

波によって生ずる浮魚礁の係留索張力

木 村 晴 保*

1. まえがき

人工魚礁は、魚介類の調査・増殖・培養を目的として、魚礁を海底に敷設する沈設魚礁と海中に浮揚係留する浮魚礁に大別できる。一般に浮魚礁は浮魚を対象とし、その敷設は深海域で1点で係留されるため、浮魚礁の魚礁部（浮体部）は流体力によって運動する。また形状が多種であることなどもあって、浮体部を係留する索（係留索）に生ずる張力の算定は難しい。

ここでは、係留索の設計外力を推算するに当り、浮体部に働く流体力を、流体の場の速度変化が無視できる大きさに浮体部を分割し、各々の浮体に働く流体力のベクトル和として与え（式(2)）、浮体の運動基本式（1）を提起した。

基本式の解析は、浮魚礁の形態を浮体部の形状と力学面から、球状態、長柱態およびこれらの組合せから成る複合態に分類し、それについて係留索張力の算定式を求め、室内実験の結果と比較検討した。

2. 基 本 式

図-1は1点係留した長柱態浮魚礁（浮体部の上部と下部に働く流体力の差が大きく、流体力の合力が一点に作用するものとして取扱えない。また重力、係留索張力の作用線が同一点で交差するとみなしえない浮魚礁をいう）を模式化したもので、このような浮体の運動基本式を、次式で近似する。

$$\left. \begin{aligned} \rho_0 V_0 \ddot{r}_{G} &= \sum_i [f_{ti}] - (F - W) \sin \varphi + T \sin (\varphi - \theta) \\ \rho_0 V_0 \ddot{r}_{nG} &= \sum_i [f_{ni}] + (F - W) \cos \varphi - T \cos (\varphi - \theta) \\ \rho_0 V_0 k^2 \ddot{\varphi} &= -T l_{QG} \sin (\varphi - \theta) - F l_{GS} \sin \varphi \\ l_0 \sin \varphi &= l \sin \theta \\ Z_0 &= l \cos \theta - l_0 \cos \varphi \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、

$\ddot{r}_{\tau(n)G}$: 浮体の重心 G の $\tau(n)$ 方向の加速度

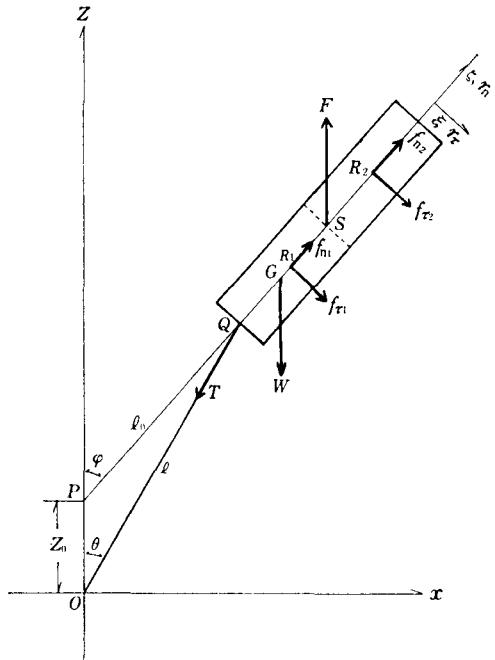


図-1 座標系と記号

$$\left. \begin{aligned} \rho_0 &: \text{浮体の密度}, V_0: \text{浮体の体積} \\ F &: \text{浮体の浮力}, W: \text{浮体の自重} \\ k &: \text{重心 } G \text{ のまわりの浮体の回転半径} \\ l_{QG}, l_{GS}, l_{GRi} &: QG, GS, GRI (図-1) の長さ \\ l, l_0, Z_0 &: 長さ (図-1), \theta, \varphi: 角度 (図-1) \\ \sum_i [f_{\tau(n)i}] &: \text{浮体に働く流体力の } \tau(n) \text{ 成分の合力で,} \\ &\quad \text{浮体を流体の場の速度変化が無視できる大きさ} \\ &\quad \text{に分割すれば, } i \text{ 浮体に働く流体力の } \tau \text{ および} \\ &\quad n \text{ 成分は式 (2) で近似できる}^{1)} \\ f_{ti} &= \rho V_i \ddot{\xi}_i + K_{ti} \rho V_i (\ddot{\xi}_i - \ddot{r}_{ti}) \\ &\quad + \frac{1}{2} C_{Dti} \rho A_{ti} (\ddot{\xi}_i - \ddot{r}_{ti}) |\ddot{\xi}_i - \ddot{r}_{ti}| \\ f_{ni} &= \rho V_i \ddot{\zeta}_i + K_{ni} \rho V_i (\ddot{\zeta}_i - \ddot{r}_{ni}) \\ &\quad + \frac{1}{2} C_{Dni} \rho A_{ni} (\ddot{\zeta}_i - \ddot{r}_{ni}) |\ddot{\zeta}_i - \ddot{r}_{ni}| \end{aligned} \right\} \quad \dots (2)$$

ここで、

ρ : 流体の密度, V_i : i 浮体の体積

$K_{\tau(n)i}$: i 浮体の $\tau(n)$ 方向の付加質量係数

* 正会員 農博 農林水産省農業土木試験場

$C_{D\tau(n)i}$: i 浮体の $\tau(n)$ 方向の抗力係数

$A_{\tau(n)i}$: i 浮体の $\tau(n)$ 面への投影面積

$(\xi_i, \dot{\xi}_i), (\ddot{\xi}_i, \ddot{\dot{\xi}}_i)$: i 浮体の図心における流体の速度と加速度の τ および n 成分で、図心における流体の速度と加速度の水平及び鉛直加速度を $(\dot{x}_i, \ddot{x}_i), (\dot{z}_i, \ddot{z}_i)$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} (\dot{\xi}_i, \ddot{\xi}_i) &= (\dot{x}_i, \ddot{x}_i) \cos \varphi - (\dot{z}_i, \ddot{z}_i) \sin \varphi \\ (\ddot{\xi}_i, \ddot{\dot{\xi}}_i) &= (\dot{x}_i, \ddot{x}_i) \sin \varphi + (\dot{z}_i, \ddot{z}_i) \cos \varphi \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

$\dot{r}_{\tau(n)i}, \ddot{r}_{\tau(n)i}$: i 浮体の図心の速度と加速度の $\tau(n)$ 成分で

$$\left. \begin{aligned} \dot{r}_{\tau i} &= (l_0 + l_{QRi})\dot{\varphi} - \dot{Z}_0 \sin \varphi \\ \ddot{r}_{\tau i} &= (l_0 + l_{QRi})\ddot{\varphi} + 2(l_0 + l_{QRi})\dot{\varphi} - \ddot{Z}_0 \sin \varphi \\ \dot{r}_{ni} &= (\dot{l}_0 + \dot{l}_{QRi}) + \dot{Z}_0 \cos \varphi \\ \ddot{r}_{ni} &= -(l_0 + l_{QRi})\dot{\varphi}^2 + (\dot{l}_0 + \dot{l}_{QS}) + \ddot{Z}_0 \cos \varphi \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

3. 球状態浮魚礁

これは浮体部の形状が球体で近似でき、大きさが係留索長や波長に比べて充分に小さく、浮体に働く流体力、浮力、重力、係留索張力が全て1点に作用するものとみなしえるもので、式(1)は式(5)となる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varphi} &= \alpha_r \frac{\dot{\xi}}{l} + \beta_r \frac{l}{D} \left(\frac{\dot{\xi}}{l} - \dot{\varphi} \right) \left| \frac{\dot{\xi}}{l} - \dot{\varphi} \right| - \sin \varphi \\ -\dot{\varphi}^2 &= \alpha_n \frac{\ddot{\xi}}{l} + \beta_n \frac{l}{D} \frac{\dot{\xi}}{l} \left| \frac{\dot{\xi}}{l} \right| + \cos \varphi - \frac{T}{N} \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

ここに、 $\therefore p \left(= \sqrt{\frac{1-\delta}{\delta+K_S} \frac{g}{l} t} \right)$ に関する微分

$$\alpha_r = \alpha_n = \frac{1+K_S}{\delta+K_S}, \quad \beta_r = \beta_n = \frac{1}{2} \frac{DA_S}{V_S} \frac{C_{DS}}{\delta+K_S} \dots (6)$$

D : 球体の直径、 δ : 球体の比重、 N : $F-W$

K_S : 球体の付加質量係数、 C_{DS} : 球体の抗力係数

V_S : 球体の体積、 A_S : 球体の投影面積

3.1 固有周期

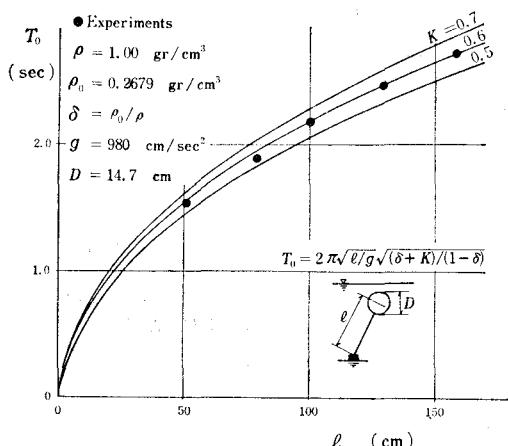


図-2 1点で係留された球体の固有周期

固有周期 T_0 は、式(5)の第1式の右辺第1、第2項をゼロ、 $\sin \varphi \approx \varphi$ とし次式を得る。

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\delta + K_S}{1 - \delta} \frac{l}{g}} \dots (7)$$

図-2は実験値と式(7)を比較したもので、これによれば球体の付加質量係数 K_S は 0.5 よりも 0.6 となる。これは式(7)が抗力を無視した結果によるものと考えられる。

3.2 係留索張力

最大係留索張力の水平分力 $(T_H)_{\max}$ と鉛直分力 $(T_V)_{\max}$ は、式(5)で $\xi/l \ll 1, \varphi \ll 1$ とし、Dronkers-Schonfeld の手法を用いることにより次式を得る²⁾。

$$\left. \begin{aligned} (T_H)_{\max} &\doteq (T_n)_m \cdot \varphi_m \\ (T_V)_{\max} &\doteq (T_n)_m \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

ここに、

$$(T_n)_m = N ((\lambda \varphi_m)^2 + (F_{V0})_{\max}/N + 1)$$

$$\lambda = T_0/T \quad (T: \text{波の周期})$$

$$\varphi_m = \frac{1}{\sqrt{2} q^2} [((1 - \lambda^2)^4 + 4q^2 \lambda^2)^{1/2} - (1 - \lambda^2)^2]^{1/2}$$

$$\times ((\alpha_r - 1)\lambda^2 + 1) \frac{x_{Gm}}{l}$$

$$q = \frac{8}{3\pi} \beta_r \frac{l}{D} [(\alpha_r - 1)\lambda^2 + 1] \frac{x_{Gm}}{l} \dots (9)$$

x_{Gm} : 浮体の重心位置での波による水粒子の水平運動半径

$(F_{V0})_{\max}$: 固定球体に働く鉛直波力の最大値

図-3, 4は図-2の球体を水深 $h=2.50$ m の下で得た実験値と式(8)との比較で、計算には $K_S=0.6$, $C_{DS}=0.5$ とした。図-3の $(T_n)_{\max}$ は式(9)の第1式の最大張力 $(T_n)_m$ から余剰浮力 N を差引いた値、すなわち張力の最大変動値を意味し、これは以下に示す図-6, 9に

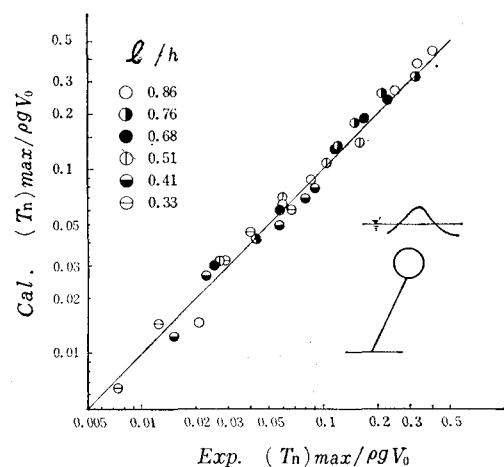


図-3 張力の最大変動値 $(T_n)_{\max}$ の計算値と実験値の比較

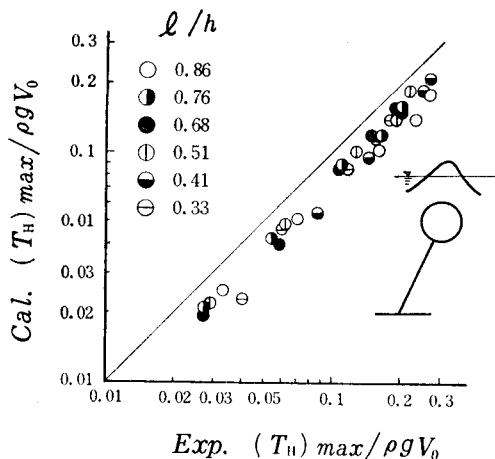


図-4 最大水平力 (T_H)_{max} の計算値と実験値の比較

についても同様である。

張力の最大変動値に関してはほぼ妥当な結果といえるが、最大水平力は計算値の方が実験値よりも全て小さい。これは抗力係数 $C_{DS}=0.5$ によるものと考えられる。

4. 複合態浮魚礁

これは図-5のように、球体と柱体からなる浮体で、このような浮体の固有周期と係留索張力は、式(6)で $\alpha_r, \beta_r, \delta$ を求める際、 C_{DS}, K_S, δ を式(10)の $C_{D\tau}, K_\tau, \delta$ で与え、式(9)の $(F_{r0})_{max}$ を固定した複合態に働く流体力の鉛直最大力で与えれば、式(7), (8)から求ま

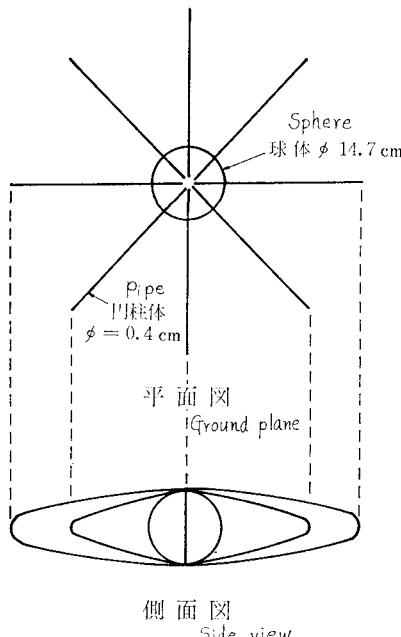


図-5 複合態浮魚礁

る。

$$\left. \begin{aligned} C_{D\tau} &= C_{DS} + C_{DP\tau} \cdot A_{P\tau} / A_S \\ K_\tau &= K_S + (1 + K_{P\tau}) \cdot V_P / V_S \\ \delta &= (\rho_S V_S + \rho_P V_P - \rho V_P) / \rho V_S \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ここに、

$C_{DP\tau}, K_{P\tau}$: 柱体の τ 方向の抗力係数と付加質量係数

$A_{P\tau}$: 柱体の τ 面への投影面積

V_P, ρ_P : 柱体の体積と密度

図-6, 7 は計算値と実験値との比較で、ほぼ妥当な結果といえる。

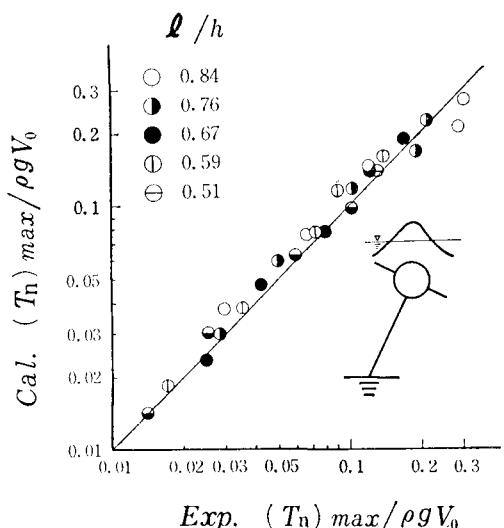


図-6 張力の最大変動値 (T_n)_{max} の計算値 ($C_{Dn} = 1.932, C_{D\tau} = 1.457, K = 0.579$) と実験値の比較

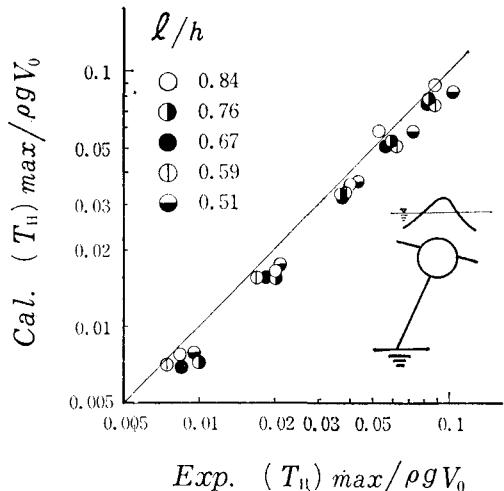


図-7 最大水平力 (T_H)_{max} の計算値と実験値の比較

5. 長柱態浮魚礁

5.1 固有周期

式(1)で水粒子の速度と加速度をゼロ、式(2)の右第3項を無視し、さらに $\varphi \ll 1, \theta \ll 1$ とみなすことにより次式を得る³⁾。

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= T_0 \sqrt{1+a(f+d)/e} \\ T_2 &= T_0 \sqrt{(c-ad)/e} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(11)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} T_0 &= 2\pi\sqrt{(\delta+K_r)/(1-\delta)\cdot l/g} \\ \delta &= \rho_0/\rho, \quad K_r = \sum_i [K_{ri} \cdot V_i/V_0] \\ \alpha_{ri} &= K_{ri}/(\delta+K_r) \cdot V_i/V_0 \\ a &= \delta/(\delta+K_r) \cdot l_{QG}/l + \sum_i [\alpha_{ri} \cdot l_{QRi}/l] \\ c &= \delta/(\delta+K_r)(k/l)^2 + \sum_i [\alpha_{ri} l_{QRi} \cdot l_{GRi}/l^2] \\ d &= \sum_i [\alpha_{ri} \cdot l_{GRi}/l] \\ e &= l_{QG}/l + F/N \cdot l_{GS}/l \\ f &= l_{QG}/l \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(12)$$

図-8は、直徑 $D=9.1$ cm、長さ $B=103.0$ cm、自重 $W=3.980$ g、浮力 $F=6.699$ g、下端から重心までの距離 $l_{QG}=30.1$ cm、浮心から重心までの距離 $l_{GS}=19.1$ cm なるアクリルパイプを係留索長 $l=38.5, 42.0, 60.0$ cm として得た実験値を示す。

計算結果は、上記円柱を4等分して式(11)から求めた。

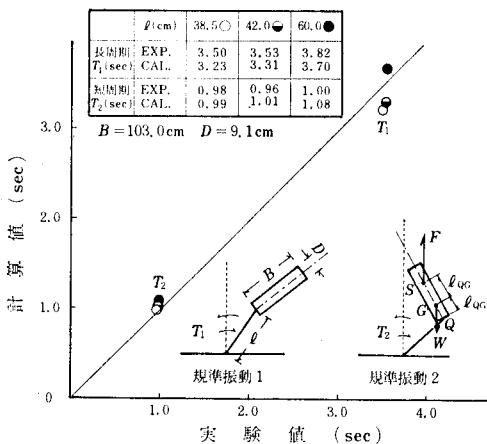


図-8 固有周期の計算値と実験値の比較

5.2 係留索張力

(1) $T \gg T_1$ の場合

波の周期(T)が固有周期(T_1)に比べて十分に長いときには、定常流として取扱うことができ、式(1)、(2)で $\dot{r}_r, \dot{r}_n, \ddot{r}_r, \ddot{r}_n$ をゼロと近似することにより次式が得られる。

$$\sin \varphi_{j+1} = \sum_i \left\{ \frac{(f_{ri})_{\varphi=\varphi_j}}{N} \frac{l_{QGi}}{l} \right\} / \left(\frac{F}{N} \frac{l_{GS}}{l} - \frac{W}{N} \frac{l_{QG}}{l} \right) \quad \dots\dots\dots(13)$$

そこで、式(13)を満たす φ を摂動法で求めれば、係留の最大索張力($T_n)_m$ とその水平分力(T_H)_{max} は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} (T_n)_m &= N \{ 1 + \sum_i [f_{ni}] / N \} \\ (T_H)_{\max} &= \frac{T_n}{N} \sin \theta \\ &\doteq \frac{\sum_i [f_{ri}]}{N} \cos \varphi + \frac{\sum_i [f_{ni}]}{N} \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(14)$$

(2) $T \ll T_2$ の場合

この場合には、一般に浮体に働く変動外力は浮体の加速度運動に吸収され、 $\varphi, \theta \ll 1$ となるため、係留の最大索張力($T_n)_m$ 、とその水平分力(T_H)_{max} は式(15)となる。

$$\left. \begin{aligned} (T_n)_m &= N \\ (T_H)_{\max} &\ll \sum_i [(f_{ri})_{\varphi=0}] / N \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(15)$$

(3) 上記(1)、(2)以外の場合

この場合には、式(1)を数値計算する⁴⁾。

図-9、10 の実験値は次の条件の下で得られた結果である。

[実験条件]

浮 体: 円柱 $D=9.1$ cm, $B=130.0$ cm (下端より 53.0 cm までに水を入れる)
自重 $W=3.988$ g

浮力 $F=6.699$ g, $l_{QG}=32.4$ cm

係留索長: $l=60.0$ cm

固有周期: $T_1=3.82$ sec, $T_2=1.0$ sec ($T_0=3.08$ sec)

水槽水深: $h=250.0$ cm

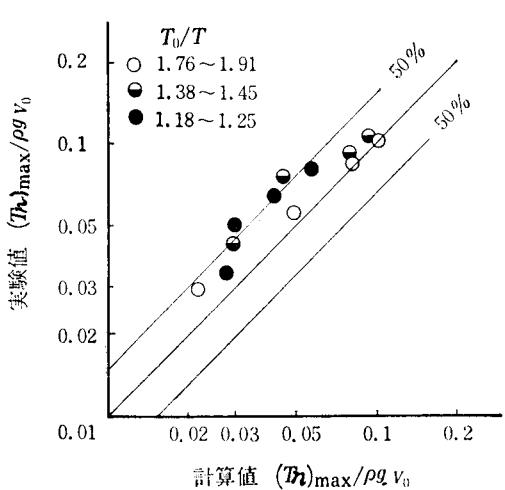


図-9 張力の最大変動値の計算値と実験値の比較
(長柱態)

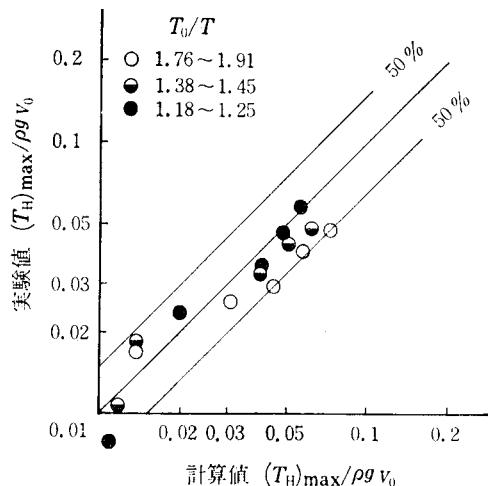


図-10 最大水平力の計算値と実験値の比較
(長柱態)

波 高 $H = 4.2 \text{ cm} \sim 38.0 \text{ cm}$

周 期 $T = 1.615 \sim 2.608 \text{ sec}$

計算値は、円柱体を4等分割し、式(1)、(2)の諸係数を与えて数値計算を行なった。

係留索張力の最大水平力と最大鉛直力とも計算値はほぼ $\pm 50\%$ 範囲で一致している。

6. あとがき

係留索張力、特にその水平分力は係留浮体の固有周期と密接な関係がある。本文中で指摘できなかったが一般に係留索張力の水平分力は、同一場に固定された浮体に働く流体力の水平分力よりも小さいと考えがちであるが、固有周期よりも長い周期の波の下では前者が後者に比べて大きく、固有周期に近い周期の波の下では非常に大きくなる結果を得た⁵⁾。このことは浮魚礁の設計に際し、係留索張力を推算するとき、特に注意しなければならない。また長柱態浮魚礁の場合、固有周期 T_1 に近い周期の波の下では、係留索張力の測定値は不安定となり、5.2(3) では充分に説明できなかった。

参考文献

- 1) エリ・ランダウ、イエ・リフシツ著、竹内均訳：流体力学 1、東京図書、pp. 33~38、1970.
- 2) 木村晴保：浮魚礁係留のための浮体に働く波力と係留張力の基礎的研究、農土場報第 16 号、pp. 126~127、1977.
- 3), 4), 5) 玉木仁志：波動下に一点係留された柱状態浮魚礁の係留索に生ずる張力の推算について、東海大学 51 年度卒業研究。