

離岸流に関する研究

——波の浅水変形を考慮した場合の理論流速分布形——

佐々木 幹夫*・尾崎 晃**

1. はじめに

波と流れの場合は複雑で、未解明な現象も多く、理論解析の展開にあたっては何らかの仮説に基づき、解を得ることになる。これまでの著者らの理論解析では¹⁾、流れの基本式に現われている波高 H に関して、砕波帯外では水深に関係なく一定なものとして近似してきた。また、砕波帯外における渦動粘性係数 ε および底面摩擦係数 $\tilde{C}$ (速度の次元をもつ) についても場所に無関係に一定なものとして近似してきた。これは、砕波帯外では、 H が沖波波高 H_0 のオーダーである点に着目したこと、また、波の運動の場所的な変化は平均流の変化に比べて緩やかである点に根拠をおいたものである。室内実験で観測してみると、波と流れの場でも波の浅水変形はみられ、砕波する直前で波高 H は急激に増大する。ここに、波の浅水変形を考慮し、 ε および $\tilde{C}$ が水深によって変化する場合の理論流速分布形を明らかにしてみる。

2. 基礎方程式と解

座標系は、静止時の汀線に重なるように y 軸、これと直角冲向き、離岸流軸と重なるように x 軸をとる。波は海岸に直角に入射している。流れの x, y 成分を u, v とする。流れを支配する連続および運動の方程式は次のように書ける²⁾。

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(du_i)=0, \quad d=h+\xi_0 \quad (1)$$

$$-g \frac{\partial \xi_k}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\tilde{C} u_i}{d} = 0 \quad (2)$$

$$\bar{\tau}_{ij} = -\bar{P}_i \delta_{ij} + \rho \varepsilon \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (x \geq x_B) \quad (3)$$

ここに、 h は静水深、 ξ_k は摂動³⁾の k 次のオーダーの平均水位上昇高、 g は重力加速度、 ρ は流体の密度、 $\bar{P}_i$ は Hinze の平均乱れ圧力³⁾、 x_B は砕波点の x 座標である。 ε および $\tilde{C}$ は次のように表わせる (Thornton, 1970)⁴⁾。

$$\varepsilon = c_2' \frac{H^2}{8\pi^2} \frac{gT}{d} \quad (4)$$

$$\tilde{C} = c_4' \frac{c_f}{2\pi} \frac{gH}{\sqrt{gd}} \quad (5)$$

上式の c_2', c_4' は補正係数、 T は波の周期、 c_f は摩擦係数である。波高 H は砕波点に近づくときと急に大きくなる。 H は実際の現象として、

$$H = H_0 + c_7/d \quad (6)$$

とも書ける。ここに、補正係数 c_7 は H が砕波点で H_B になるものとすれば

$$c_7 = \gamma d_B'^2 \gamma_0'$$

ここに

$$\gamma_0' = 1 - \gamma_0, \quad \gamma_0 = H_0/H_B, \quad \gamma = H_B/d_B \quad (7)$$

となる。 d_B は砕波点での d である。

次のような無次元量

$$\xi = d/d_B, \quad \eta = y/y_r, \quad y_r = Y_r/2 \quad (8)$$

$$u^* = u/\sqrt{gd_B}, \quad v^* = v/\sqrt{gd_B} \quad (9)$$

を導入する。上式の Y_r は離岸流の間隔、 y_r は循環流の沿岸方向の規模である。

式 (2~9) より、次のような u^*, v^* の方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & 2\lambda' \frac{\partial^2}{\partial \eta \partial \xi} \left\{ f_{c0}(\xi) \left(\lambda' \frac{\partial v^*}{\partial \eta} - \frac{\partial u^*}{\partial \xi} \right) \right\} \\ & + \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - \lambda^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) \left\{ f_{c0}(\xi) \left(\frac{\partial v^*}{\partial \xi} + \lambda' \frac{\partial u^*}{\partial \eta} \right) \right\} \\ & - \mu_0' \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} (f_{cf}(\xi) v^*) - \lambda' \frac{\partial}{\partial \eta} (f_{cf}(\xi) u^*) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

ここに、

$$\lambda' = \lambda m/i_0, \quad \lambda = X_B/y_r, \quad X_B = x_B + x_S \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} m &= \partial d / \partial x \quad (x \leq x_B) \\ i_0 &= \partial d / \partial x \quad (x \geq x_B) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$f_{c0}(\xi) = (\gamma_0 + \gamma_0'/\xi)^2 / \xi \quad (13)$$

$$f_{cf}(\xi) = (\gamma_0 + \gamma_0'/\xi) / \xi^{3/2} \quad (14)$$

$$\mu_0' = (c_4' c_f / i_0) (4\pi / c_2' i_0 \gamma P), \quad P = T \sqrt{g/d_B} \quad (15)$$

x_S は平均汀線の後退距離である。

u^*, v^* は次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} u^* &= \sum_{n=1}^{\infty} A_{jn} \varphi_{jnu}(\xi) \cos n\pi\eta \\ v^* &= \sum_{n=1}^{\infty} A'_{jn} \varphi_{jnv}(\xi) \sin n\pi\eta \end{aligned} \right\} \quad j=1, 2 \quad (16)$$

* 正会員 工博 八戸工業大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科

添字 $j=(1,2)$ は (砕波帯内, 砕波帯外) を意味する.

$\varphi_{1nu}, \varphi_{1nv}, A'_{1n}$ は次のように与えられる.

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{1nu}(\xi) &= -\frac{X_{1n}(\xi)}{\xi} \\ \varphi_{1nv}(\xi) &= \frac{1}{\xi} \frac{dX_{1n}(\xi)}{d\xi} \\ A'_{1n} &= A_{1n}/k_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

ここに,

$$k_n = n\pi\lambda = n \cdot (2\pi/Y_r^*) \dots\dots\dots (18)$$

X_{1n} は文献 2) における式 (65) で与えられよい. Y_r^* は無次元離岸流間隔 ($= Y_r/X_B$) である. 砕波帯外では式 (1, 16) より, $A_{2n}, A'_{2n}, \varphi_{2nv}$ は次のように,

$$\left. \begin{aligned} A_{2n} &= A_{1n} \\ A'_{2n} &= A_{2n}/k'_n, \quad k'_n = k_n m/i_0 \\ \varphi_{2nv} &= -\frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} (\xi \varphi_{2nu}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

と表わせる. 故に, 式 (16, 17, 19) より, φ_{2nu} を求めれば u^*, v^* はわかることになる.

φ_{2nu} の境界条件は次式となる.

(i) 砕波点, すなわち, $\xi=1$ にて,

$$\left. \begin{aligned} u^* \text{ の連続より } \quad \varphi_{2nu}(1) &= \varphi_{1nu}(1) \\ v^* \text{ の連続より } \quad \varphi_{2nv}(1) &= \frac{m}{i_0} \varphi_{1nv}(1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

(ii) 沖 すなわち, $\xi \rightarrow \infty$ にて

$$\left. \begin{aligned} u^* &= 0 \text{ より } \quad \varphi_{2nu}(\xi) \rightarrow 0 \\ v^* &= 0 \text{ より } \quad \varphi_{2nv}(\xi) \rightarrow 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

いま, φ_{2nu} を次のように,

$$\varphi_{2nu} = a_{n1} e^{-t} + a_{n2} t e^{-t} + \sum_{m=3}^{\infty} a_{nm} t^{m-1} e^{-t} \dots\dots (22)$$

ここに,

$$t = \log \xi \dots\dots\dots (23)$$

とおくと, この φ_{2nu} は沖における境界条件, 式 (21) を満足していることになる. さらに, 砕波点における境界条件, 式 (20) を満たすようにすると,

$$\left. \begin{aligned} a_{n1} &= \varphi_{1nu}(1) \\ a_{n2} &= -\frac{m}{i_0} \varphi_{1nv}(1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

となる.

さて, 式 (19) の関係を用い, 式 (16) を式 (10) に代入すると φ_{2nu} の方程式として次式を得る.

$$L_{2n} \{\varphi_{2nu}\} = 0 \dots\dots\dots (24)$$

ここに,

$$\begin{aligned} L_{2n} &= P'_{n4} \frac{d^4}{dt^4} + P'_{n3} \frac{d^3}{dt^3} + P'_{n2} \frac{d^2}{dt^2} \\ &+ P'_{n1} \frac{d}{dt} + P'_{n0} \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} P'_{n4} &= e^t P_{n4} \\ P'_{n3} &= e^t (4P_{n4} + P_{n3}) \\ P'_{n2} &= e^t (6P_{n4} + 3P_{n3} + P_{n2}) \\ P'_{n1} &= e^t (4P_{n4} + 3P_{n3} + 2P_{n2} + P_{n1}) \\ P'_{n0} &= e^t (P_{n4} + P_{n3} + P_{n2} + P_{n1} + P_{n0}) \end{aligned} \right\} \dots\dots (26)$$

$$\left. \begin{aligned} P_{n4} &= e^{-5t} f_{e0}(t) \\ P_{n3} &= -9e^{-5t} f_{e0}(t) + 2e^{-5t} f'_{e0}(t) \\ P_{n2} &= (26e^{-5t} - 2k_n'^2 e^{-3t}) f_{e0}(t) \\ &\quad - 11e^{-5t} f'_{e0}(t) + e^{-5t} f''_{e0}(t) \\ &\quad - \mu_0' e^{-3t} f_{cf}(t) \\ P_{n1} &= (-24e^{-5t} + 5k_n'^2 e^{-3t}) f_{e0}(t) \\ &\quad + (14e^{-5t} - 2k_n'^2 e^{-3t}) f'_{e0}(t) \\ &\quad - 2e^{-5t} f''_{e0}(t) + 2\mu_0' e^{-3t} f_{cf}(t) \\ &\quad - \mu_0' e^{-3t} f'_{cf}(t) \\ P_{n0} &= (k_n'^4 e^{-t} - 2k_n'^2 e^{-3t}) f_{e0}(t) \\ &\quad - k_n'^2 e^{-3t} f'_{e0}(t) + k_n'^2 e^{-3t} f''_{e0}(t) \\ &\quad + \mu_0' k_n'^2 e^{-t} f_{cf}(t) \\ f_{e0}(t) &= \gamma_0^2 e^{-t} + 2\gamma_0 \gamma_0' e^{-2t} + \gamma_0'^2 e^{-3t} \\ f'_{e0}(t) &= \frac{d}{dt} \{f_{e0}(t)\}, \quad f''_{e0}(t) = \frac{d^2}{dt^2} \{f_{e0}(t)\} \\ f_{cf}(t) &= \gamma_0 e^{-3/2t} + \gamma_0' e^{-5/2t}, \\ f'_{cf}(t) &= \frac{d}{dt} \{f_{cf}(t)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

よって, 式 (22) のように φ_{2nu} をとると, 残差 R

$$R = L_{2n} \left\{ \sum_{m=0}^M a_{nm} t^{m-1} e^{-t} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

が残る. よって, 重みつき残差

$$\int_0^\infty \omega_f(t) R(a_{nm}, t) dt = 0 \dots\dots\dots (29)$$

を作り, 重み関数を次式のように

$$\omega_f(t) = \delta(t - t_j) \dots\dots\dots (30)$$

Dirac のデルタ関数を探ると, 式 (25~30) より, a_{nm} を決める次のような行列式を得る.

$$[B_{njm}][a_{nm}] = [d_{nj}] \dots\dots\dots (31)$$

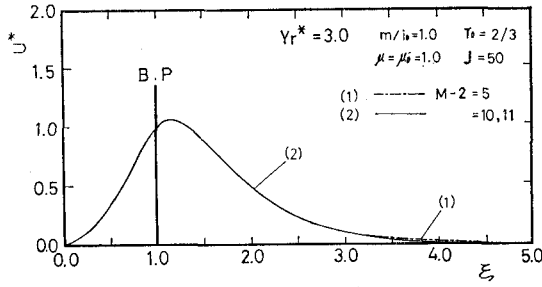
ここに,

$$\begin{aligned} B_{njm} &= [P_{n4} m'(m'-1)(m'-2)(m'-3) t^{m'-4} \\ &\quad + P_{n3} m'(m'-1)(m'-2) t^{m'-3} \\ &\quad + P_{n2} m'(m'-1) t^{m'-2} \\ &\quad + P_{n1} m' t^{m'-1} \\ &\quad + P_{n0} t^{m'}]_{t=t_j} \quad \text{ここに } m' = m-1 \end{aligned} \dots\dots\dots (32)$$

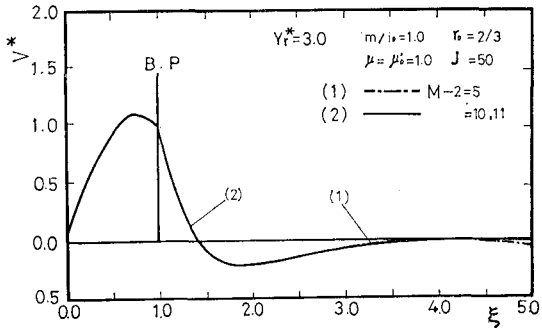
$$d_{nj} = [-\{(P_{n1} + P_{n0} t) a_{n2} + P_{n0} a_{n1}\}]_{t=t_j} \dots\dots (33)$$

$[B_{njm}], [a_{nm}], [d_{nj}]$ はそれぞれ $(J, M-2), (M-2, 1), (J, 1)$ 型のマトリクスである. J は選点数, $M-2$ は a_{n1} および a_{n2} の二つを除いた未定係数 $a_{nm} (m \geq 3)$ の数である.

Y_r^* の小さい, 純循環型離岸流の場合, 式 (16) の初項だけでよい. したがって, 砕波点における離岸流の流



(a)



(b)

図—1

表—1 項数と解の収束

$U^*(\xi, 0)$ $Y_r^* = 3.0$ $\tau_0 = 2/3$ $\mu = \mu' = 1.0$ $m/i_0 = 1.0$ $J = 50$

d/d_B	M-2 (未知定数の数)			
	7	10	11	12
1.0	1.000	1.000	1.000	1.000
1.5	0.901	0.902	0.902	0.902
2.0	0.505	0.505	0.505	0.505
2.5	0.241	0.241	0.241	0.241
3.0	0.107	0.106	0.106	0.106
3.5	0.046	0.044	0.044	0.044
4.0	0.020	0.018	0.018	0.018
$ R _{\max}$	0.018	0.0012	0.00012	0.00012

$V^*(\xi, 1/2)$

d/d_B	M-2			
	7	10	11	12
1.0	0.983	0.983	0.983	0.983
1.5	-0.093	-0.093	-0.093	-0.093
2.0	-0.208	-0.207	-0.207	-0.207
2.5	-0.135	-0.136	-0.136	-0.136
3.0	-0.068	-0.069	-0.069	-0.069
3.5	-0.031	-0.032	-0.032	-0.032
4.0	-0.013	-0.014	-0.013	-0.013

速 u_1^*

$$u_1^* = u^*|_{\xi=1, \tau=0} \dots \dots \dots (34)$$

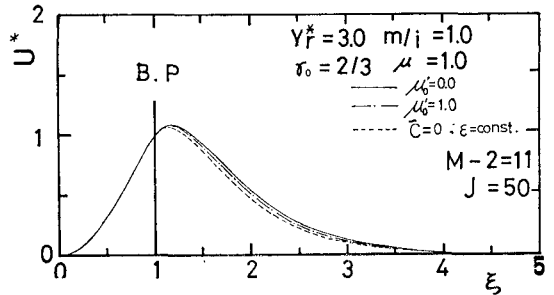
を基準にして ($u_1^* \neq 0$ の場合), 新たに, U^*, V^* を
 $(U^*, V^*) = (u^*/u_1^*, v^*/u_1^*) \dots \dots \dots (35)$

と定めると流速分布形がわかる。

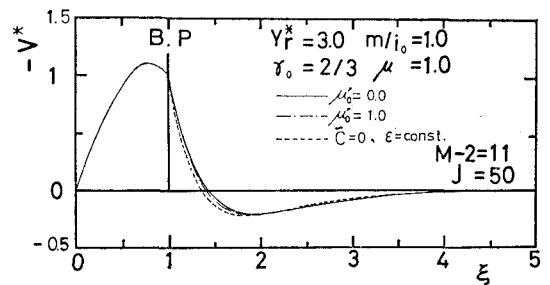
式 (24) の厳密解はないので, 逐次近似を進めていくが残差 R を求めて, 誤差の判定をする必要がある。この値の方程式および本節のような試行関数を用いた場合, 解を項数 $(M-2)=10 \sim 11$, 選点数 $J=40 \sim 50$ で厳密解と 10^{-8} で一致させることを前論文¹⁾で示した。図—1 (a) (b) は $U^*(\xi, 0)$ および $V^*(\xi, 1/2)$ について, 未知定数 a_{nm} の数を次第に多くした場合の収束状況を示したものである。表—1 は図と同じ $U^*(\xi, 0)$, $V^*(\xi, 1/2)$ を表にしてみたもので, $(M-2)$ が $10 \sim 12$ で U^*, V^* の値には変化ないことがわかる。以上により, 項数 $M-2=10$, 選点数 $J=50$ 程度で十分な精度の解が得られていることがわかる。

3. 結果と考察

波高の変化を取り入れると τ_0 も流れに関連する因子となる。しかし, $H_B/H_0=1/\tau_0$ は特別な波を除けば, $1.0 \sim 2.0$ 程度の値である。実際の現象として $1/\tau_0$ の値を $1/\tau_0=1.5$ としてもよいと思われる。図—2 (a) (b) は $\tau_0=2/3$, $Y_r^*=3.0$ (故に $n=1$, 初項のみ), $\mu_0'=1.5$ の場合の流速分布形を示したものである。 $\eta=0$ での離岸流図—2 (a) および $\eta=1/2$ での沿岸流図—2 (b) の各流速分布形において, 図の U^*, V^* は同一の u_1^* が基準になっているので分布形の変化は流れの変化も表わして



(a)



(b)

図—2

いることになる。図の実線は底面摩擦を省略した場合、一点鎖線は底面摩擦を考慮した場合で、これらの比較より、流れの沖方向への広がり規模が底面摩擦により小さくなっていることがわかる。図の点線は、 ε を一定($x \geq x_B$)とし、底面摩擦を省略した場合の流速分布形である²⁾(以下、単に理論モデルと記す)。 ε , $\tilde{C}$ に波の浅水変形を取り入れると、 U^* の値は理論モデルよりも大きくなっている(図-2(a))。これは、波の浅水変形を考慮すると ε , $\tilde{C}$ は水深の増大に伴い小さくなるので、それらを一定とする理論モデルよりも平均流のエネルギー逸散が緩やかに進んでいることを示している。沿岸流の場合(図-2(b))も、流れの向きが離岸流部に向かう流れ(V^* の値が負)から向岸流部に向かう流れに変わる点の直後を除けば流速は理論モデルよりも大きくなっており、沿岸流はわずかに沖合いに広がっているものと解釈される。以上により、砕波帯の外では、循環流は理論モデルで予測する流れよりわずかにその勢いが増しているものと言える。

4. おわりに

本論文では式(6)のような波高モデルで解析を進めてみたが、式の展開はいかなる波高変化の式でも容易に考慮できるようになっている。本論文で式(6)に示した波高モデルを用いたのは、流れの基本式が摂動の1次オーダーであることから、波の浅水変形を考慮する場合でも、取り入れられるべき現象の本質は砕波する前の急激な波高の変化そのものであると考えたからである。

本論文で示した近似解は境界条件で考えた領域($\xi=1$, $\xi=\infty$)においては振動的近似的性格を示す解であるが、考察に必要な領域、すなわち、 $\xi=6$ 程度の沖合いまでにおいては、接触的近似的性格を示す解である。本論文で取扱ったような微分方程式、試行関数および重み関数の場合には未知定数よりも選点の数を多くとり、最小2

乗法で計算した方が収束は早い。

平均流のエネルギーは渦動粘性係数 ε および底面摩擦係数 $\tilde{C}$ を通じて消散する。波の浅水変形を考慮すると水深の増大に伴い ε , $\tilde{C}$ が减小するので流れのエネルギー逸散は緩やかになり、流れはより沖合いへと広がる。

参考文献

- 1) 佐々木幹夫・尾崎 晃: 離岸流に関する研究—流速分布の固有性と最小離岸流間隔—, 第24回海講論文集, pp. 600~604, 1977.
佐々木幹夫・尾崎 晃: 離岸流に関する研究—砕波帯外における底面摩擦の効果—, 第25回海講論文集, pp. 445~449, 1978.
- 2) 佐々木幹夫・尾崎 晃: 自由噴流型と純循環流型の離岸流, 土木学会論文報告集, No. 288, 1979.
- 3) Hinze, J. O.: Turbulence, McGraw-Hill, p. 24, 1975.
- 4) Thornton, E. B.: Variation of longshore current across the surf zone, Proc. 12th Conf. Coastal Eng., pp. 291~308, 1970.
- 5) LeBlond, P. H. and C. L. Tang: On energy coupling between waves and rip current, J. Geophys. Res., Vol. 79, pp. 811~816, 1974.
日野幹男: 海浜流系の発生理論, 土木学会論文報告集, No. 225, pp. 17~29, 1974.
水口 優: 固有値問題としての離岸流の間隔について, 土木学会論文報告集, No. 248, pp. 83~88, 1976.
Iwata, N.: Rip current spacing, Jou. of the Oceanographical Soc. of Japan, Vol. 32, pp. 1~10, 1976.
- 6) Tam, C. K. W.: Dynamics of rip currents, J. Geophys. Res., Vol. 78, pp. 1937~1943, 1973.
- 7) Sonu, C. T.: Field observation of nearshore circulation and meandering currents, J. Geophys. Res., Vol. 77, No. 18, pp. 3232~3249, 1972.
- 8) Sonu, C. J.: Comment on paper by C. K. W. Tam, 'Dynamics of ship currents', J. Geophys. Res., Vol. 78, pp. 8887~8889, 1973.
- 9) Tam, C. K. W.: Reply, Vol. 78, pp. 8891~8892, 1973.
- 10) Shepard, F. P. and D. L. Inman: Nearshore circulation, related to bottom topography and wave refraction, Trans. A. G. U., Vol. 31, No. 4, pp. 196~212, 1950.