

波峯線に平行な鉛直断面内に設置された傾斜円柱に 作用する波力について

重村 利幸*・西村 健二**・竹内 俊雄***

1. 緒 言

直立円柱または水平円柱に作用する波力に関しては、従来多くの実験的研究がなされ、かなりの知見が得られている。しかしながら、傾斜円柱に作用する波力については未だ十分な知見は得られていない。著者らは波の進行方向と平行な鉛直断面内に設置した小口径の傾斜円柱に作用する波力について、既に幾つかの研究成果を発表してきたが^{1),2)}、本研究は波峯線に平行な鉛直断面内に設置した小口径の傾斜円柱に関する一連の実験成果である。

本論文では特に以下の3点について論じる。

- 1) 傾斜円柱に対する波力算定式の誘導ならびに同算定式の評価。
- 2) 傾斜円柱に作用する最大 in-line force と最大 transverse force の比。
- 3) 作用波と in-line force との位相差。

2. 波力算定式の誘導および各係数の算定法

図-1 は波峯線に平行な鉛直断面内で鉛直軸に対して任意の角度、 θ だけ傾斜させて設置した小口径円柱の設置状況を示すスケッチである。

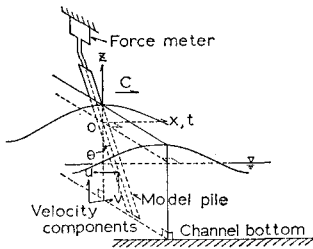


図-1 円柱模型の設置状況

さて、任意時刻、 t においてこの様な傾斜円柱に作用する全 in-line force, $F_{Xu}(t)$ は水粒子の水平分速度、 u および同加速度、 $\dot{u}$ による in-line force, $F_{Xu}(t)$ と水粒子の垂直分速度、 v による transverse force, $F_{Tv}(t)$

の和として評価されるであろう。一方、同傾斜円柱に作用する全 transverse force, $F_{Tv}(t)$ は u による transverse force, $F_{Tu}(t)$, v および同加速度、 $\dot{v}$ による in-line force, $F_{Xv}(t)$ および波面変動によって生ずる浮力項、 $F_B(t)$ の和として評価されるであろう。従って、上述の各 in-line force および transverse force の算定にモリソン式および揚力式の考え方がそのまま適用できると仮定すれば、 $F_{Xu}(t)$ および $F_{Tv}(t)$ はそれぞれ次式で評価される。

$$\begin{aligned} F_{Xu}(t) &= F_{Xu}(t) + F_{Tv}(t) \\ &= C_{Du} \cdot \frac{1}{2} \rho D \int_{-h}^{\eta} |u| u \frac{dz}{\cos \theta} \\ &\quad + C_{Mu} \frac{1}{4} \rho \pi D^2 \int_{-h}^{\eta} \dot{u} \frac{dz}{\cos \theta} \\ &\quad + C_{Tv} \cdot \frac{1}{2} \rho D \int_{-h}^{\eta} (v \sin \theta)^2 \frac{dz}{\cos \theta} \quad \cdots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{Tv}(t) &= F_{Tu}(t) + F_{Xv}(t) + F_B(t) \\ &= C_{Tu} \cdot \frac{1}{2} \rho D \int_{-h}^{\eta} u^2 \frac{dz}{\cos \theta} \\ &\quad + C_{Dv} \frac{1}{2} \rho D \int_{-h}^{\eta} |v \sin \theta| v \sin \theta \frac{dz}{\cos \theta} \\ &\quad + C_{Mv} \frac{1}{4} \rho \pi D^2 \int_{-h}^{\eta} (\dot{v} \sin \theta) \frac{dz}{\cos \theta} \\ &\quad + \frac{1}{4} \rho g \pi D^2 \eta \tan \theta \quad \cdots \cdots \cdots (2) \end{aligned}$$

上記2式において、 C_{Du} , C_{Mu} および C_{Tu} はそれぞれ u および $\dot{u}$ による傾斜円柱の抗力係数、質量係数および揚力係数を示し、 C_{Dv} , C_{Mv} および C_{Tv} はそれぞれ v および $\dot{v}$ による抗力係数、質量係数および揚力係数を示す。ただし、これら各係数値は全て冠水水深による平均値である。一方、 h , η , ρ および D はそれぞれ、水深、波面水位、水の密度および円柱外径を示す。

さて、(1) および (2) 式から傾斜円柱に作用する全 in-line force および transverse force を算定するためには、円柱周辺の流れ場の推定ならびに各係数値の選定が必要となる。この内、円柱周辺の流れ場は適当な波動理論から推定することにすれば、各係数値は実験的に決定される。従来、各係数値の決定には種々の方法が提案されているが、これらの方法は各係数値が time-independent であると仮定して定める方法と各係数値が time-de-

* 正会員 Dr. Eng. 防衛大学校助教授 土木工学教室
 ** 正会員 海上自衛隊幕僚監部管理課
 *** 正会員 工博 防衛大学校教授 土木工学教室

pendent と仮定して定める方法とに大別される。本研究では、これら両カテゴリーに属する方法を用いて各係数値を算定することにする。

先づ、time-independent な係数値を決定するためには (1) および (2) 式中にそれぞれ 3 個の未知係数が含まれているため、下記の 3 点法を用いる。この方法は、周期内の相異なる 3 つの位相点において (1) および (2) 式からそれぞれ 3 個の方程式を求め、次いでこれら各組の方程式を連立方程式として解くことにより各係数値を決める方法である。また、1 周期、 T 内を N 等分し、各分割点における諸データに基づいて最小自乗法から各係数値を定める方法も併せて用いることにする。

一方、time-dependent な係数値の決定には Al-Kazily 法⁹⁾を修正した変形 Al-Kazily 法を用いることにする。この方法は先きの N 等分した各分割点のうち、相隣る 3 つの位相、 $(3I-3)\Delta t$ 、 $(3I-2)\Delta t$ および $(3I-1)\Delta t$ で各係数値が一定値を保つと仮定することにより、(1) および (2) 式からそれぞれ 3 個の方程式を得る。次いで、これら各組の方程式をそれぞれ連立方程式として解くことにより、中間位相点、 $(3I-2)\Delta t$ における各係数値を決定する。ここに、 Δt は T/N を示すので、分割数、 N を十分に大きくとった上で 1 周期にわたり同上の操作をくりかえせば、周期内の任意の位相における各係数値を決定することができる。

3. 実験装置および方法

実験には長さ 12.0 m、幅 4.5 m、深さ 1.2 m の平面造波水槽を使用した。同水槽上には水槽の長軸方向に走行する移動台車が付設されている。この移動台車の主桁下縁中央部には、波峰線に平行な鉛直断面内で鉛直軸に対して左右にそれぞれ 90° まで回転できる波力計固定装置を剛接した。なお、波力計には互に直交する 2 軸方向の力、 F_x および F_y ならびに y 軸のまわりのモーメント、 M_y を同時に検出できる 3 分力計 (日章電機(株)製、LMC-3501-1) を用いることにし、これを所定の方向に精確に合せた後、上記固定装置に装着した。

さて、表-1 は本実験に使用する円柱模型の諸元ならびに実験ケースを示す。なお、各円柱の上端部は 3 分力計に装着できる様に加工し、下端部はビニールシートで密閉した。

実験は造波機の前 6 m の位置で実施した。なお、円柱取付時における円柱下端と水槽底との間隙はいずれも約 1 cm とした。一方、作用波の諸特性を計測するために造波板の前 5 m の位置および円柱真横に容量式波高計を設置した。実験は合計 147 通り実施したが、各実験ケースにおいては作用波の諸特性ならびに傾斜円柱に作用する全 in-line force および全 transverse force を電磁オシログラフ上に同時記録した。

表-1 模型円柱の諸元および実験ケース

模 型 円 柱 の 諸 元			
円 柱	内径 (mm)	外径 (mm)	材 質
I	19.0	22.0	アルミパイプ
II	22.0	30.0	アクリルパイプ
III	32.0	40.0	アクリルパイプ

実 験 波 の 諸 元	
実 験 水 深	80 cm
波 高 の 範 囲	2.8 cm~9.2 cm
周 期 の 範 囲	0.86 sec~1.69 sec

実 験 ケ ー ス	
実 験 波	上記の波浪特性を有する 7 波
円 柱 傾 斜 角	0°, ±10°, ±20°, ±30°

4. 実験結果および考察

円柱周辺の流れ場の推定には先きに実施した一連の研究^{1,2)}との関連もあり、ストークス波の第 3 次近似式を用いた。また、最小自乗法ならびに変形 Al-Kazily 法による係数値の決定等に必要の 1 周期内の分割数、 N は 100 とした。以下、緒言で述べた 3 項目についての解析結果について順次、論じてゆく。

4.1 波力算定式の評価

(1) In-line force 算定式の評価

図-2 は前述の 3 点法および最小自乗法で求めた time-independent な各係数値を用い、(1) 式より計算した全 in-line force、 $F_{xts}(t)$ および $F_{xtu}(t)$ と実測した in-line force、 $F_{xm}(t)$ との比較例を示す。

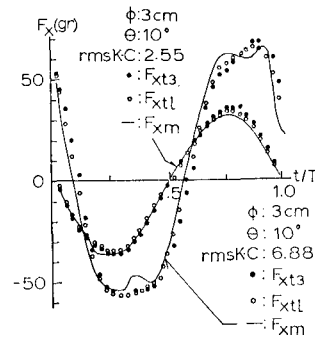


図-2 $F_{xt}(t)$ と $F_{xm}(t)$ の比較例 (Time-independent な係数値を用いた場合)

全実験例につき同様な比較を行なった結果、rms $K \cdot C$ 数が 3 以下の場合には両計算波力とも周期内のほぼ全位相において実測波力と比較的よく符号するが、rms $K \cdot C$ 数が 6 以上の場合には $F_{xts}(t)$ および $F_{xtu}(t)$ は両者が極値をとる位相の近傍において $F_{xm}(t)$ に追従し得なくなるが判った。次に、これら計算波力と実測波力との符合性を定量的に検討するために、下に示す式から両波力の分散度、 δF_x を算出した。

$$\delta F_X = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{101} \{F_{Xti}[(I-1)T/100] - F_{Xmi}[(I-1)T/100]\}^2 / 101}}{(F_{Xm})_{\max} - (F_{Xm})_{\min}} \dots\dots\dots (3)$$

図-3 は δF_X と rms $K \cdot C$ 数との関係を θ 毎にプロットしたものである。図中、 δF_{Xt3} は $F_{Xt3}(t)$ の $F_{Xm}(t)$ からの、また δF_{XtL} は $F_{XtL}(t)$ の $F_{Xm}(t)$ からの各分散度を示す。この図から以下の諸点が明らかになった。

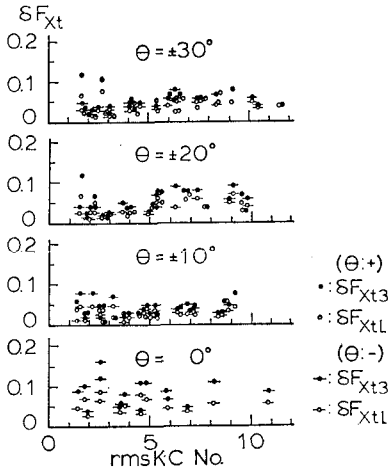


図-3 $F_{Xt}(t)$ の $F_{Xm}(t)$ からの分散度 (Time-independent な係数値を用いた場合)

a) 直円柱の場合には、傾斜円柱の場合に比し両分散度とも大きい値をとり、しかも両分散度は rms $K \cdot C$ 数の値に関係なく、ほぼ 10% 程度の一定値をとる。

b) 傾斜円柱の場合には、 θ の大きさに関係なく両分散度は rms $K \cdot C$ 数の増大に伴ない同様な増大を示し、rms $K \cdot C$ 数が 10 程度になると約 10% の値となる。

c) δF_{XtL} は θ および rms $K \cdot C$ 数の全領域において δF_{Xt3} より小さい値となる。

次に、time-dependent な係数値を用いて算出した計算 in-line force について同様な解析を試みる。ただし、変形 Al-Kazily 法では周期内の全位相において計算波力が実測波力に一致するよう各係数値を決めるので、同法により定めた係数値をそのまま用いて波力を算出することは意味がない。そこで、これら各係数値は先きの研究^{1),2)}で実施したと同様に、それぞれ作用波周波数の整数倍の周波数を有する数個の有意周波数成分から成るフーリエ級数に展開・近似させ、これら各近似係数を用いて計算 in-line force, $F_{XtF}(t)$ を算出した。

図-4 は $F_{XtF}(t)$ と $F_{Xm}(t)$ の比較例を示す。

全実験例について同様な比較を行なった結果、 $F_{XtF}(t)$ は周期内の全位相において、rms $K \cdot C$ 数および θ に関係なく $F_{Xm}(t)$ と極めてよく符合することが判った。

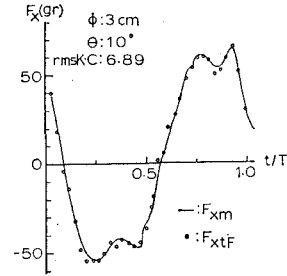


図-4 $F_{Xt}(t)$ と $F_{Xm}(t)$ の比較例 (Time-dependent な係数値を用いた場合)

次いで、 $F_{XtF}(t)$ についても (3) 式にならって $F_{Xm}(t)$ からの分散度、 δF_{XtF} を算出した。図-5 は δF_{XtF} と rms $K \cdot C$ 数との関係を θ 毎にプロットしたものである。

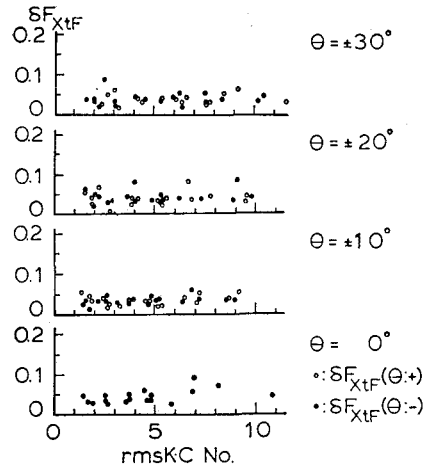


図-5 $F_{Xt}(t)$ の $F_{Xm}(t)$ からの分散度 (Time-dependent な係数値を用いた場合)

この図から明らかな如く、 δF_{XtF} の値は θ および rms $K \cdot C$ 数の値に関係なく、ほぼ一様に数% の値に低下した。このことから、time-dependent な係数値を用いれば (1) 式はかなりの精度で in-line force を算定できる事が判った。

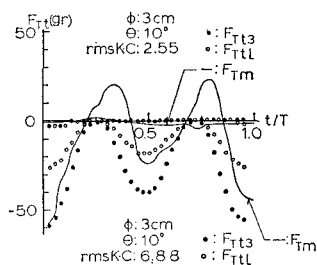
(2) Transverse force 算定式の評価

図-6 は 3 点法および最小自乗法より求めた各係数値を用いて (2) 式から算出した transverse force, $F_{Tts}(t)$ および $F_{Ttu}(t)$ と実測 transverse force, $F_{Tm}(t)$ の比較例を示す。

全実験例について同様な比較を実施した結果、以下の諸点が明らかになった。

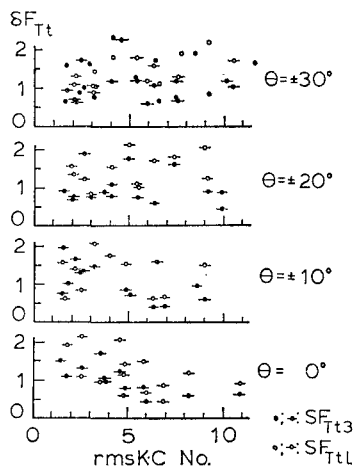
a) rms $K \cdot C$ 数がほぼ 3 以下の場合には、全傾斜角の場合とも transverse force はほとんど発生しない。

b) rms $K \cdot C$ 数がほぼ 6 以上になると作用波のほぼ 2 倍の周波数を有する transverse force が発生するが、 $F_{Tts}(t)$ および $F_{Ttu}(t)$ の双方とも、 $F_{Tm}(t)$ から大きく外れる。



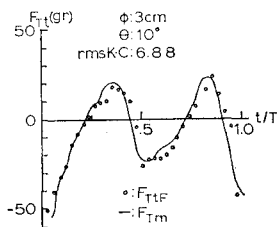
図—6 $F_{Tt}(t)$ と $F_{Tm}(t)$ の比較例 (Time-independent な係数値を用いた場合)

次いで両計算波力の実測値からの分散度, δF_{Tt} を (3) 式にならって算出した. 図—7 は δF_{Tt} と rms $K \cdot C$ 数との関係を θ 毎にプロットしたものである. 図中, δF_{Tt3} は $F_{Tt3}(t)$ の $F_{Tm}(t)$ からの, また δF_{Tt1} は $F_{Tt1}(t)$ の $F_{Tm}(t)$ からの各分散度を示す. この図から明らかな如く, 両分散度は rms $K \cdot C$ 数および θ の大きさに関係なく, 平均して 100% 程度の値となり, 中には 200% にも達するものも見られる.



図—7 $F_{Tt}(t)$ の $F_{Tm}(t)$ からの分散度 (Time-independent な係数値を用いた場合)

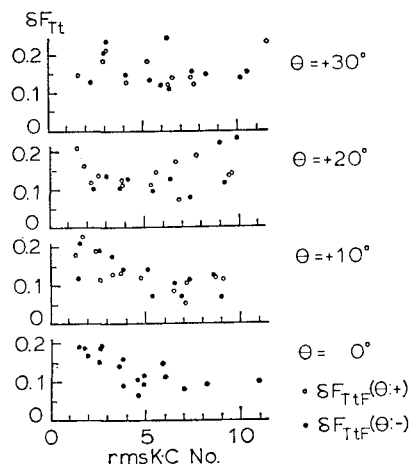
一方, 図—8 は前述のフーリエ級数に展開・近似させた各係数を用いて算出した transverse force, $F_{TtF}(t)$ と $F_{Tm}(t)$ との比較例を示す.



図—8 $F_{Tt}(t)$ と $F_{Tm}(t)$ との比較例 (Time-dependent な係数値を用いた場合)

全実験例について同様な比較を行なった結果, $F_{TtF}(t)$ は rms $K \cdot C$ 数および θ の大きさに関係なく, 周期内のほぼ全位相において $F_{Tm}(t)$ とよく一致することが判った.

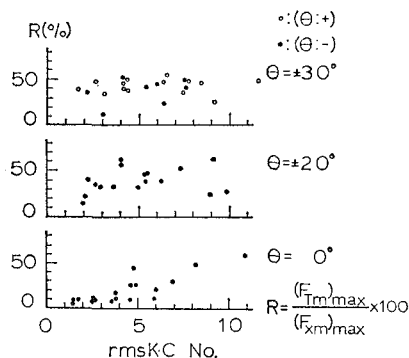
また, 図—9 は $F_{TtF}(t)$ の $F_{Tm}(t)$ からの分散度, δF_{TtF} と rms $K \cdot C$ 数との関係を θ 毎にプロットしたものである. この図から明らかな様に, δF_{TtF} は全傾斜角の場合とも約 20% 以下になり, しかも rms $K \cdot C$ 数の増大に伴って更に減少する傾向が見られた. このことは time-dependent な係数値を用いれば, (2) 式はかなりの精度で transverse force を算定し得ることを示しているものと思われる.



図—9 $F_{Tt}(t)$ の $F_{Tm}(t)$ からの分散度 (Time-dependent な係数値を用いた場合)

4.2 In-line force と transverse force の比

図—10 は 1 周期内で記録された $F_{xm}(t)$ の最大値に対する $F_{Tm}(t)$ の最大値の比, R と rms $K \cdot C$ 数との関係を θ 毎にプロットしたものである.



図—10 In-line force と transverse force の比

この図から以下の諸点が明らかになった.

- 傾斜角が 10° 以下の場合には R の値は rms $K \cdot C$ 数の増大に伴ない, ほぼ直線的に増大し, rms $K \cdot C$ 数

が 10 程度になると約 0.6 に達する。なお, Bidde⁴⁾ は直円柱に関する実験で同様な結果を得ている。

b) θ が 20° 以上になると R の値は $\text{rms } K \cdot C$ 数の大きさに関係なく、ほぼ 0.5 程度の一定値をとる。

4.3 作用波と in-line force との位相差

図-11 は作用波の波頂部が傾斜円柱の中心軸を通過後, $F_{xm}(t)$ が最大になるまでの位相差, Δt と $\text{rms } K \cdot C$ 数との関係を θ 毎にプロットしたものである。

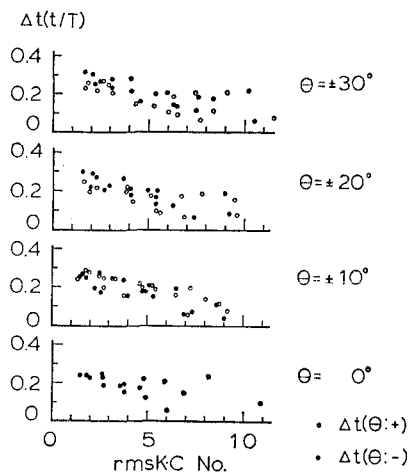


図-11 作用波と in-line force との位相差

この図から明らかな如く, Δt は θ に関係なく, $\text{rms } K \cdot C$ 数の増大に伴ないほぼ直線的に減少する。これは $\text{rms } K \cdot C$ 数の増大に伴ない, $F_{xm}(t)$ 中に占める慣性項の影響が減少するためと考えられる。

5. 結 論

波峯線に平行な鉛直断面内に設置した傾斜円柱に作用する 2 種の波力につき検討した結果, 以下の結論を得た。

1) 両波力とも, 数個の有意周波数項でフーリエ級数に展開・近似させた係数値を用いれば, モリソン式および揚力式に基づいて誘導した波力算定式からかなりの精度で算定することができる。

2) In-line force に対する最大 transverse force の比は, $\theta=0^\circ$ の場合には $\text{rms } K \cdot C$ 数の増大に伴ないほぼ直線的に増大し, $\text{rms } K \cdot C$ 数が 10 近辺では約 0.6 に達するが, θ が 20° 以上になると同比は $\text{rms } K \cdot C$ 数の大きさに関係なく, ほぼ 0.5 程度の一定値をとる。

3) 作用波の波頂部が傾斜円柱の中心軸を通過後, 同円柱上に最大 in-line force が生ずるまでの位相差, Δt は $\text{rms } K \cdot C$ 数の増大に伴ない約 $0.3T$ から $0.1T$ まで, ほぼ直線的に減少する。

参 考 文 献

- 1) 重村利幸・西村健二・竹内俊雄: 傾斜円柱に作用する波力について, 第 25 回海岸工学講演会論文集, pp. 367~371, 1978.
- 2) Shigemura, T. and Nishimura, K.: Simulation of wave forces on inclined cylindrical piles, Coastal Structure 79, ASCE, Vol. 1, pp. 134~153, 1979.
- 3) Al-Kazily, M. F.: Forces on submerged pipelines induced by water waves, University of California, Berkeley, Hydraulic Engineering Laboratory, Technical Report, HEL. 9-21, p. 197, 1972.
- 4) Bidde, D. D.: Laboratory study of lift force on circular piles, Proc. ASCE, WW4, pp. 595~614, 1971.