域を作る現象と同じ範疇のものである。ここに、この考え方の理論的背景を概説した上で、実際の海上での実態を示したい。

2. 河口を流出する流れの力学

河口を通過する淡水流は、一時的に加速されるとともに²⁾³⁾⁴⁾、海水との密度差にもとづく浮上効果により、その厚みを減じつつ海上にひろがる。そのひろがり方は、淡水の流量や淡塩水の密度差の程度に応じていろいろな流線パターンを持つことは既に過去の研究で明らかにされている³⁾⁴⁾⁵⁾。流量が増すと下層からの海水連行がはげ

しくなり、淡水中の含有塩分は急激に増加し、平面噴流に似た流況に近ずいていく。温排水のように高い内部フルード数で放出される流れは連行現象を度外視して問題を扱うことはできないが、河川流出の場合としてはひとまず連行を除外し、淡塩両水の密度差による密度流的挙動にのみ注目してその力学的考察を進めてもよからう。

粘性および連行を除けば、淡水中への塩分混入はないので必然的に下層海水は静止の状態と扱えるし、淡水の密度も一定としてよい。淡水がこのような条件下で定常流を形成するとすれば、運動方程式二つと連続方程式はそれぞれ下記の如くに与えられる⁶⁾。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \epsilon g \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \epsilon g \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(hu) + \frac{\partial}{\partial y}(hv) = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

x, y は流心方向、それに直角方向の座標とし、 h は淡水厚、 ϵ は $\epsilon = 1 - (\rho_1/\rho_2)$ 、 ρ_1, ρ_2 は淡水海水の密度とする。混合を無視するので ϵ は常数となる。これら三式が密度流の性質を表わす基本式で、もし粘性や連行を考慮するときは、上式にそれぞれの項を附加すればよい。

川の上流で一樣な淡水流速を考えれば、粘性を無視しているため非回転流として扱えるので、

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}, \quad u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (4)$$

の如く、速度ポテンシャル ϕ を導入することができる。

(3) 式を

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{h} \left(u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} \right) = 0$$

のように変形し、(1), (2) 式も

$$\frac{1}{\epsilon g h} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

$$\frac{1}{\epsilon g h} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial y} = 0$$

に書き変えて、 $(\partial h/\partial x)/h$, $(\partial h/\partial y)/h$ の項を消去すれば、

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\epsilon g h} \left\{ u \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + v \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right\}$$

* 正 会 員 理博 北海道大学工学部教授 数物系共通講座

** 学生会員 北海道大学大学院工学研究科博士課程

が得られ、これに非回転条件の(4)式を代入して、

$$\left(1 - \frac{u^2}{\varepsilon gh}\right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - 2 \frac{uv}{\varepsilon gh} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} + \left(1 - \frac{v^2}{\varepsilon gh}\right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(5)$$

を導くことができる。

この式は、空気力学でよく知られている2次元ポテンシャル流の方程式⁷⁾、

$$\left(1 - \frac{u^2}{a^2}\right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - 2 \frac{uv}{a^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} + \left(1 - \frac{v^2}{a^2}\right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(6)$$

と全く同形である。ここに、 a は気流中の局所音速を与える。この a が(5)式では $\sqrt{\varepsilon gh}$ に代っているだけである点に注目したい。(6)式は2階偏微分方程式であって、 u, v を x, y の関数として考えれば、この方程式の判別式 D は、

$$D = \left(\frac{uv}{a^2}\right)^2 - \left(1 - \frac{u^2}{a^2}\right)\left(1 - \frac{v^2}{a^2}\right) = \frac{q^2}{a^2} - 1 = M^2 - 1 \quad \dots\dots\dots(7)$$

となり、(6)式は、 $M < 1$ (亜音速)で楕円型、 $M = 1$ (音速)で放物型、 $M > 1$ (超音速)で双曲型になることが判り、実際の流れではこれら3種が混在するタイプの混合方程式、すなわち、遷音速流の流況を記述する方程式になっている。ここに、 $q^2 = u^2 + v^2$ であり、 M は、 $M = q/a$ でマッハ数を与える。例えば $M = 1$ に近い亜音速で飛行する航空機の翼面の局部的領域とか、ラヴァール管の如く、中央のくびれた部分などに、音速、超音速の領域が現れる現象がこれに相当する。(図-1)。

Examples of gas flow

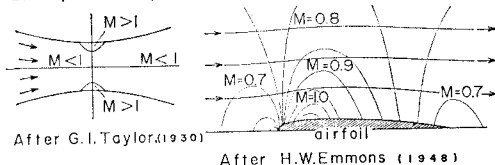


図-1 遷音速流の例

(5)式は、このような圧縮性流体力学の経験事実と同一の現象が、河口流に起ることを示すものである。すなわち、(5)式の判別式は、

$$D = \frac{q^2}{\varepsilon gh} - 1 = F_i^2 - 1 \quad \dots\dots\dots(8)$$

であり、 $F_i < 1$, $F_i = 1$, $F_i > 1$ に応じて楕円、放物、双曲の方程式であることが判るが、塩水くさびが河口内に存在するときに、河口で $F_i = 1$ 、河口内で $F_i < 1$ であることは昔からよく知られているし、また河口外で $F_i > 1$ になることも、筆者の一人の野外観測から判っていることであり³⁾、淡水の流れは河口内で楕円型、河口外で双曲型に遷移する混合型方程式に支配されていること

が認められるのである。従って河口外にはあたかも高速気流のように超音速領域に相当する $F_i > 1$ の超臨界領域が平面的に形成されていることが予想される。ついでに述べると式(3)から出る流れ関数 ϕ ($hu = \partial\phi/\partial y$, $hv = -\partial\phi/\partial x$) についても、非回転の条件下では(5)式の ϕ の代りに ψ と置いた同形の式が誘導できる。

このように、河口流出密度流の性質は、遷音速流と同様の性質を持つことが明らかになった。もし出水時に塩水くさびが河口外に押し出された場合は、河口内から $F_i > 1$ が成り立つが、これは全域超音速流の流れに相当し、例えば洪水流とか、温排水などはこれに属する現象であると云える。また、きわめて流出速度がおそく、塩水くさびは十分に発達しているような状況では、上流で $F_i \ll 1$ であることが考えられるので、河口を含む外海でも、 $F_i < 1$ が至る所なりたつ楕円型方程式に支配される可能性もあるように思われる。その時は、いわゆる河口条件 $F_i = 1$ は成り立たなくなる筈である。

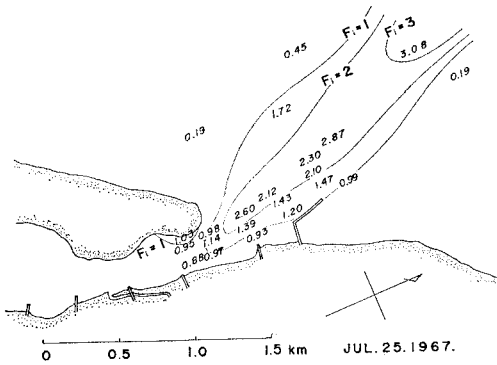
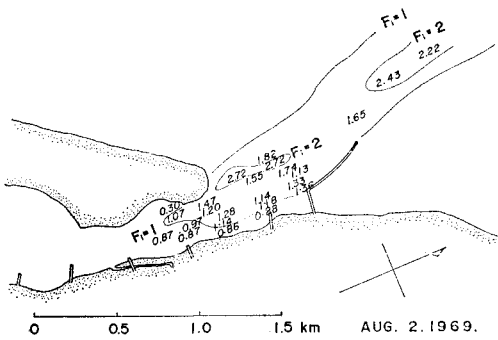
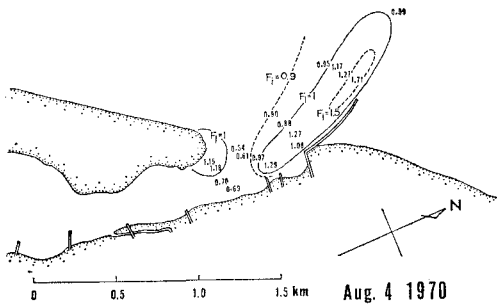
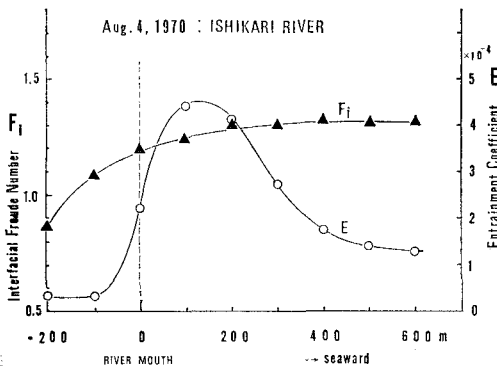
(5)式から ϕ を数値計算により求め、 F_i の水平分布を得る試みを現在行なっているが、混合型方程式であるため河口附近の扱いが困難で、まだ完成していない。しかし、従来知られていた河口での淡水の一時加速現象とか、 $F_i > 1$ 領域の形成などは、断片的にはあるが計算結果に現れていることを附記したい。

以上の考察にもとずき、過去に行なった野外観測結果から計算した F_i の水平分布、あるいは流心に沿う F_i の変化の状況などの数例を次節にて紹介する。

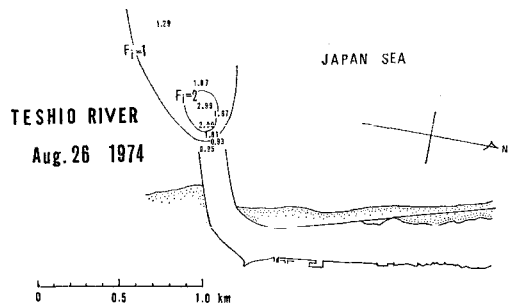
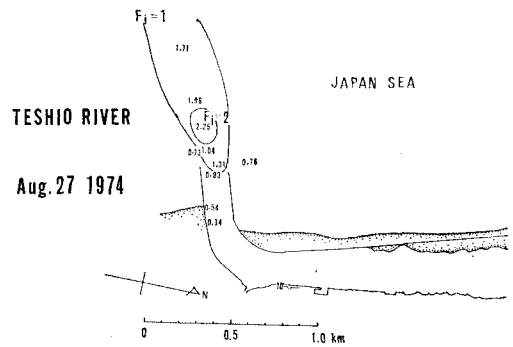
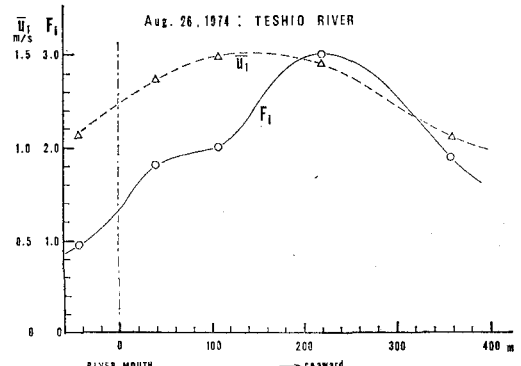
3. 現地観測による内部フルード数の水平分布

以上述べたような事情から、河口外で F_i が水平にどのように分布するかは、きわめて興味あることである。ここに石狩川と天塩川における数例を示すことにする。 F_i を構成する因子、 u (淡水層鉛直平均流速)、 h (淡水厚さ)の決め方は、いろいろ議論のある所だが、筆者は電気伝導度の対数の鉛直勾配が最も急な深度、または、これで決め難い時は塩素量濃度が13~14‰の深度をもって淡水厚とし、その中の流速鉛直分布から平均淡水流速 u を求めている。従って定義の仕方では F_i の値が人により若干異なるあいまいさを持つが、一度決めた方式を崩さずに計算を進めることが水平分布をとる際には肝要である。 ε の決定には、電気伝導度と水温の実測値から、海洋観測常用表所載の、Thomas-Thompson-Utterbackの換算表を補間して塩素量濃度を割り出し、Knudsen式を用いて現場密度に換算して求めている。

図-2~5は、石狩川河口におけるもので、河口附近で $F_i = 1$ の領域が始まり、 $F_i > 1$ の領域が沖へ伸びていくことが判る。三例中、図-2の場合が最も流量が多く、図-4が少ない。流量が多いほど、このような超臨界領域は広くなり、 F_i の最大値も増大する。図-4は、こ


 図-2 F_i の水平分布 (石狩川)

 図-3 F_i の水平分布 (石狩川)

 図-4 F_i の水平分布 (石狩川)

 図-5 流心に沿う F_i の変化 (石狩川河口沖)

の領域がせまいが、河口左岸先端部に、別に $F_i > 1$ の超臨界域が作られているのが見られ、ポテンシャル流的性質から流速が早く、淡水厚がうすい領域を形成しているものと思われる。またこの図から、流心沿いに F_i が増加し最大値の点を越えて再び減衰していくことが判る。 F_i が増大すれば淡水の混合を促進し、流出流のエネルギー散逸をもたらすので、それが原因の一つかとも思われるが、混合を考えない場合でも、数値計算の結果にはこのような傾向が見られることを附記しておく。図-5 は、図-4 の場合の流心に沿った F_i 値変化を示したもので、表面塩分濃度の増加から計算した連行係数 E の変化をも記載してある。 E が河口外で一時的に大


 図-6 F_i の水平分布 (天塩川)

 図-7 F_i の水平分布 (天塩川)

 図-8 流心に沿う F_i の変化 (天塩川河口沖)

きくなる原因は二層界面波の不安定による砕波にもとず
くものと思われる。

図-6~8 は、天塩川河口におけるものである。測点
が少ないので、 $F_i > 1$ の超臨界領域の形状については決
め難いが、傾向としては石狩川とほとんど変りがない。

図-8 は、図-7 の流心に沿った F_i の変化を記したも
ので、淡水流速 u の変化をも記載してある。河口外での
一時的加速は、この場合にも認められる。 F_i が沖に行
くに従って再び値が低くなることも示されている。

4. 結 び

河口流出淡水の挙動は、気流の遷音速流と、力学的に
同様のふるまいを示し、その場合マッハ数の役割りを、
内部フルード数がはたしている。従って亜音速流の中に
超音速領域が局部的に現れる現象と同じく、河口外に内
部フルード数が1より大きくなる領域が形成されることが
予測され、実際の河口での実例をあげて、この事実を
確認した。今後の研究としては、現在行ないつつある数
値計算による領域の形状、範囲の追究と、河口外での淡
塩水間の連行混合を考慮に入れた理論の発展が主になる

参 考 文 献

- 1) Kashiwamura, M. and S. Yoshida: Outflow dynamics at a river mouth, Proc. 16th Conf. Coast. Eng., 1978, ASCE, 1979.
- 2) Kashiwamura, M. and S. Yoshida: Transient acceleration of surface flow at a river mouth, Coast. Eng. in Japan, Vol. 14, pp. 135~142, 1971.
- 3) 柏村正和: 河川水の海上への拡がり, 水工学シリーズ, 75-B-7, 土木学会水理委員会, pp. B-7-1~20, 1975.
- 4) Kashiwamura, M. and S. Yoshida: Flow pattern at a river mouth, Int. Symposium on Stratified Flows, Novosibirsk, USSR, 1972, ASCE, pp. 587~592, 1973.
- 5) Kashiwamura, M. and S. Yoshida: Outflow pattern of fresh water issued from a river mouth, Coast. Eng. in Japan, Vol. 10, pp. 109~115, 1967.
- 6) Kashiwamura, M.: Dynamical singularities of two-layered flow at the outlet of an open channel, Memoirs, Fac. Eng., Hokkaido Univ., Vol. 15, No. 1 (No. 66), pp. 93~99, 1979.
- 7) Sears, W. F.: Transonic potential flow of a compressible fluid, J. Appl. Phys., Vol. 21, pp. 771~778, 1950.