

浅海碎波帯における不規則波のパワー・スペクトル 形状について

——特に高周波数域のスペクトル勾配について——

樫 木 亨*・岩 田 好 一 朗**

1. 緒 言

近年、捨石堤の安定、海洋構造物の動的応答、漂砂、沿岸砂洲の形成などに風波の水位変動のパワー・スペクトル形状が重要な影響を与えることが指摘されている。海岸・港湾構造物の大半が碎波帯に浅に構築されているので、浅海碎波帯における不規則波のパワー・スペクトル形状の特性を把握しておくことは工学的にも極めて有意義なことと考える。浅海碎波帯におけるパワー・スペクトル（周波数スペクトル）の高周波数域では、深海において Phillips¹⁾ が示した“ -5 乗則”に対応するような平衡スペクトルが存在するものと考えられる。井島²⁾ は長波域（長波に対応する周波数域）で“ f^{-1} ”（ f は周波数）、深海波域で“ f^{-3} ”に比例する平衡スペクトルを提案した。Kitaigorskii³⁾ は、井島とは異なり、長波域で“ f^{-3} ”，深海波域で“ f^{-5} ”に比例する平衡スペクトルを提案し、Thornton⁴⁾ は浅海で高周波数域のスペクトル勾配が“ f^{-3} ”になることを実測値から指摘した。また、Lee と Black⁵⁾ および Black⁶⁾ は高周波数域のスペクトル勾配が“ f^{-2} ”あるいは“ f^{-1} ”に比例する風波をハワイ海岸で実測している。

このように浅海碎波帯で不規則波はいかなるスペクトル形状を示すのか、あるいは、いかなる物理量がスペクトル形状を支配するのか現在においても定説はなく不明な点が多い。本研究では、次元解析により平衡スペクトルの概略形状を提案し、室内実験によりその妥当性を検討するものである。

2. 次元解析

浅海碎波帯では、波は、深海と異なり、水深ともどりの流れの影響を受ける。もどりの流れの影響は、規則波の実験に基づく、比較的汀線近傍で卓越するものと推測されるので、本論ではもどりの流れを考慮する場合としない場合に分けて考えていく。

2.1 もどりの流れを考慮しない場合

パワー・スペクトル密度 $S(f)$ を支配する物理量は式（1）で示すように、重力加速度 g 、波の周波数 f 、静水深 h 、水底勾配 s 、流体の密度 ρ と流体の分子粘性 μ があげられる。

$$S(f) = F(g, f, h, s, \rho, \mu) \dots\dots\dots (1)$$

不規則波は異なった多くの周期波より構成されているとみなすと、浅海碎波帯において $h/L \leq 0.04$ （ L は水深 h における波長）の条件を満たす波（長波）、 $h/L \geq 0.5$ の条件を満たす波（深海波）とその中間の $0.04 < h/L < 0.5$ の条件を満たす波が存在するものと考えられる。したがって、この三つの周波数域に対応して、式（1）に示す6つの物理量の中から重要な物理量を選定する必要が生じる。

(1) $h/L \leq 0.04$ （長波）に対応する周波数（ $f \leq f_1$ ）

長波領域は式（2）で与えられる。これを周波数表示に直すと式（3）をうる。

$$h/L \leq 0.04 \dots\dots\dots (2)$$

$$f \leq f_1, \quad f_1 = \sqrt{g/625h} \dots\dots\dots (3)$$

この周波数域では、碎波は孤立波の碎波のように重力加速度が直接限界波高に関与しないと考える（Keulegan and Patterson⁷⁾）。また、 μ と ρ は Phillips あるいは著者ら⁸⁾ のように波の減衰のみに寄与するものとする。なお、 μ と ρ は以後他の周波数域についても同じ取り扱いをする。パワー・スペクトル密度 $S(f)$ の次元は〔長さ²・時間〕であるから、卓越する f と h を同一次元となるように組合せると、式（4）をうる。

$$\begin{aligned} S(f) &= F_1(f, h, s, \rho, \mu) = K_1(s, \rho, \mu) F_2(h, f) \\ &= K_1 \cdot h^2 \cdot f^{-1}; \quad f \leq f_1 (= \sqrt{g/625h}) \\ &\dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここで、 K_1 は無次元未知量であり、パワー・スペクトルのレベルを与える。この周波数域では $S(f)$ は“ f^{-1} ”に比例する。これは井島のモデルと一致するが、Kitaigorskii や Thornton のモデル“ f^{-3} ”とは一致しない。

(2) $0.04 < h/L < 0.5$ に対応する周波数（ $f_1 < f < f_2$ ）

この領域の上限周波数 f_2 は、式（5）を周波数表示に直した式（6）で与えられる。

* 正会員 工博 教授 大阪大学工学部土木工学教室

** 正会員 工博 助教授 大阪大学工学部土木工学教室

$$h/L=0.5 \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$f_2=\sqrt{g/4\pi h} \quad \dots\dots\dots(6)$$

式(1)の次元量の中で卓越するのは g, h, f の三つであり、この領域に対しては式(7)のスペクトル形が提案される。

$$\begin{aligned} S(f) &= F_2(g, h, f, s, \rho, \mu) \\ &= K_{ii}(s, \rho, \mu) F_{ii}(g, h, f) \\ &= K_2 \cdot g \cdot h \cdot f^{-3}; \\ f_1 &< f < f_2 \quad \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

“-3乗則”は、Kitaigorodskii や Thornton のモデルと異なり、式(7)によれば、この中間周波数帯 ($f_1 < f < f_2$) で認められる。

(3) $h/L \geq 0.5$ (深海波) に対応する周波数 ($f_2 \leq f < f_3$)

上限の周波数は復元力の重力が表面張力と等しくなる表面張力波の波長(式(8))を周波数表示に直して得られる式(9)で定義する。

$$(L_0)_{\min} = 2\pi\sqrt{g/\rho\sigma} \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$f_3 = \frac{1}{2\pi} \sqrt[4]{g^3 \rho / \sigma} \quad \dots\dots\dots(9)$$

なお、 σ は水の表面張力である。この周波数域では水深 h は考慮しないので卓越する次元量は g と f である。したがって、式(10)で与えられる $S(f)$ が提案される。

$$\begin{aligned} S(f) &= F_3(g, f, \rho, \mu) = K_{iii}(\rho, \mu) F_{iii}(g, f) \\ &= K_3 \cdot g^{-2} \cdot f^{-5}; \quad f_2 \leq f < f_3 \quad \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

この“-5乗則”は井島や Kitagorodskii のそれと一致する。なお、式(7)と式(10)の K_2 と K_3 は無次元未知定数である。

2.2 もどり流れを考慮する場合

もどり流れを流速 U で表わし、ここでは独立変数とみなす。式(1)に対応する式(11)を用いて、上述のもどり流れ

$$S(f) = G(g, f, h, U, s, \rho, \mu) \quad \dots\dots\dots(11)$$

を考慮しない場合と同様、三つの周波数域に分けて次元解析を行なうと式(12)～式(14)をうる。

$$S(f) = K_4 \cdot U \cdot h \cdot f^{-2}; \quad f \leq f_1 \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$S(f) = K_5 \cdot U(g h)^{1/2} \cdot f^{-3}; \quad f_1 < f < f_2 \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$S(f) = K_6 \cdot U \cdot g \cdot f^{-4}; \quad f_2 \leq f < f_3 \quad \dots\dots\dots(14)$$

なお、式(12)～式(14)で K_4, K_5, K_6 は無次元未知係数である。式(12)～式(14)によると、もどり流れのない場合と異なり、パワー・スペクトル $S(f)$ は長波域で“ f^{-2} ”に、深海域で“ f^{-4} ”に比例することになる。

不規則波は多くの周波数から構成されているが、狭帯域であることを考えると、汀線近傍を除き長波に対する周波数成分が砕波して式(4)のスペクトル形状を示すことはまれであろう。したがって、図-1に模式的に示す

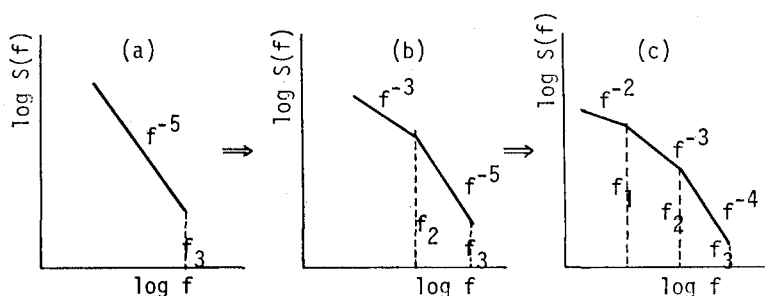


図-1 平衡勾配の模式図

ようなスペクトルの変形が提案されよう。つまり、深海で高周波数側で“ f^{-5} ”に比例するパワー・スペクトル密度 $S(f)$ を有する波が、浅海域に伝播するにつれて水深で支配されるような碎波の影響を受けて図-1(b)に示すように、“ f^{-3} ”と“ f^{-5} ”に比例する形状に変化する。さらに波が汀線近傍に進行するにつれてもどり流れの影響を受けて、図-1(c)に示すような“ f^{-2} ”、“ f^{-3} ”と“ f^{-4} ”に比例する形状に変化すると推定される。

3. 室内実験

実験は大阪大学工学部土木工学科の長さ 30 m、幅 0.75 m、高さ 0.90 m の片面ガラス張りの二次元鋼製造波水槽で行なわれた。一端にフラップ型造波機が設置されている。他端に 1/40 の一様勾配の木製斜面を設置して碎波変形に伴う水位変動の変化を 5 ケの電気抵抗線式水位計で計測した。計測時間は約 4 分間であり、水位記録は全て磁気テープに集録した。実験波は 5 種類であり、発生波の特性は表-1 に示すとおりである。また、パワー・スペクトルの算定は、水位変動を 20 Hz で離散化して、データー数 2048、最大ラグ数 133、自由度 31 で Blackman-Tukey⁹⁾ 法で求めた。

表-1 実験波

wave	$H_{\max}$	$H_{1/3}$	$\bar{H}$	$T_{\max}$	$T_{1/3}$	$\bar{T}$	$\sqrt{\beta}$	m_0	Q_p	H_0^d	H_0^d/L_0^d
1	10.99	7.55	5.08	0.80	0.82	0.80	-0.17	3.78	3.72	7.56	0.072
2	12.54	8.77	5.63	0.85	0.90	0.85	-0.17	4.83	2.54	8.84	0.070
3	12.02	9.99	6.60	1.25	1.25	1.08	-0.04	7.19	2.43	10.46	0.043
4	13.17	9.50	5.98	1.30	1.25	0.98	-0.01	6.32	2.20	10.13	0.042
5	13.51	10.62	7.38	1.40	1.27	1.13	-0.08	7.88	2.62	11.36	0.045

$H_{\max}$: maximum wave height, $H_{1/3}$: significant wave height, $\bar{H}$: mean wave height, $T_{\max}$: maximum wave period, $T_{1/3}$: significant wave period, $\bar{T}$: mean wave period, $\sqrt{\beta}$: skewness, m_0 : zero moment, Q_p : spectral peakedness, H_0^d : deep water wave height, L_0^d : deep water wave length

4. 実験結果とその考察

図-2 は水深変化に伴うパワー・スペクトル形状の変化の一例を示したものである。同図に示されているように、水深減少に伴ないピーク周波数より高周波数域でのスペクトル勾配はしだいに緩やかになっていく。このスペクトル勾配の変化を先に述べた次元解析の結果と関連づけて論議をすすめていく。図-3(a)に示す水深 h

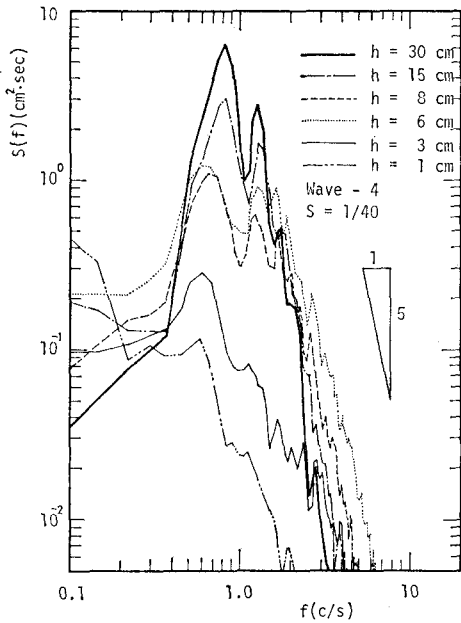


図-2 水深変化に伴うパワー・スペクトル形状の変化

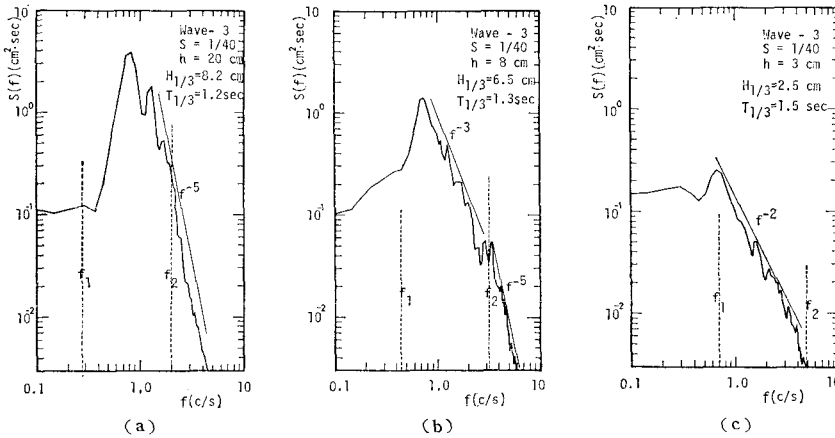


図-3 パワー・スペクトルの変化 (Wave-3)

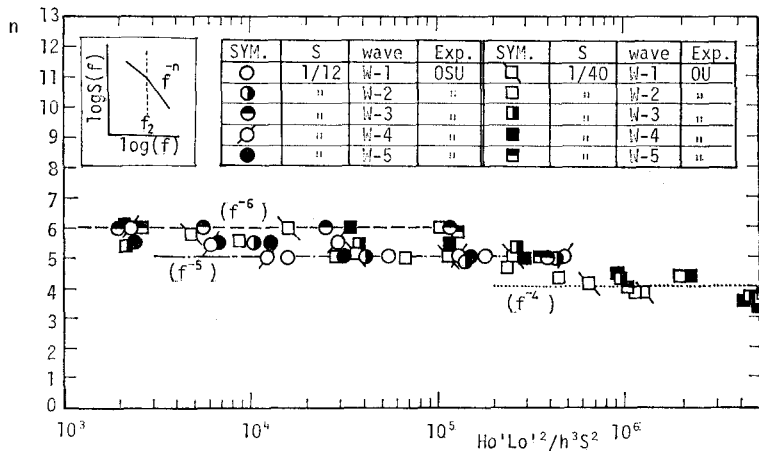


図-4 n と $H_0' L_0^2/h^3 s^2$ の関係

≒20 cm の地点は浅海碎波帯外のため、ピーク周波数より高周波数側の大部分が $f \geq f_2$ の領域となっており、スペクトル勾配は“ f^{-5} ”にほぼ比例している。したがって、この地点では深海波としての特性がまだ十分認められる。碎波帯内の $h=8$ cm の地点では $f_1 < f < f_2$ の周波数帯ではスペクトル勾配はほぼ“ f^{-3} ”に比例し、 $f_2 \leq f \leq f_3$ ($f_3 \approx 13$ Hz) で“ f^{-5} ”に比例しており、次元解析で得られた結果と一致している。また、このことは著者の一人岩田がオレゴン州立大学の大型水槽で行なった実験¹⁰⁾でも認められている。さらに、水深が浅くなると $f_2 \leq f$ のスペクトル勾配が“ f^{-4} ”にほぼ比例するようになる(図-4 参照)。しかし、図-3(c)に示す $h=3$ cm の汀線近傍地点になると、 $f_1 < f < f_2$ の周波数域のスペクトル勾配が“ f^{-2} ”に比例するようになり、次元解析の“ f^{-3} ”と異なってくる。このことは次元解析に基づいて提案された平衡勾配は浅海碎波帯のある限定された水域にのみ適用されることを示すものといえる。そこで、さらに、 $f_1 < f < f_2$ と $f_2 \leq f < f_3$ (≈ 13 Hz) の二領域のスペクトル勾配(おのこの m と n とする)を

取りあげて水深変化に伴う変化を来襲波の特性と水底勾配の関連性から論議する。図-4、図-5は n と m と $H_0' L_0^2/h^3 s^2$ の関係を示したもので、同図にはオレゴン州立大学で行なわれた実験結果¹⁰⁾($s=1/12$)も示されている。なお、 $H_0' L_0^2/h^3 s^2$ は [(アーセル数)/(水底勾配)]²あるいは[(イリバレン数)²(比水深)]⁻¹である。また、ス

ペクトル勾配 n と m はパワー・スペクトルのピーク値の接線勾配として求めたが、この接線が、一本の直線とはならず折線となり、二つの勾配が生じる場合(l_1 と l_2 とし、 $l_1 \geq l_2$ とする)があるので、便宜上式(15)と式(16)により決定している。

($l_1 - l_2$)/ $l_1 < 0.05$ の時;

$$n, m = \frac{1}{2}(l_1 + l_2)$$

.....(15)

($l_1 - l_2$)/ $l_1 \geq 0.05$ の時;

$$l_2 < n, m \leq l_1 \text{(16)}$$

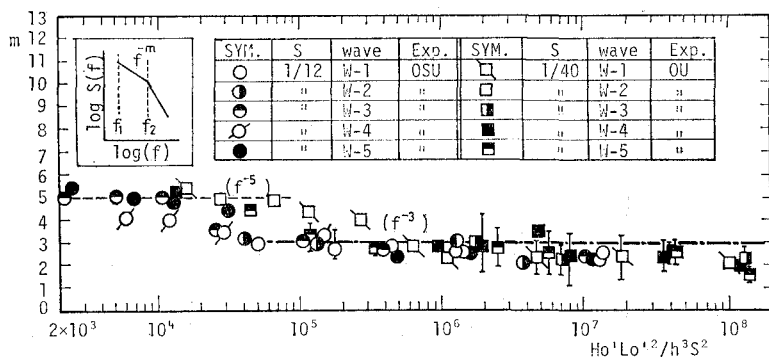
図-5 m と $H_0 L_0^2 / h^3 s^2$ の関係

図-4 に示すように、 $H_0 L_0^2 / h^3 s^2$ の増大に伴ないスペクトル勾配 n の値が小さな値をとるようになり、 $H_0 L_0 / S^2 h^3$ がほぼ 5×10^5 より大きくなると n が 5~6 から 4 前後に減少していくことが認められる。一方、 $f_1 < f < f_2$ のスペクトル勾配 m も n と同様、 $H_0 L_0^2 / h^3 s^2$ の増大に伴ない減少する。図-5 によれば、若干のばらつきはあるが、 $1 \times 10^5 < H_0 L_0^2 / h^3 s^2 < 4 \times 10^6$ でほぼ“-3乗則”が成立しているものと考えられる。したがって、図-1 に示したモデルスペクトル形状と上述の図-4 と図-5 の結果をつき合わせるとつぎのことが指摘できよう。高周波数域のスペクトル勾配が $f_1 < f < f_2$ で“-3”， $f_2 \leq f < f_3$ で“-5”となるのはほぼ $1 \times 10^5 < H_0 L_0^2 / h^3 s^2 < 5 \times 10^5$ の範囲であり、“-3乗則”は Kitaigordskii の指摘した長波に対応する周波数域でなく、著者らの次元解析で明らかにした中間周波数帯 ($f_1 < f < f_2$) で成立する。このことは、本論で図示していないが、著者らの行なった現地実測結果からも確認している。また、スペクトル勾配が $f_1 < f < f_2$ で“-3”， $f_2 \leq f < f_3$ で“-4”となるのはほぼ $5 \times 10^5 < H_0 L_0^2 / h^3 s^2 < 4 \times 10^6$ と推測される。なお、本実験では net flow pattern の実験を行っていないので、“-3”と“-4”のスペクトル形状が出現する水域で、もどり流れがどの程度の値をとるかは確認していない。ところで、 $f \leq f_1$ の長波に対する周波数域のスペクトル勾配は、ほぼ“-2”に比例する場合、図-1 の $h=1\text{cm}$ のように“-1”前後に比例する場合もある。しかし実験資料(スペクトルのピーク周波数 f_p が $f_p \ll f_1$ を満す場合)が少ないため、本論では充分論議していない。

5. 結 語

本論では、次元解析により浅海砕波帯内の不規則波の水位変動のパワー・スペクトルの平衡勾配の概略形を求

め、その妥当性を水理実験により検討してきた。いうまでもなく、次元解析はスペクトル形状の概略を与えるものであるから、この結果に対する理論的な面からのアプローチが必要である。著者らはこの点についても検討をすすめており、現地実測結果をも含めて別の機会に報告したいと考えている。

謝辞：本研究の一部は著者の一人岩田が鹿島学術振興財団の援助をうけてアメリカ合衆国のオレゴ

ン州立大に滞在していた時行なわれたものであり、有益な助言を賜った Dr. John H. Nath に謝意を表する。また、実験に協力していただいた高橋佳久氏(熊谷組)にも謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Phillips, O. M.: The Dynamics of the Upper Ocean, Cambridge University Press, Cambridge, p. 114, 1969.
- 2) Ijima, T., T. Matsuo and K. Koga: Equilibrium range spectra in shoaling water, Proc. of the 12th Conf. on Coastal Eng., pp. 137~149, 1970.
- 3) Kitaigordskii, S. A., V. P. Krasitskii and M. M. Zaslaukskii: On Phillips' theory of equilibrium range in the spectra of wind-generated gravity waves, Journal of Physical Oceanography, Vol. 5, pp. 410~420, 1975.
- 4) Thornton, E. B.: Rederivation of the saturated range in the frequency spectrum of wind-generated gravity waves, Journal of Physical Oceanography, Vol. 7, pp. 137~140, 1977.
- 5) Lee, T. T. and K. P. Black: The energy spectra of surf waves on a coral reef, Summaries of the 16th International Conf. on Coastal Eng., Hamburg, West Germany, Paper No. 25, 1978.
- 6) Black, K. P.: Wave transformation over shallow reef, Technical Report No. 42, University of Hawaii, Look Lab. 78-42, 1978.
- 7) Keulegan, G. H. and G. W. Patterson: Mathematical theory of irrotational translation waves, Journal of Research, N.B.S. Vol. 24, p. 100, 1940.
- 8) Sawaragi, T. and K. Iwata: On wave spectrum of breaking waves, Proc. of the 15th Conf. on Coastal Eng., Honolulu, Hawaii, pp. 580~594, 1976.
- 9) Blackman, R. B. and J. W. Tukey: The Measurements of Power Spectra, Dover Publications, New York, 1958.
- 10) 岩田好一期: 砕波帯における不規則波のパワー・スペクトルの形状について, 昭和54年度関西支部年次学術講演概要集, II-71, 1979.