

振動流中におかれた円柱に作用する揚力

沢 本 正 樹*・菊 地 健 治**

1. はじめに

波動場、あるいは振動流の中におかれた物体に作用する流体力については、1950年代より数多く研究されている。これらのうち、初期のものは、主に、流れ方向の力 F_x を対象としていたが、1970年代に入ってから、流れに直角方向の揚力 F_L の重要性も指摘されるようになり、数多く調べられている。

F_x と F_L を比較すると、前者については、流れと同一周期の規則的な力の変動が測定され、その表示式であるモリソン式も、批判点は残しているものの、大略は成功しているといえよう。一方、後者は、測定される力の変動が必ずしも確定的ではなく、それゆえ、報告されている揚力係数 C_L のデータも、かなりばらつきがあるのが実状である。

本研究においては、単純な正弦振動流中におかれた円柱に作用する揚力を対象とし、まず、揚力の測定と流況の観察を行なうことにより、従来の成果を確認しつつ、現象の特性を把握することから始める。さらに、その中で最も重要と思われる KC 数の範囲について、非粘性集中渦を用いた後流モデルを考え、揚力係数 C_L を解析的に求める。

2. 実験方法の概要

実験は Keulegan & Chrpenter (1958)¹⁾ と同様に、重複波の節に、水平円柱を置いて行なった。用いた水槽は、長さ 20m、幅 0.4m のフラッター式造波装置を有する二次元造波水槽である。水槽を可動式の垂直壁で仕切り、その中で重複波が共振するように、水路長、周期を調整し、安定した重複波を得た。用いた重複波は、Tadjbaksh & Keller (1960)²⁾ の有限振幅波理論の第3近似でよく説明されることが、確かめられた。しかし、節部における流速については、微小振幅波理論と、有限振幅波理論との差は顕著でないので、代表流速の算定には、すべて微小振幅波理論を用いた。純粋な振動流のかわりに、重複波を用いたことにより、円柱の直径の範囲

で主流に対して 2~5% の流速の分布がみられた。これにより渦の放出パターンが多少、安定化されていることも考えられる。

実験に用いた円柱は、外径 $d=2, 3, 4, 5$ cm の4種のアクリル製円柱であり、波長と円柱径との比は 100~250 である。

実験範囲は、 $KC=U_m \cdot T/d$ (U_m : 流速の振幅, T : 周期) が 3~40, $Re=U_m d/\nu$ が 2000~13000 である。レイノルズ数のこの範囲は、従来より、 Re より KC が重要なパラメータであるとされていたが、今回も同様の結論を得ている。

測定したものは、流れ方向の力 F_x , 直角方向の力 F_L , 可視化による流れの観察、圧力分布測定の4項目である。力は、円柱の両端を支持する板バネに取り付けたストレーンゲージにより測定した。可視化には、アルミ粉懸濁法を用い、スリット光線の下で、35mm カメラ、8mm 撮影機で記録した。圧力の測定は、定格 5cmAq の差圧計を用いた。 F_x などについては別途発表³⁾ し、以下では、主に F_L の測定と可視化の結果について述べる。

3. 実験結果

図-1に揚力 F_L の変動波形の例を示す。これらを F_x の変動波形と比較した場合、次のような相違点がある。まず、図-1では $KC=9$ の例にみられるように、うなり現象が起きたり、あるいは、かなり不規則な変動波形がみられたりすることである。さらに、 KC 数により、卓越する変動周期が異なるばかりでなく、その波形も複雑に変化することが挙げられる。これらの理由により、 F_x におけるモリソン式のように、変動波形をある程度先験的に与え、さらに C_M , C_D を実験的に定めて、大きさを調整するという簡単な表示が、必ずしも有効ではない。このような測定値の整理には、スペクトル解析など、いくつかの方法が考えられるが、本研究では以下の方法でデータの解析を行なった。

振動流の 50 周期にわたり、揚力の変動波形をゼロアップクロス法で分離し、その平均振動数、揚力極値の $C_L=F_L/0.5\rho U_m^2 d l$ の頻度分布などを調べた。

* 正会員 工博 東京工業大学助教授 工学部土木工学科

** 工修 飛鳥建設株式会社

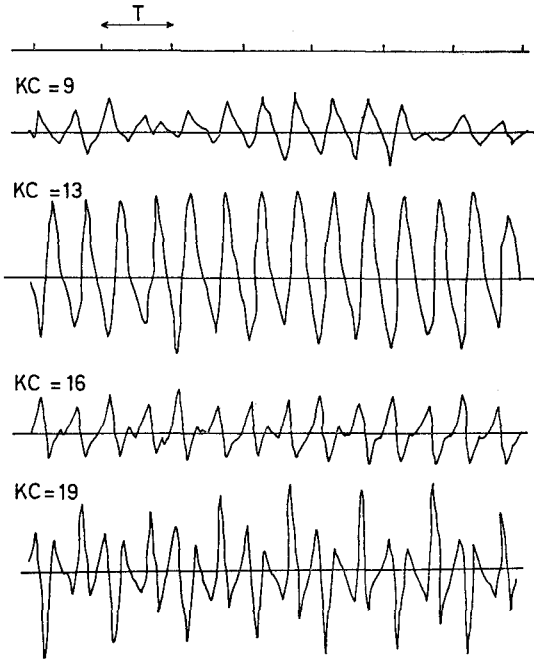


図-1 揚力変動波形の例

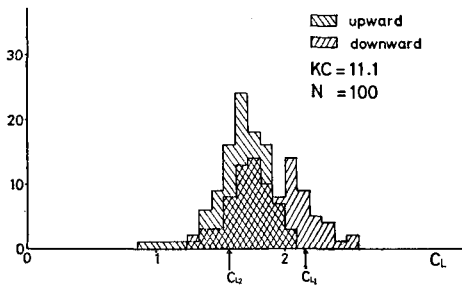


図-2 揚力極値の頻度分布の例

図-2には、 C_L の頻度分布の一例を示す。図には、揚力の正と負の極値を別個に示してあるが、例に示すのと同様、ほとんどの KC 数について、両者は明確に異なった分布形を示している。頻度分布について、中村(1977)⁴⁾は、レーレー分布になることを報告しているが、今回の実験では、これらは KC 数の値により大きく変化し、単一の分布型で議論しうるものではないと思われる。

図-3には、揚力変動と振動流との振動数の比 f_L/f_w を示す。 KC が5を超えると、揚力は振動流の倍周期で出現する。さらに、 KC が15~16を超えると、 f_L/f_w は KC の増加とともに増えていく。後述のように、 KC の増加により、後流渦の個数は増加し、 f_L/f_w の増加もほぼ、それと関連づけて説明しうる。しかし、予想に反し、 f_L/f_w が、3, 4, 5, 6…のように、段階的に変化することはなかった。

図-4には、頻度分布から、二乗平均平方根で定義し

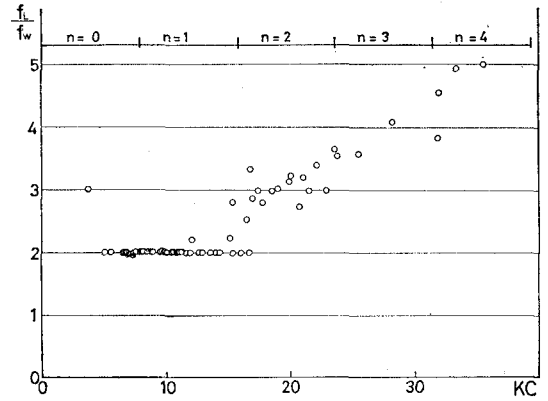


図-3 揚力変動の振動数

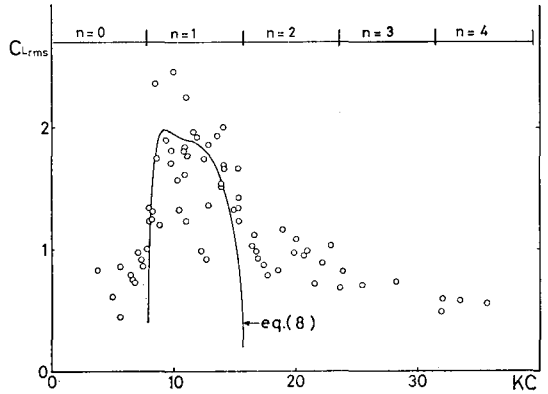


図-4 揚力係数

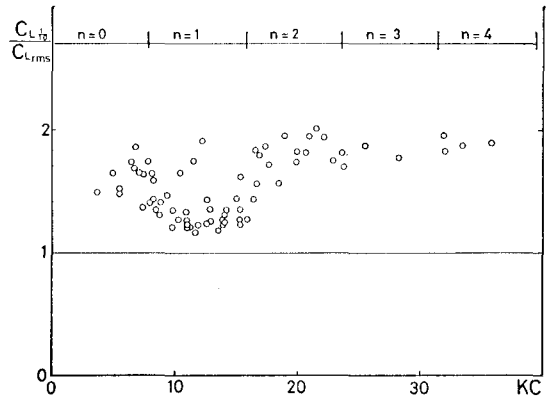
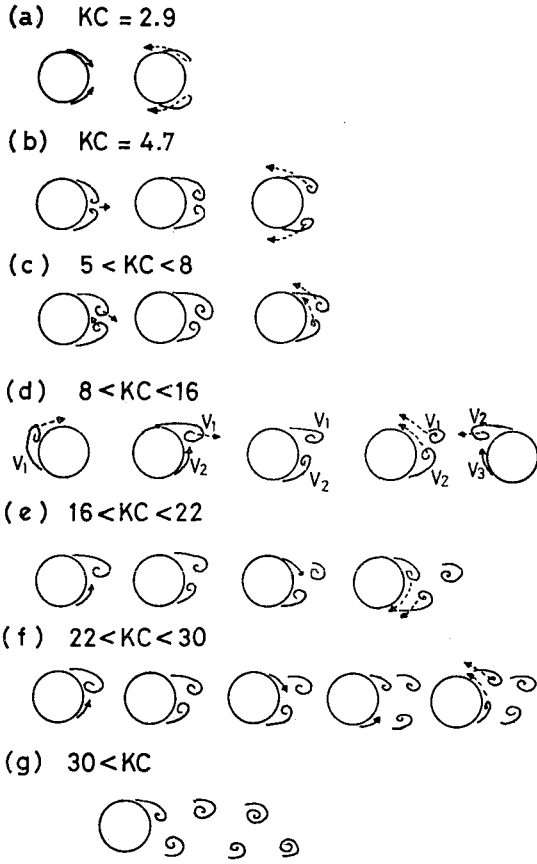


図-5 揚力係数のばらつき

て求めた極値揚力の係数 $C_{L,rms}$ を示す。大略は、従前の諸研究者の結果と同じである。しかし、Sarpkaya(1975)⁵⁾の報告している $KC=18$ 付近での第2のピークは、今回は認められなかった。また、Maull & Milliner(1978)⁶⁾は $KC=9\sim16$ で、うなりの有無により、 $KC\sim C_L$ の曲線が、二つの異なった径路をとることを報告しているが、このことも今回の実験では確認できなかった。

さらに揚力のばらつきをみるために、中村(1977)⁴⁾と

図—6 KC 数による放出渦の変化

同様に、極値揚力の上位 1/10 の平均を求め、前述の揚力の二乗平均平方根との比をしらべた。結果は、図—5 に示す。それによると、 $KC=8\sim 16$ で、1.2~1.4 程度の値をとるのに対し、 $KC>16$ では、ほぼ、1.6 以上の値をとっている。このような F_L のばらつきは、一つには、揚力の変動がうなりに似た不規則性をもつこと、他には、たとえ変動が規則的であっても、図—1 の $KC=19$ の例に示すように、一周内に、いくつかの異なった値の極値をもつことを意味する。

これら、 KC 数による揚力のあらわれ方の相違は、従来から指摘されているように、円柱のまわりの流れの様相、具体的には、 KC 数による放出渦の個数の違いに起因している。すなわち、可視化の結果によると、図—6 のような、放出渦の変化が認められる。

(a) $KC=2.9$ では、剥離はあるが集中渦と認められるものはできない。

(b) $KC=4\sim 5$ では、対称な集中渦が形成されるが、これらは、円柱から放れることはなく、主流の逆転により、円柱の上下を抜けていく。この時、揚力は顕著ではない。

(c) $KC=5\sim 8$ では、円柱の上下に一对の渦が形成されるが、上下の間でバランスがくずれやすくなり、上下非対称になる。それに伴って、揚力がしだいに顕著になる。

(d) $KC=8\sim 16$ では、さらに上下の非対称性が強くなる。すると、前半周期にできた渦によって、後半周期のパターンが規定されるようになる。すなわち、順流時、その前の半周期にできた渦 V_1 が円柱上端から右側に廻り込んでくるとともに、円柱下側に新たな渦 V_2 が巻き込み始める。次の逆流時には、 V_1 と V_2 が渦対をなして、円柱上端を廻り込んで円柱の左側へ流れ出し、さらに円柱下側に新たな渦 V_3 が形成され始める。 V_3 は、次の順流時に、前述の V_1 と同様の挙動を繰り返し、流れの一周期を終わる。すなわち、各半周期に、一つの渦が形成放出され、これにより揚力が引き起されている。 $KC=8\sim 16$ では、このパターンは、非常に再現性が強い。そのため、揚力変動も比較的規則的なものになる。

(e) $KC=16\sim 22$ では、半周期の間に、さらにもう一つの渦が形成される。

(f) $KC=22\sim 30$ では、半周期の間に、3 個の渦が放出される。さらに KC 数の大きい範囲では、段階的に渦の数が増えていくが、しだいにカルマン渦的な配列になり、また、渦の数も明確には数えにくくなっていく。

以上のように、可視化による流れの分類は比較的明確に押えられる。それを反映して、揚力の特性についても段階的に変化することが予想されるところであるが、実際には、前述のように、 $KC=8\sim 16$ でかなり規則的な揚力変動がみられるのみで、それ以上の KC 数では、揚力の面からは、可視化ほど明確な分類はできない。これは、渦の数が多くなるにつれ、渦の強さ、位置のばらつきによる力のばらつきが相対的に大きくなること、転流後の第 1 の渦が上下いずれから放出されるかが、不確定になりやすいために、2, 3 周期については規則的であっても、長期間にわたっては規則的でありえないことなどによる。それゆえ、変動揚力を理論的に考察する場合には、 $KC<16$ については、ある程度まで確定的に記述することも可能であるが、 $KC>16$ については、より確率的な要素を加味することが必要となる。

4. 集中渦によるモデル化

定常流中におかれた円柱に作用する揚力変動は、レイノルズ数が 300~200 000 の範囲で、ストローハル数は、0.21~0.19 と比較的一定の値をとり、かつ、ばらつきも少ないが、揚力の大きさについては、かなりばらつきが大きいことが知られている⁷⁾。このことは、後流中に放出される渦の強さについてはばらつきがある場合でも、

放出周期は比較的安定していることを示唆している。この点に鑑み、まず、振動流中での渦の発生個数についての説明を試みる。

ストローハル数は、局所慣性項と移流慣性項の比であるが、渦の放出の場合には、渦の放出周期における水粒子の無次元流下距離と解釈しうる。すなわち、 $S_t=0.2$ とは、円柱径と水粒子流下距離の比が0.2であるから、主流の水粒子が円柱径の5倍の距離を流れれば、一對(上下2個)の渦が放出されることを意味している。一方、振動流における KC 数と、半周期間の水粒子移動距離 S は

$$S = KC \cdot d / \pi \quad \dots\dots\dots (1)$$

の関係がある。よって、 S が $5 \cdot d$ を越えると、半周期間に上下2個の渦が放出されると考えられる。同様の考察により、 KC 数の次の範囲で、半周期間に放出される渦の数 n が予測される。

$$\begin{array}{ll} 0 < KC < 2.5 \cdot \pi & n=0 \\ 2.5 \cdot \pi < KC < 5.0 \cdot \pi & n=1 \\ 5.0 \cdot \pi < KC < 7.5 \cdot \pi & n=2 \\ 7.5 \cdot \pi < KC < 10.0 \cdot \pi & n=3 \\ \dots\dots\dots & \dots\dots \end{array}$$

すなわち、 $KC=7.9, 15.7, 23.6, 31.4, \dots\dots$ で、渦の数が段階的に変化することになる。この値は、3. で述べた可視化に基づく渦パターンの分類と、よく一致している。

以上のように、渦の個数の説明がうまくいくので、比較的揚力変動が安定し、かつその大きさも大きい $KC=7.9 \sim 15.7$, $n=1$ の場合について、同様の考え方で、揚力の算定を行う。3. で説明したように、順流時に発達を始めた渦 V_2 は、逆流時に円柱の左側へまわり込んで放出される(図-6(d))。よって、渦 V_2 は水粒子の流下距離が、順逆流にまたがって総計で $5d$ に達した時刻 t_* に左側に放出されると考える(図-7(b))。すなわち、正弦振動流を考えているから、 $0.5T < t < T$ では、

$$5d = U_m \int_0^{t_*} |\sin \omega t| dt = \frac{U_m}{\omega} (3 + \cos \omega t_*)$$

を満たす t_* が V_2 の放出される時刻となる。これは、

$$\omega t_* = \cos^{-1}(10\pi/KC - 3) \quad \dots\dots\dots (2)$$

のように、 KC 数を用いて書き直すことができる。放出される渦の強さ $\Delta \Gamma$ は、反時計まわりに正と定義すると、円柱表面の境界層から供給される渦度の集積として、

$$\begin{aligned} \Delta \Gamma &= \frac{\varepsilon K'^2}{2} \int_0^{t_*} U^2 dt = \frac{\varepsilon K'^2}{8\pi} U_m^2 T \\ &\quad \cdot (\omega t_* - \sin \omega t_* \cdot \cos \omega t_*) \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

となる。さらに t_* の $T/2$ 後には、 $-\Delta \Gamma$ の循環をもつ V_3 が、円の右側に放出される。渦が放出されるごとに、ケルビンの定理より、円柱まわりには、同じ大きさで逆符号の循環量が付加されるので、円柱まわりの総循環 Γ

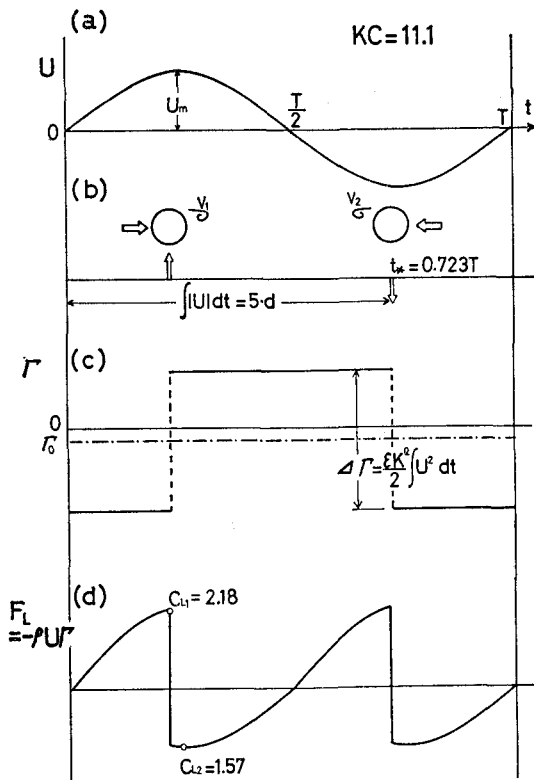


図-7 揚力算定モデルの説明図

は、図-7(c) のように矩形波として変動する。

渦の強さと、位置が知れると、円柱に働く揚力は、

$$F_L = \rho \Sigma \Gamma_i (u_i - u_i^*) \quad \dots\dots\dots (4)$$

で計算しうる。ここに、 u_i, u_i^* は、放出された渦、およびその鏡像渦の x 方向の移動速度である。実際にモデル中で渦の移動を追跡することも可能であるが、ここでは、より大胆に $u_i \approx U, u_i^* \approx 0$ と考え、さらに、 $\Gamma = -\Sigma \Gamma_i + \Gamma_0$ であることから、式(4)が、クッタ・ジュコーフスキの式

$$F_L = -\rho U \Gamma \quad \dots\dots\dots (5)$$

で近似しうるとして、揚力を計算することとする。すると、揚力は正弦波と矩形波の積として図-7(d)のように計算される。 Γ の平均値 Γ_0 については、適当な根拠はないので、ここでは一応、 F_L の平均がゼロとなるようにとることとしている。揚力の極値は、 $t=t_*$ および、 $t=T/4$ でおこり、揚力係数の形に直すと

$$\begin{aligned} C_{L1} &= \frac{\varepsilon K'^2}{8\pi} \cdot KC \cdot (\omega t_* - \sin \omega t_* \cdot \cos \omega t_*) \\ &\quad \cdot (1 + |\cos \omega t_*|) |\sin \omega t_*| \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{L2} &= \frac{\varepsilon K'^2}{8\pi} \cdot KC \cdot (\omega t_* - \sin \omega t_* \cdot \cos \omega t_*) \\ &\quad \cdot (1 - |\cos \omega t_*|) \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

となる。 $KC=11.1$ の場合についての C_{L1}, C_{L2} の値を、図-2 にあわせて示してある。このモデルでは、揚力は

分布関数とはならないが、上下で異なった値をとることについてはうまく説明される。

C_{Lrms} については、式 (6), (7) を用いて

$$C_{Lrms} = [0.5 \cdot (C_{L1}^2 + C_{L2}^2)]^{1/2} \dots\dots\dots (8)$$

となる。結果は、図-4の実験データに併せて示してある。実験値のばらつきもかなりあるが、 KC 数の増加により、 C_{Lrms} が一旦増加し、その後減少する様子は、よく説明しえている。なお ϵ , K' については、Roshko (1954)⁸⁾ が一様流中の円柱について求めた $\epsilon=0.5$, $K'=1.4$ を用いている。

同様のモデル化は、渦の数が $n \geq 2$ の場合についても可能である。しかし、実際には、 C_L の変化をうまく説明することはできない。なぜなら、渦の数が多くなると、渦相互の影響により、式 (4) を式 (5) で近似することには無理が生じてくる。また、実際の渦の位置、強さのばらつきが大きくなったり、転流後の渦の発生位置が不確定になりやすく、ここで示すような確定的な記述がそぐわなくなってもくる。さらに、定常流における集中渦による揚力の説明が、現時点では、満足のいく段階ではなく、 KC 数が大きくなり、準定常性が増えるに従って、モデルの適合性は低下していくことも考えられる。

5. おわりに

振動流中に置かれた円柱に作用する揚力に関して、重複波を用いた実験を行い、さらに集中渦モデルによる揚力の評価を行なった。得られた結論は以下の通りである。

(1) $KC=8 \sim 16$ では、比較的安定した揚力の変動が測定される。これは、半周期間に渦が一つ放出されるパターンに対応する。

(2) $KC > 16$ では、可視化による流れのパターンは明確に分類しうるが、揚力に関しては、かなり不規則なものになる。

(3) KC 数による渦の個数の変化は、定常流の $S_L=0.2$ を適当に解釈しなおすことにより説明しうる。

(4) $KC=8 \sim 16$ の安定した揚力変動は、集中渦モデルを用いることにより説明しうる。

本研究をすすめるにあたり、INA 新土木研究所大庭正洋氏、東京工業大学学生柏井条介君の助力を得た。ここに謝意を表します。また、本研究は、文部省科学研究費の補助の下に行われた。併せて謝意を表します。

引用文献

- 1) Keulegan, G.H. and L.H. Carpenter: "Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid", J. Res. Natn. Bur. Stand., 60, 423~440, 1958.
- 2) Tadjbaksh, J. and J.B. Keller: "Standing surface waves of finite amplitude", J. Fluid Mech., Vol. 8, 442~451, 1960.
- 3) 沢本正樹・大庭正洋・柏井条介: 「振動流中におかれた円柱に作用する抗力の表示法に関する一考察」, 第34回年次学術講演会, II, 1979.
- 4) 中村孝幸: 「海洋構造物に作用する波力特性とその振動応答に関する研究」, 1977.
- 5) Sarpkaya, T.: "Forces on cylinders and spheres in a sinusoidally oscillating fluid", J. Applied Mech., Trans. of ASME, Vol. 42, Ser. E, No. 1, 32~37, 1975.
- 6) Maull, D.J. and M.G. Milliner: "Sinusoidal flow past a circular cylinder", Coastal Engineering, 2, 149~168, 1978.
- 7) 沢本正樹・菊地健治・山地博文: 「一様流中におかれた円柱のカルマン渦による振動」, 第23回水理講演会論文集, 295~300, 1979.
- 8) Roshko, A.: "On the drag and shedding frequency of two dimensional bodies", NACA, TN 3169, 1954.