

# 不規則波中における係留系の非線形現象

新井 信 一\*

## 1. 緒 言

海洋上に大型の浮遊式構造物（以上浮体と略称）を係留する場合、その安全性を確保するためには浮体の運動と係留張力の挙動を十分に把握しておく必要がある。ここで対象としたのは鎖（チェーン）でもって係留される箱型浮体である。係留浮体の運動に関する研究もいくつかあるが<sup>1)</sup>、係留力の非線形性に言及した例は少ない。鎖で係留された浮体の規則波中の運動に関して、異常に大きな張力が発生しなければ鎖による係留力の非線形性を考慮しなくてもよいことを著者等は指摘した<sup>2)</sup>。

不規則波中では変動漂流力が浮体に作用する。ここではその力も考慮して不規則波による浮体の運動と係留張力を数値シミュレーションにて求め、非線形現象の程度を調べてその評価法を考察する。

## 2. 係留浮体の運動方程式

調査の対象としたモデルを図-1に示す。 $l_m$  対の鎖で係留され、波は  $y_g$  軸方向から来襲する横波状態とする。従って浮体は Sway ( $y_g$ )、Heave ( $z_g$ )、Roll ( $\varphi$ ) の運動をする。鎖に致命的の張力が発生しないように強過ぎず、弱過ぎず、適当な張り方になっている。モデルの主要目は表-1に示す。

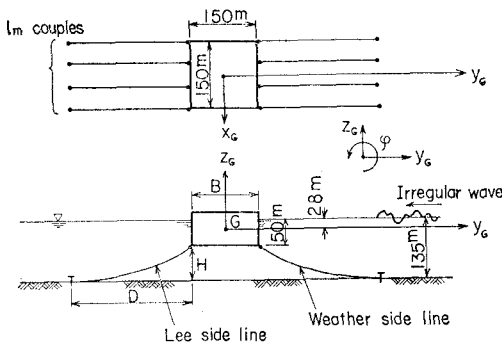


図-1 係留モデル

係留浮体の運動方程式は浮体重心点で考えて次式のようになる。

表-1 モデルの主要目

|     |                                   |                                                 |
|-----|-----------------------------------|-------------------------------------------------|
| 浮 体 | 幅 $B \times$ 長さ $L \times$ 喫水 $d$ | 150 m $\times$ 150 m $\times$ 50 m              |
|     | 静水面からの重心高さ                        | -28 m                                           |
| 係留鎖 | Roll の慣性モーメント                     | $2.76 \times 10^8 \text{ ton} \cdot \text{m}^2$ |
|     | 水平方向初期長さ $D_i$                    | 425 m                                           |
|     | 鉛直方向初期長さ $H_i$                    | 85 m                                            |
|     | 単位重量 (水中)                         | 0.191 ton/m                                     |
|     | 初期張力 $T_i$                        | 81.2 ton                                        |
|     | 本数 $2 \times / \text{m}$          | 12                                              |
| 水 深 |                                   | 135 m                                           |

$$(M_y + A_{yy})\ddot{y}_g + B_{yy}\dot{y}_g + G_y(y_g, z_g, \varphi) + A_{y\varphi}\ddot{\varphi} + B_{y\varphi}\dot{\varphi} = F_y(t) + F_D(t) \dots\dots\dots (1)$$

$$(M_z + A_{zz})\ddot{z}_g + B_{zz}\dot{z}_g + C_{zz}z_g + G_z(y_g, z_g, \varphi) = F_z(t) \dots\dots\dots (2)$$

$$(M_\varphi + A_{\varphi\varphi})\ddot{\varphi} + B_{\varphi\varphi}\dot{\varphi} + C_{\varphi\varphi}\varphi + G_\varphi(y_g, z_g, \varphi) + A_{\varphi y}\ddot{y}_g + B_{\varphi y}\dot{y}_g = F_\varphi(t) \dots\dots\dots (3)$$

今、 $i$  または  $j$  は  $y_g, z_g, \varphi$  を表わすものとするが、ここに、 $M_{ij}$  は浮体の質量または慣性モーメント、 $A_{ij}$  は流体による付加質量または慣性モーメント、 $B_{ij}$  は流体による減衰力係数、 $C_{ij}$  は流体による復元力係数、 $G_i$  は全係留鎖による係留力、 $F_i$  は不規則波による波浪強制力であり  $F_D$  は変動波漂流力である。それぞれの添字  $ij$  は  $j$  方向の運動による  $i$  方向の量であることを、また添字  $i$  は  $i$  方向の量であることを意味し、上付のドットの数 は時間微分の階数を意味している。なお、簡単化のため添字の  $y_g, z_g$  は単に  $y, z$  としている。

$G_i$  は浮体の変位に対して非線形な反力となる。その非線形性の影響を調べるために、 $G_i$  を非線形力および線形力とした場合の各々の浮体の運動と張力を求め、これらの結果を比較する。

運動方程式中の各々の力の設定方法とその解法を以下に述べる。

### (1) 流 体 力

不規則波の例として (4) 式による Pierson-Moskowitz spectrum を考える。有義波高は 8 m とした。

$$S_\zeta(\omega) = 0.0081 \times g^2 \omega^{-5} \exp \{-3.11 \times \omega^{-4} (H_{1/3})^{-2}\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $H_{1/3}$  は有義波高、 $g$  は重力加速度、 $\omega$  は角周波

\* 正会員 工修 日立造船(株)技術研究所流体研究室

数である。波スペクトルを  $\Delta\omega$  ずつ  $m_0$  個に分割すれば不規則波を (5) 式によって作成できる。

$$\zeta(t) = \sum_{m=1}^{m_0} \sqrt{2S_{\zeta}(\omega_m)\Delta\omega} \cos(\omega_m t + \phi_m) \cdots \cdots (5)$$

今、 $\omega_m$  の角周波数を有する単位振幅規則波による波浪強制力を  $F_{im} = f_{im} \cos(\omega_m t + \epsilon_{im})$  とおく。ここに  $f_{im}$  は波浪強制力の振幅、 $\epsilon_{im}$  は力の入射波面に対する位相進みである。この時 (5) 式の不規則波による波力は (6) 式で算出できる。

$$F_i(t) = \sum_{m=1}^{m_0} f_{im} \sqrt{2S_{\zeta}(\omega_m)\Delta\omega} \cos(\omega_m t + \epsilon_{im} + \phi_m) \cdots \cdots (6)$$

ここに (5) 式と (6) 式の  $\phi_m$  は  $0 \sim 2\pi$  のランダムな位相である。

波力には微小な力であるが波漂流力がある。規則波によるその力は波の振幅  $\zeta_a$  の 2 乗に比例する定常一定な力  $\bar{F}_D^*$  となる。ここで取り扱う浮体についてのその力が 図-2 の黒丸印のごとく実験で計測されている<sup>3)</sup>。不規則波によるその力については Hsu が、不規則波のゼロクロス間の波振幅と時間をそれぞれ規則波の振幅と半周期とみたと、この半周期ごとに対応する規則波による波漂流力が作用すると考える方法を提案している<sup>4)</sup>。Pinkster は Hsu の方法をもとにして不規則波による波漂流力のスペクトルを提示しており<sup>5)</sup>、著者等はその有効性を確認した<sup>6)</sup>。

そこで、ここでは不規則波による波漂流力  $F_D(t)$  を Hsu の方法により計算することにした。 $\bar{F}_D^*$  は実験値を参考にして 図-2 の破線のように設定する。 $F_D(t)$  の

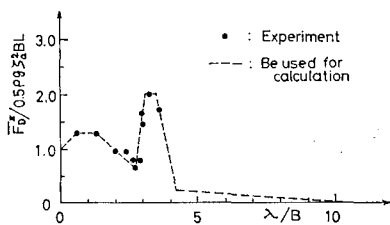


図-2 規則波による波漂流力 ( $\lambda$  は波長)

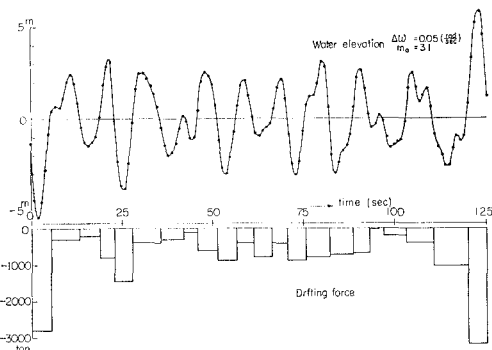


図-3 不規則波と漂流力

計算例を 図-3 に示すが、波面  $\zeta$  に対して  $F_D(t)$  はこのように対応する。

流体力係数  $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$  は周期依存性があるが、計算の便宜上、不規則波の平均波周期  $T_{\text{mean}}^*$  における値をとることにする。ここに平均周期とは (7) 式による周期である。

$$T_{\text{mean}}^* = 2\pi \int_0^\infty S_{\zeta}(\omega) d\omega / \int_0^\infty \omega S_{\zeta}(\omega) d\omega \cdots \cdots (7)$$

なお、規則波による波浪強制力および流体力係数は、浮体の形状と水深が 図-1 のそれと同じですでに実用性を確認してある、文献 2) の値をここでも用いることにする。

## (2) 係留力

浮体重心点からみて ( $y'$ ,  $z'$ ) の位置にある浮体上係留点の変位 ( $\Delta y$ ,  $\Delta z$ ) と浮体の運動  $y_G$ ,  $z_G$ ,  $\varphi$  とは

$$\begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\varphi \\ \varphi & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y' \\ z' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_G \\ z_G \end{pmatrix} \cdots \cdots (8)$$

の関係が成り立つ。今、図-4 のように座標をとるものとする。係留鎖の張力は懸垂線理論から算出するが、 $DH$  座標系からみた浮体上係留点の座標 ( $D$ ,  $H$ ) が与えられるとこれに対応する張力の  $D$  および  $H$  方向の成分を

$$T_D = f_D(D, H), \quad T_H = f_H(D, H) \cdots \cdots (9)$$

として、また、浮体上係留点の微小変位 ( $\Delta D$ ,  $\Delta H$ ) を考えて線形化した張力の増分を

$$\begin{cases} \Delta T_D = C_{DD} \cdot \Delta D + C_{DH} \cdot \Delta H \\ \Delta T_H = C_{DH} \cdot \Delta D + C_{HH} \cdot \Delta H \end{cases} \cdots \cdots (10)$$

として求めることができる<sup>2)</sup>。 $C_{DD}$  等は線形バネ定数で、添字は変位と力の方向を意味している。

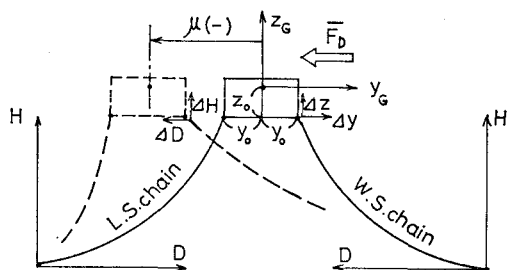
全体の鎖による係留力  $G_i$  を (9) 式の張力から求めれば非線形係留力  $G_i^{(N)}$  を得ることができる。各鎖の非線形張力  $T^{(N)}$  は (11) 式で求める。

$$T^{(N)} = (T_D^2 + T_H^2)^{1/2} \cdots \cdots (11)$$

$G_i$  を (10) 式の張力から計算すれば線形係留力  $G_i^{(L)}$  となる。ただし、漂流力  $F_D(t)$  はその時間平均  $\bar{F}_D$  が零ではないので、 $G_i^{(N)}$  を用いて運動を求めると浮体は 図-4 に示すような Sway の時間平均値  $\mu$  を中心に動揺することになる。そこで線形係留力は  $\mu$  の位置で線形化することにし以下のように設定する。浮体が  $\mu$  の位置にある時の Weather side chain および Lee side chain によるバネ定数に、各々肩付の ( $WS$ ) と ( $LS$ ) を付けて示すことにするが、

$$\begin{cases} G_y^{(L)} = K_{yy} \cdot [y_G - \mu] + K_{yz} \cdot z_G + K_{y\varphi} \cdot \varphi \\ \quad + G_y^{(N)} |_{y_G = \mu} \\ G_z^{(L)} = K_{zy} \cdot [y_G - \mu] + K_{zz} \cdot z_G + K_{z\varphi} \cdot \varphi \\ G_\varphi^{(L)} = K_{\varphi y} \cdot [y_G - \mu] + K_{\varphi z} \cdot z_G + K_{\varphi\varphi} \cdot \varphi \end{cases} \cdots \cdots (12)$$

ここに、



$$\left. \begin{aligned} K_{yy} &= l_m \cdot [C_{DD}^{(WS)} + C_{DD}^{(LS)}], \\ K_{zz} &= l_m \cdot [C_{HH}^{(WS)} + C_{HH}^{(LS)}] \\ K_{\varphi\varphi} &= l_m \cdot [\gamma_0^2 \{C_{HH}^{(WS)} + C_{HH}^{(LS)}\} \\ &\quad + z_0^2 \{C_{DD}^{(WS)} + C_{DD}^{(LS)}\} + 2\gamma_0 z_0 \{C_{DH}^{(WS)} \\ &\quad + C_{DH}^{(LS)}\}] \\ K_{y\varphi} &= K_{\varphi y} = -l_m \cdot [z_0 \{C_{DD}^{(WS)} + C_{DD}^{(LS)}\} \\ &\quad + \gamma_0 \{C_{DH}^{(WS)} + C_{DH}^{(LS)}\}] \\ K_{yz} &= K_{zy} = -l_m \cdot [C_{DH}^{(WS)} - C_{DH}^{(LS)}] \\ K_{z\varphi} &= K_{\varphi z} = l_m \cdot [\gamma_0 \{C_{HH}^{(WS)} - C_{HH}^{(LS)}\} \\ &\quad + z_0 \{C_{DH}^{(WS)} - C_{DH}^{(LS)}\}] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

である.  $\mu$  の位置における (9) 式による張力を  $T_{D\mu}$ ,  $T_{H\mu}$  とおき, 線形張力  $T^{(L)}$  は (14) 式で算出する.

$$T^{(L)} = [\{T_{D\mu} + \Delta T\}^2 + \{T_{H\mu} + \Delta H\}^2]^{1/2} \dots (14)$$

なお、 $G_i^{(L)}$ を用いて求まる運動の結果から(9)式と(11)式により張力も求めてみるが、これを $T^{(L-N)}$ とする。

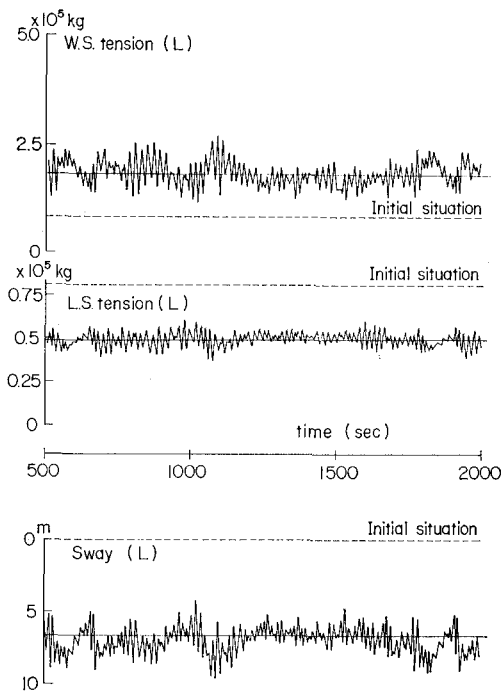
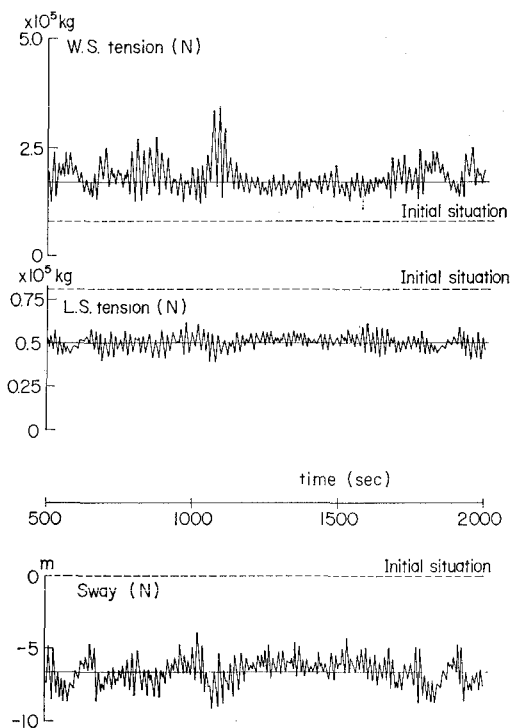
### (3) 運動方程式の解法

運動方程式は Runge-Kutta-Gill 法により時間積分して解いた。その時の計算時間きざみ  $\Delta t$  は 1.0 秒にとった。この結果は  $\Delta t=0.02$  秒にとって計算した例と同じ結果を与えていることから、精度上の問題はないと考えられる。特に、係留力が非線形の場合においては係留力が大きくなるにつれて  $\Delta t$  が小さくなるような工夫を加えた。

### 3. 計算結果と考察

図-5 から 図-7 に Sway と張力の時系列を示す。ただし、現象の山と谷を直線で結んである。図示を省略した Heave と Roll は係留力が線形と非線形の場合の差がほとんどみられない。図-8 と 図-9 にはスペクトルを示す。スペクトル解析にあたり時系列の初めの 500 秒は除外し、現象の平均値からの変動分を解析した。これらの図中の  $(N)$  は  $G_i^{(N)}$  を、 $(L)$  は  $G_i^{(L)}$  をそれぞれ用いた場合の結果であることを意味している。また、張力  $(L-N)$  は前述の  $T^{(L-N)}$  を意味する。

Sway は漂流力により長周期の動揺をしており、この成分はスペクトルとしても有意な値となって出現してい



る，張力にもこの成分が現われている．係留浮体にとって漂流力が重要な外力となることがわかる．

浮体の運動の時系列とスペクトルは線形，非線形にか

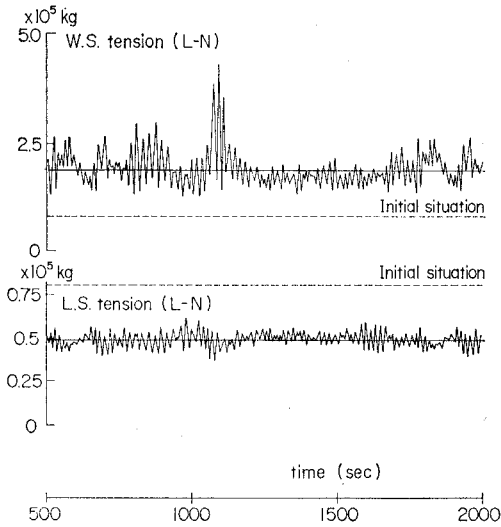


図-7 Tension (L-N) の時系列

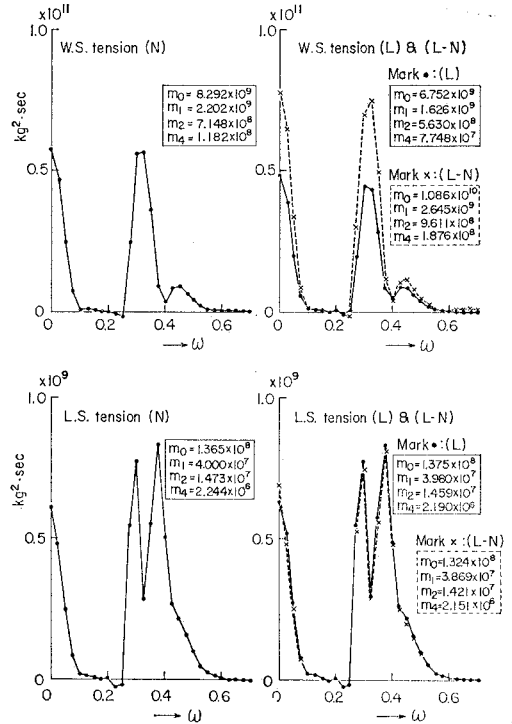


図-9 張力のスペクトル

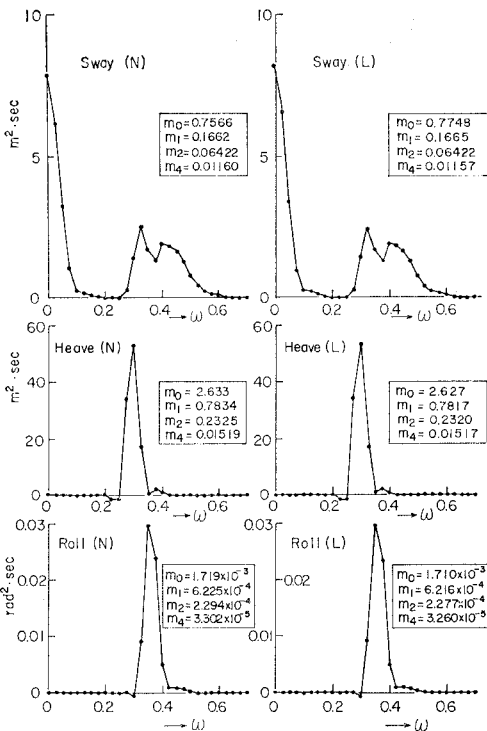


図-8 運動のスペクトル

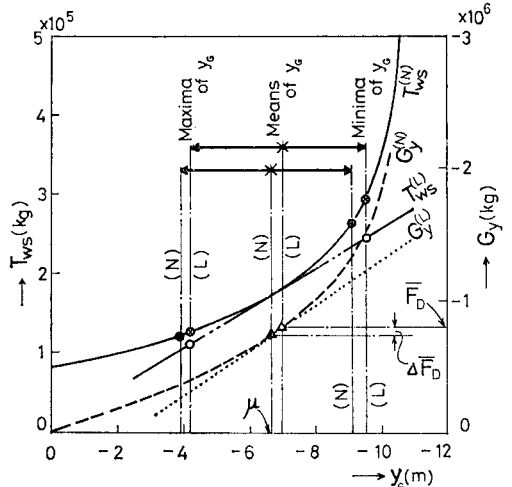


図-10 張力の大小関係の説明図

かわらずほとんど同じであって、これは運動に関しては線形で取り扱えることを意味している。なお、スペクトルの図中の  $m_n$  はスペクトルの  $n$  次モーメントである。

張力が大きくでる Weather side の鎖は線形と非線形の場合の張力に相違がみられ、W.S. tension (N) に対して W.S. tension (L) は小さく、W.S. tension (L-N) は大きくなる。この現象を説明するため図-10 に浮

体の Sway  $y_G$  に対する非線形な W.S. tension  $T_{ws}^N$  を実線で、および全体の鎖による非線形な水平方向係留力  $G_y^{(N)}$  を破線で示した。また、線形張力  $T_{ws}^L$  を 2 点鎖線で、および線形係留力  $G_y^{(L)}$  を点線で示した。図中には Sway (N) と Sway (L) の最大値と最小値および平均値も示してある。Sway (N) の平均値は破線上の黒三角印にあり、Sway (L) の平均値は点線上の白三角印にある。Sway (L) は線形系であるから、白三角印の位置は外力の平均値  $\bar{F}_D$  と釣り合っている。従って、Sway (N)

は図示の  $\Delta \bar{F}_D$  だけ下った所を中心に動揺していることになるが、これは破線の係留力が運動の中心からみて左右に反対称力になっていないことが原因と思われる。このような中心位置のズレがあるため、仮に張力が  $y_G$  のみに関係するとすれば W. S. tension ( $N$ ) は黒丸印, W. S. tension ( $L$ ) は白丸印, W. S. tension ( $L-N$ ) は丸バツ印の各々の範囲に発生することになる。このようにして前述の張力の大小関係が現われるようである。

以上から、係留浮体の運動については線形で求め、その運動から非線形張力を求めれば設計上安全側の張力を評価できることがわかる。

#### 4. 結 言

本論文では不規則波中における係留力の非線形影響を調べ、その結果設計上安全側の張力を評価する方法を提示した。ここで得られた結果がどの程度の非線形性まで保証されるかは、さらに検討を要するところであるけれども、本論文の例では、鎖が海底で立ち上がり始める点 ( $y_G = -8.4$  m) から鎖が完全に緊張状態になる点 ( $y_G =$

$-11.1$  m) までの約 25% 程度の位置まで Sway している。少なくともこの程度まではここで得られた結果を適用できると思われる。

#### 参 考 文 献

- 1) 井島武士・田淵幹修・湯村やす：有限水深の波による矩形断面物体の運動と波の変形，土木学会論文報告集，第 202 号，pp. 33~48, 1972.
- 2) 高木又男・新井信一・樗野佳子：係留浮体の規則波中の運動に関する理論計算，日本造船学会論文集，第 135 号，pp. 95~107, 1974.
- 3) 安藤定雄：構造物に作用する外力，構造物の運動，係留などの実験的研究，大型浮遊式海洋構造物の調査研究事業報告書，pp. 189~282, 日本船用機器開発協会，1973.
- 4) Hsu, F. H., K. A. Blenkarn: Analysis of peak mooring force caused by slow vessel drift oscillation in random seas, Paper OTC 1159, pp. 135~146, 1970.
- 5) Pinkster, J. A.: Low frequency phenomena associated with vessel moored at sea, Soc. of Petroleum Engineers of AIME, SPE Paper No. 4837, pp. 1~16, 1974.
- 6) 新井信一・根角幸明・高木又男：不規則波中の係留浮体の運動に関する研究，日本造船学会論文集，第 140 号，pp. 151~160, 1976.