

オイラー座標による二次元津波遡上の数値計算

岩 崎 敏 夫*・真 野 明**

1. 序 論

著者らは実際の津波の数値シミュレーションを可能ならしめる為に数年来努力を続けてきて、現在までは波源域より湾岸に至るまでについてはある程度の成果をあげることが出来るようになった^{1),2)}。しかしこの計算の難点は沿岸に仮想の水深と鉛直壁とを設け、ひき波時の海底露出や、陸上遡上の問題を避けたことにある。

一次元伝播であれば特性曲線法による解法があり、不規則波といえども数値解析は可能である。実際の地形の場合の遡上や海底露出を含んだ二次元伝播は Lagrange の基礎方程式を用いる方法により首藤・後藤が開発しつつあり、本論文集にも発表している^{3),4)}。この方法では先端の水粒子が常に先端にあってかつ水底に接しているとして、先端条件を解決したところに極めて優れた着想がある。しかし上述の研究の一環として、海上から伝播して来る津波の変位、流速を仮想境界条件として与えた場合には、そのよって立つ Euler の基礎方程式を用いた長波方程式を用いることが、どうしても必要になってくる。

このため著者らはとくに汀線境界条件の解決をはかり、遡上、露出を含む二次元計算についての成果をえたのでここに報告するものである。

2. 計算方法

2.1 基礎式

数値計算を行なう場合の基礎式は、慣性項、摩擦項を含んだ浅水長波の運動方程式と、連続方程式であり、鉛直方向に積分された形で式 (1)~(3) の様になる。

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{MN}{D} \right) = -gD \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \gamma_b^2 \frac{M \sqrt{M^2 + N^2}}{D^2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{MN}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{N^2}{D} \right) = -gD \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \gamma_b^2 \frac{N \sqrt{M^2 + N^2}}{D^2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 x, y は水平直交座標であり、 ζ, h は各々静水面より鉛直上方にとった水位、下方にとった水深であり、 D は実水深 $D=h+\zeta$ である。また M, N は単位幅あたりの流量で $M=UD, N=VD$ (U, V は x, y 方向の一樣分布流速) であり、摩擦係数は $\gamma_b^2=gn^2/D^{1/3}$ を用い $n=0.03 \text{ m}^{-1/3} \text{ sec}$ とした。

2.2 差分法

上述の式 (1)~(3) を leap frog scheme で差分化する。線型項の差分は中央差分を用い、慣性項は伊藤他⁵⁾に従って M, N の正負によって後退・前進差分を使い分ける。さらに 図-1 に示す様な差分格子に対して、格子の中央で水位 ζ を、格子境界で流量 M, N を求めることとし、そこでの水深を各々 H_ζ, H_M, H_N とする。

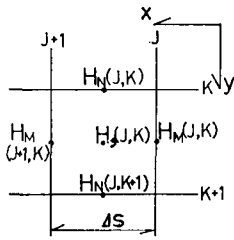


図-1 差分格子

3. 境界条件

遡上計算を行なう場合に、外海条件と先端条件の2種類が必要であるが、前者は以前に発表^{1),2)}してあるので、ここでは先端条件についてのみ述べる。岩崎・富樫⁶⁾は $F_r=2$ の条件を用いたが、有限な空間差分を用いる本方法での適用には問題があり引き波時の水際線に対しても用いられない。そこで、以下の様な形状的条件を考える。1つの差分格子に対してその最大水深を (4) で定義し、

$$H_{\max}(J, K) = \max(H_M(J, K), H_N(J, K), H_M(J+1, K), H_N(J, K+1)) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$\zeta(J, K) > -H_{\max}(J, K)$ の場合を mode 1, $\zeta(J, K) \leq -H_{\max}(J, K)$ の場合を mode 0 の格子とすると、mode 0 の格子では陸地が完全に露出していることになり、津波先端は mode 1 と mode 0 の格子の境界に存在する。ここでの流量 M, N の計算を行なうためには式 (1), (2) よりわかる様に計算点での D が必要なので、これを両側の水位点の高い方の水位を使って求めることにす

* 正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 東北大学助手 工学部土木工学科

る。すなわち M, N に対して各々式 (5), (6) の様に仮定した。

$$D(J, K) = H_M(J, K) + \max(\zeta(J, K), \zeta(J-1, K)) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$D(J, K) = H_N(J, K) + \max(\zeta(J, K), \zeta(J, K-1)) \quad \dots\dots\dots (6)$$

今 $D(J, K) \leq 0$ の場合は流量を零とし, $D(J, K) > 0$ の場合は式 (1), (2) によって M, N を計算する。この場合慣性項を差分展開した場合に海底露出点にはみ出す項が出てくる場合があるが, M^2/D 等の項は D が零に近づいた場合に D^2 に比例して零に近づくのでこれを零として省略した。

4. 一次元計算による精度の検討

本計算法の精度を検討するために理論解の求められている一様水深域の接続されている地形モデルを考え, 一次元伝播の計算を行なった。計算条件として, 斜面勾配 1/100, 外海水深 50 m, 斜面部水平長 $l=5$ km, 粗度係数 $n=0$, 差分格子間隔 $\Delta s=50$ m, $\Delta t=2$ 秒とし, 入射波振幅 $a=1.0$ m, 周期 6~50 分の正弦波を外海より入射させた。図-2 には周期 $T=16$ 分における津波先端水位の時間変化の例を示す。波形には多少の凹凸が見られるが 2 波目以降でほぼ定常に達している。定常状態の遡上高 R の理論式は首藤²⁾により物質座標の線型解と

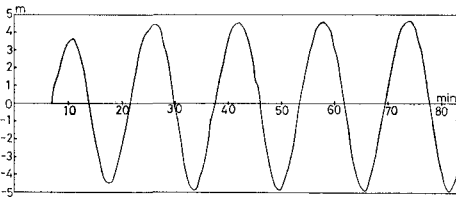


図-2 津波先端の水位変化 (周期 16 分)

表-1 遡上高の収束過程

T (min)	l/L	eq. (7)	r						
			1st	2nd	3rd	4th	5th	6th	7th
6	0.627	6.82	0.549	0.701	0.754	0.754	0.754	0.754	0.758
8	0.471	6.27	0.627	0.810	0.860	0.886	0.882	0.882	0.882
10	0.376	5.17	0.656	0.956	0.944	0.950	0.946	0.946	0.946
12	0.316	4.97	0.777	0.994	0.998	0.974	0.978	0.964	0.970
14	0.269	4.92	0.770	0.943	0.986	0.994	0.992	0.992	
16	0.235	4.64	0.778	0.966	0.983	0.987	0.999	1.01	
18	0.209	4.20	0.838	0.998	1.02	1.02	1.02		
20	0.188	3.79	0.905	1.02	1.02	1.02	1.02		
22	0.171	3.45	0.959	1.01	1.02	1.02	1.02		
24	0.157	3.19	0.997	1.01	1.02	1.02	1.02		
26	0.145	2.99	1.03	1.03	1.03	1.02	1.02		
28	0.134	2.84	1.06	1.01	1.01	1.01			
30	0.125	2.72	1.04	1.01	1.01	1.01			
35	0.108	2.51	1.08	1.02	1.01	1.01			
40	0.094	2.38	1.06	1.06	1.06	1.06			
45	0.084	2.30	1.06	1.01	1.01				
50	0.075	2.24	1.04	1.01	1.01				

して式 (7) の様に与えられている。

$$R/a = 2/\sqrt{J_0^2(4\pi l/L) + J_1^2(4\pi l/L)} \quad \dots\dots\dots (7)$$

そこで本計算値の n 波目の遡上高と理論値との比をとってこれを r とし, 表-1 に示した。これを見ると, 周期の 10 分以上の長周期側では, 第 2 波目以降 6% 以内の精度で理論解に収束しており, その収束の度合は周期が長いほど早い。周期 8 分以下では第 3 波程度まで増幅を続けており, 5 波目以降でほぼ定常に達するが理論値より小さい。定常状態の遡上高を理論値と比較したのが図-3 であり, $l/L > 0.3$ (L は外海波長) での理論値との差が大きく, この点は今後いっそうの検討が必要である。図-4 は周期 16 分における第 2 波目の最大遡上時と最大引き波時の空間波形を示したものであり, 首藤の理論解との比較を行なった。これによると遡上時の波形

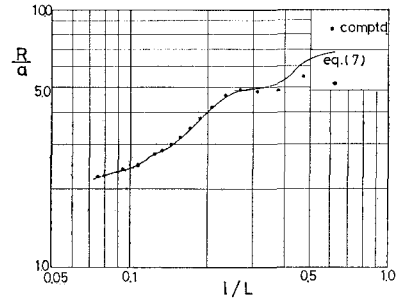


図-3 遡上高特性

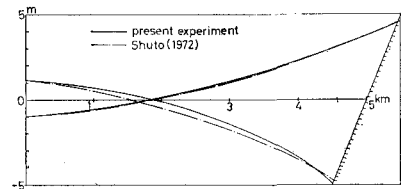


図-4 空間波形 (周期 16 分)

はよくあうが, 引き波時において若干の差異を示している。以上によりいくつかの問題点はあるが, 本計算法はほぼ妥当な結果を示しているものと考えられる。

5. 遡上, 露出を含んだ三陸大津波の計算

次に実際の地形のモデルとして三陸海岸山田湾をとりあげ, 1896 年 (明治 29 年) の三陸大津波による遡上計算を行なった。この津波は船越湾から船越地峡を越えて山田湾へぬけたという記録が残っており遡上計算を行なう上で興味深いモデルである。

波源域モデルとして著者ら^{2), 8)}による断層モデルを用いた。計算領域 A として基本格子間隔 $\Delta S=10$ km で構成し, これを

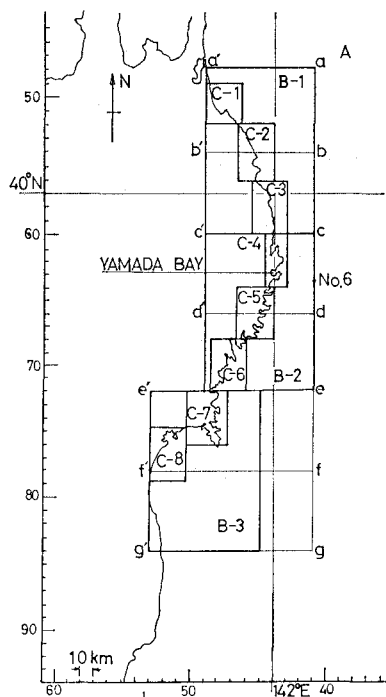


図-5 計算領域の接続関係と仮想入力境界

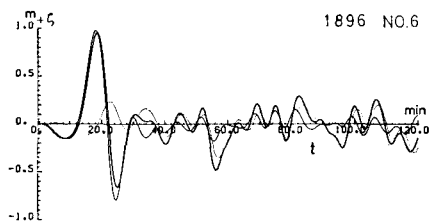
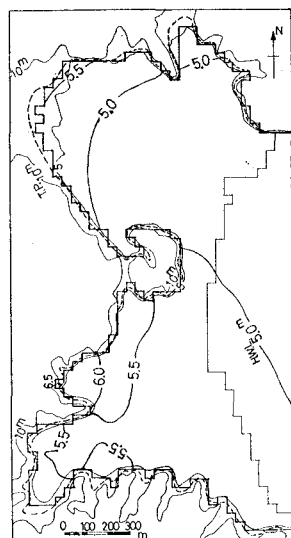


図-6 1896年津波外海波形(水深 810 m)

図-5 に示す様に海岸に近づくに従って B, C, D, ……領域と順次 1/3 ずつ格子間隔を細かくし、山田湾全域を 10/81 km, 山田港を 10/243 km $\approx$ 41 m の格子で表現した。1 回の津波発生の計算で数多くの地点での遡上計算が出来る様に 図-5 の a—g, a—a', …… , g—g' に示す仮想入力境界を設け、ここでの水位、流量のデータを使って湾内の計算を行なった。図-6 に仮想入力境界 No. 6 における波形の例を示した。太線が重複波、中線が入射成分波、細線が反射成分波を表わしている。1896 年津波は最初は小さな引き波で始まっており、次の押波が最大波である。またこの津波は最大波が満潮時に襲来しており、H.W.L. 0 m=T.P. 0.6 m の関係より、すべての水深データに 0.6 m を加え潮位補正を行なった。上述の波形を用いた場合、山田港の最大遡上高はやや小さかったので、図-5 に例示した c'—c—d—d' 上の入力境界値をすべて 1.6 倍して計算を行なった所 図-7 に示すようになった。図中には計算による最大水位の分布を H.W.L. 0 m からの高さで示し、浸水域を鉤形太実

線で示した。又実測最大痕跡高⁹⁾の等高線を結んだものを点線で示したが、両者はほぼ一致している。

図-8 には、山田湾領域における最大水位の分布を示すが、田の浜、船越での最大遡上高は各々 9.3 m, 6.5~7.0 m となっており、一方津波記録による値⁹⁾は各々 9.1 m, 6.6 m と津波記録との対応は良好である。また山田湾内の最大水位の分布を見ると、湾口か



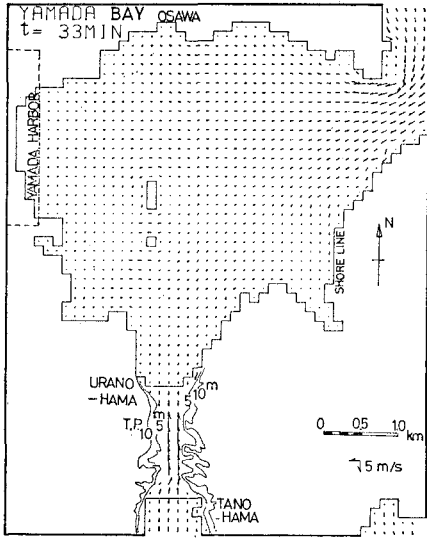


図-9 山田湾流速分布 ($t=33$ 分)

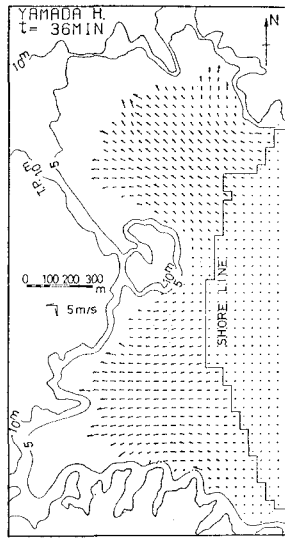


図-10 山田港流速分布 ($t=36$ 分)

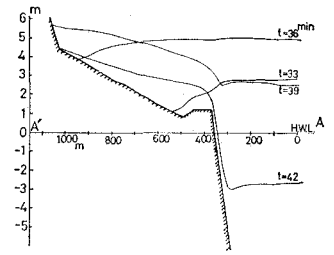


図-13 山田港における空間波形

～36分では先端が平均速度 2.5 m/s で遡上しており、これは先に述べた流速とほぼ等しい。 $t=36$ 分以降港内では波が引き始めており、水深のちがいによる位相差が大きくなっている様子がわかる。また $t=42$ 分では岸壁から水が落下しているがこの様な現象はたびたび報告されているものである。

6. 結 言

本計算法により 1896 年三陸大津波記録との検証を行ない一応妥当な結果を得ることが出来た。しかし図-7に示した最大水位の分布を詳細に見ると山田町南側では北側より 1m 程度高くなっており、図-8に示した山田湾内の水位分布の影響を受けているようである。

最後に本研究を進めるにあたり岩手県漁港課より貴重な資料をいただいた。また本研究は昭和 53 年度文部省科学研究費自然災害科学特別研究「流れとしての津波」

(研究代表者 梶浦欣二郎教授) に研究費用の一部の補助をうけた。ここに記して感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) 岩崎敏夫・真野 明・滝森 勉: 三陸沖における巨大地震に伴う津波の数値モデル, 第 22 回海岸工学講演会論文集, 1975.
- 2) 岩崎敏夫・真野 明: 三陸沖の断層地震による大津波の追算, 第 23 回海岸工学講演会論文集, 1976.
- 3) 後藤智明・首藤伸夫: 越喜来湾に対する津波の遡上計算, 第 15 回自然災害科学総合シンポジウム講演論文集, 1978.
- 4) 後藤智明・首藤伸夫: 非線型津波の 2 次元計算, 第 26 回海岸工学講演会論文集, 1979.
- 5) 伊藤 剛: 数値解析の応用と基礎, アテネ出版, 1971.
- 6) 岩崎敏夫・富樫宏由: 遡上津波先端の境界条件と計算法,

れて遡上している様子がわかる。津波先端の流速は 2～5 m/s, 後ろの方では約 2 m/s であり流速の大きさはほぼ一様である。

図-11 は山田湾における 39 分後の流況を示したものであり、湾内全域で引き波が始まっている様子を示す。

図-12 は同時刻における山田港領域での流況を示したものであり、汀線付近での大きい引き波の流速が見られる。一方津波先端付近ではなお遡上を続けており、地形の影響による位相のずれが現われているのは興味深い。

図-13 は図-12 に示す A—A' 断面における空間波形の時間による変化の様子を示したものである。 $t=33$

第 16 回海岸工学講演会講演集, 1969.

- 7) Shuto, N.: Standing waves in a sloping dike,
Coastal Eng. in Japan, Vol. 15, 1972.
- 8) 岩崎敏夫・真野 明・足立有平: 湾奥における津波遡上,

第 24 回海岸工学講演会論文集, 1977.

- 9) 岩手県土木課編: 震浪災害土木誌.
- 10) 伊木常誠: 三陸津波実況取調報告書, 震災預防調査会報告, 第 11 号, 1897.
-