

琵琶湖南湖における湖流と滞留・拡散特性に関する数値解析

岩佐義朗*・井上和也**・磯久礼志***・村田直人****

1. はじめに

琵琶湖に関しては、その大部分を占める北湖の湖流に重点を置いた研究が従来より行われているが、本研究は湖流だけでなく物質の滞留・拡散がより問題化しつつある南湖に注目し、恒流、環流および静振などの比較的空間スケールの大きい湖流の特性と、それに伴う物質の滞留・拡散の特性とを数値シミュレーションによって考察するものである。いま南湖として琵琶湖大橋～近江大橋（図-2）間を対象とすると、その湖面積および貯水量は、鳥居川量水標の 0 水位（TP 84.371 m）に対して、それぞれ 57.9 km² および 2.12×10⁸ m³ であり、平均水深は 3.66 m である。北湖と比較すると湖面積は約 1/10、貯水量は 1/100 に相当している。南湖の長軸方向はほぼ NNE 方向で、その長さは 13.5 km、平均幅は 4.3 km である。南湖の湖底地形は湖盆形状をなしており、堅田湖峡（琵琶湖大橋地点）より坂本沖までは、水深は約 8 m から 4 m へと次第に浅くなっているが、最深部は西岸に偏っていて、湖岸傾斜も東岸が浅遠であるのに対し、西岸は急斜面となっている。

湖沼において流体運動を生ぜしめる要因には、種々のものが考えられるが、南湖についていえば、上の地形的特徴より、北湖から瀬田川へ流出する恒流的な成分がまず考えられ、これに風の影響が重なりと予想される。また、水深が浅く成層は発達しないとみなされるので、密度の非一様性による流れは考えないことにする。

2. 基礎式とその差分式

(1) 湖流の基礎式

ここで対象とする湖流の解析には、湾内の流れと同様に、つぎの 2 次元 1 層モデルが適用される（図-1 (a)）。

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} UM + \frac{\partial}{\partial y} UN = -g(h+\zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ + fN + \frac{1}{\rho} \{ \tau_x(s) - \tau_x(b) \} \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

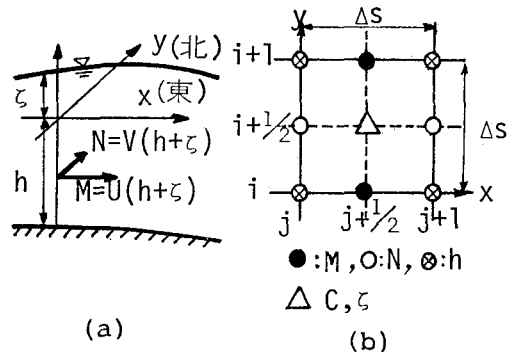


図-1 2次元1層モデルとその差分格子

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} VM + \frac{\partial}{\partial y} VN = -g(h+\zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ - fM + \frac{1}{\rho} \{ \tau_y(s) - \tau_y(b) \} \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

水表面でのせん断応力 $\tau_{x \text{ or } y}(s)$ および湖底でのそれ $\tau_{x \text{ or } y}(b)$ については、慣用の次式^{1), 2)}を適用する。

$$\tau_{x \text{ or } y}(s) = \gamma_a^2 \rho_a W_{x \text{ or } y} \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \dots\dots\dots (4)$$

$$\begin{aligned} \tau_{x \text{ or } y}(b) = \gamma_b^2 \rho U_{\text{or } V} \sqrt{U^2 + V^2} - \beta \tau_{x \text{ or } y}(s) \\ \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

ここで、 W_x, W_y は風速の x, y 方向成分、 ρ_a : 空気
の密度、 $\gamma_a^2, \gamma_b^2, \beta$: それぞれ係数で、その値にはよく使わ
れている²⁾ $\gamma_a^2 = 1.3 \times 10^{-3}$, $\gamma_b^2 = 2.6 \times 10^{-3}$ および $\beta = 1$ を
採った。

(2) 拡散の基礎式

ここで扱う物質の移動は、 U および V による移流に
拡散が重なったものに限った。したがって、その基礎式
は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} = K_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \\ \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

である。拡散係数は、拡散のスケールによって変化する
ことが知られているが、ここでは南湖での種々の観測よ
り推定された値の下限値 $K_x = K_y = 10^3 \text{ cm}^2/\text{s}$ を試算的に
用いた。

* 正会員 工博 京都大学工学部土木工学科教室
** 正会員 工修 京都大学工学部土木工学科教室
*** 正会員 水資源開発公団第1工務部
**** 正会員 国際建設技術研究所

(3) 差分式

式(1)~(3)および(6)の差分式は、すでに種々提案されているが、本報では湖流に関しては、今里ら²⁾の差分式を用いる。まず、移流の変化が小さいとして、式(1)、(2)の非線型項を省略し、これらと式(3)の差分化を行う(図-1(b))。

$$\begin{aligned} & \frac{M_{i,j+1/2}^{n+2} - M_{i,j+1/2}^n}{2\Delta t} \\ &= -g(\bar{h} + \bar{\zeta})_{i,j+1/2}^n \frac{\zeta_{i+1/2,j+1/2}^{n+1} - \zeta_{i-1/2,j+1/2}^{n+1}}{\Delta s} \\ &+ \frac{f}{4} (N_{i-1/2,j}^n + N_{i+1/2,j}^n + N_{i-1/2,j+1}^n \\ &+ N_{i+1/2,j+1}^n) + \frac{1}{2\rho} \{ \tau_x(s)_{i,j}^n - \tau_x(b)_{i,j}^n \\ &+ \tau_x(s)_{i,j+1}^n - \tau_x(b)_{i,j+1}^n \} \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{N_{i+1/2,j}^{n+2} - N_{i+1/2,j}^n}{2\Delta t} \\ &= -g(\bar{h} + \bar{\zeta})_{i+1/2,j}^n \frac{\zeta_{i+1/2,j+1/2}^{n+1} - \zeta_{i+1/2,j-1/2}^{n+1}}{\Delta s} \\ &- \frac{f}{4} (M_{i,j-1/2}^n + M_{i+1,j-1/2}^n + M_{i,j+1/2}^n \\ &+ M_{i+1,j+1/2}^n) + \frac{1}{2\rho} \{ \tau_y(s)_{i,j}^n - \tau_y(b)_{i,j}^n \\ &+ \tau_y(s)_{i+1,j}^n - \tau_y(b)_{i+1,j}^n \} \dots\dots\dots(8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\zeta_{i+1/2,j+1/2}^{n+2} - \zeta_{i+1/2,j+1/2}^{n+1}}{2\Delta t} \\ &= - \frac{M_{i+1,j+1/2}^{n+2} - M_{i,j+1/2}^{n+2}}{\Delta s} \\ &- \frac{N_{i+1/2,j+1/2}^{n+2} - N_{i+1/2,j}^{n+2}}{\Delta s} \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

ここで、 n は時間ステップの指標であり、また、

$$\begin{aligned} & (\bar{h} + \bar{\zeta})_{i,j+1/2}^n = \{ (\bar{h} + \bar{\zeta})_{i-1/2,j+1/2}^n \\ &+ (\bar{h} + \bar{\zeta})_{i+1/2,j+1/2}^n \} / 2 \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \bar{h}_{i+1/2,j+1/2}^n = (h_{i,j} + h_{i+1,j} + h_{i,j+1} + h_{i+1,j+1}) / 4 \\ & \dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

である。さらに U, V は次式から求めるものとする。

$$\begin{aligned} & U_{i+1/2,j+1/2}^{n+2} = (M_{i+1,j+1/2}^{n+2} \\ &+ M_{i,j+1/2}^{n+2}) / \{ 2(\bar{h} + \bar{\zeta})_{i+1/2,j+1/2}^{n+1} \} \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & V_{i+1/2,j+1/2}^{n+2} = (N_{i+1/2,j+1}^{n+2} \\ &+ N_{i+1/2,j}^{n+2}) / \{ 2(\bar{h} + \bar{\zeta})_{i+1/2,j+1/2}^{n+1} \} \dots\dots\dots(13) \end{aligned}$$

一方、拡散に関しては式(6)をつぎのように差分化した。

$$\begin{aligned} & \frac{C_{i+1/2,j+1/2}^{n+2} - C_{i+1/2,j+1/2}^n}{2\Delta t} \\ &= -U_{i+1/2,j+1/2}^{n+1} \frac{C_{i+3/2,j+1/2}^n - C_{i-1/2,j+1/2}^n}{2\Delta s} \\ &- V_{i+1/2,j+1/2}^{n+1} \frac{C_{i+1/2,j+3/2}^n - C_{i+1/2,j-1/2}^n}{2\Delta s} \\ &+ K_x \frac{C_{i+3/2,j+1/2}^n - 2C_{i+1/2,j+1/2}^n + C_{i-1/2,j+1/2}^n}{(\Delta s)^2} \\ &+ K_y \frac{C_{i+1/2,j+3/2}^n - 2C_{i+1/2,j+1/2}^n + C_{i+1/2,j-1/2}^n}{(\Delta s)^2} \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

拡散の計算では、計算の途中に $C < 0$ が現われることが知られている¹⁾が、そのときには $C = 0$ とした。また、拡散物質の総量が初期でのそれに等しくなるように計算ステップごとに補正を行った。

計算では、南湖を 図-2 の差分格子に分割した ($\Delta s = 500$ m)。また Δt は CFL 条件より 15 秒とした。

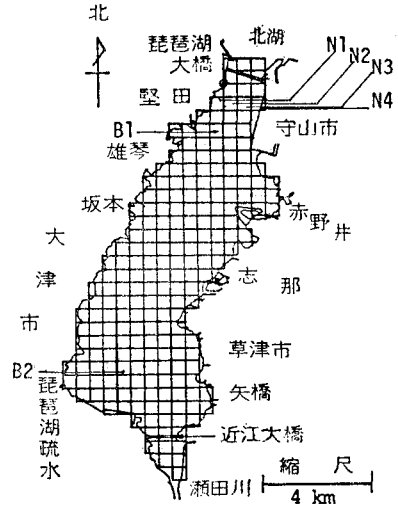


図-2 琵琶湖南湖の格子分割

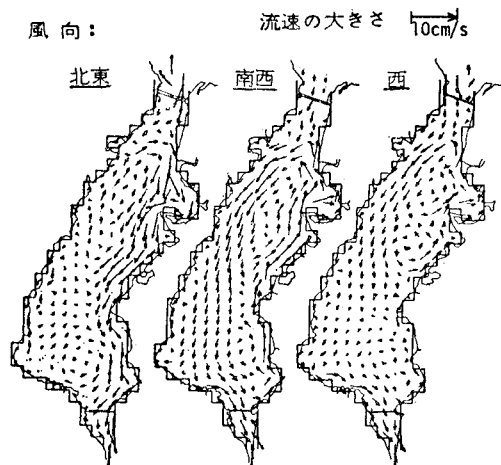
(4) 境界条件

湖流の計算ではつぎの境界条件を与えた。(i) 北端: 堅田の水位, (ii) 南端: 瀬田川の流量, (iii) 湖岸に直角な方向の流量フラックスを 0 とする。ただし、疏水の取水口では取水流量に相当する流量フラックスを考え、また流入河川の流量はすべて無視した。一方、拡散の計算では、湖岸においては濃度こう配を 0 とした。これより鏡像の原理が導かれる¹⁾。北端では、北湖での濃度をつねに 0 とし、南端では濃度は直線的に変化するとした。疏水取水口では取水に伴なわれる流出フラックスを考慮した。

3. 湖流に関する計算結果

(1) 平均的な湖流

気象(風)・水理条件を一定にしたときの定常的な湖流を求めるのに、まず出発値として全域で $M = N = 0$ および水位は堅田でのそれに等しいとし、つぎに式(7)~(9)に従って非定常な計算を進めた。図-3 は、瀬田川の流量を $80 \text{ m}^3/\text{s}$ 、疏水の取水流量を $20 \text{ m}^3/\text{s}$ 、堅田の水位を TP 84.371 m としたとき(ほぼ平水時に相当)の計算結果から、出発値より 20 時間~31 時間の計 12 時間の計算値を 15 分ごとにサンプリングし、その平均をとった



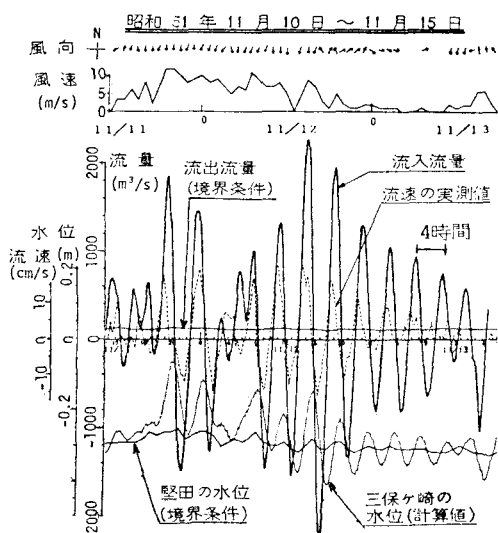
図—3 平均的な湖流

湖流である（風速：2 m/s，風向は長軸方向に近い NE，SW および卓越風向の W）。図より，平均的な湖流の特徴は風向によって大きく異なることが分る。すなわち，NE のときは南下する流れは東岸に偏り，西岸に北上する流れが生じ，全体として時計回りの環流がみられるのに対し，SW のときは上と全く逆の特徴を示し反時計回りの環流となっている。また，W では小規模な反時計回りの環流が2つ発生している。琵琶湖の環流としては北湖の北部に生ずることが知られており，地衡流として取扱えるとされている⁹⁾が，図—3の環流には風の影響が著しく，吹送流と湖底地形の影響により発生したものと考えられる。Csanady⁴⁾は細長い湖の中央部での吹送流は，水深が相対的に浅い部分では風向と同じ向きに流れ，水深が相対的に深い部分では逆になることを近似的に導いているが，図—3の湖流の特徴は，中央部で遠浅の東岸側に風向と同じ向きの湖流が生じ，水深の大きい西岸側では逆になるとまとめられるから，風向の変化による中央部の流向の変化は上の Csanady の考え方で説明されることになる。

出水時で瀬田川の流量が大きいときには，恒流成分が相対的に大きくなり環流は消滅すると考えられるが，そのような場合でも風速が 5 m/s 程度であれば，風向によっては環流が現われることが認められている⁵⁾。以上から，南湖の平均的な湖流は，瀬田川の流量，風速および風向によって変化し，とくに環流の発生とその向きには風の影響が著しいとまとめられよう。この特徴は，漂流板の追跡から観測された結果と少なくとも定性的に一致するものである⁵⁾。

(2) 非定常な条件下での湖流

風および水理条件を実測値より時系列的に非定常に与えた場合の計算を，湖内の流速が実測された 1971 年 11 月 10 日～15 日を対象として行った（ただし，堅田での



図—4 非定常な条件下での計算結果

風が全域に一樣に吹くとしている）。図—4はその結果の一部である。琵琶湖大橋の断面での流入流量（計算値）が，4時間周期で変動しているのは，南湖で卓越して観測されている静振に対応するもので，11 日午後からの 10 m/s に達する北風によって発生したものである。図には，琵琶湖大橋に設置されている 7 台の流速計のうち，東岸側の流速計による実測値が示されているが，流入流量と流速の変動の周期および位相がほぼ一致していることは注目すべきであろう。また，流入流量が流出流量（瀬田川の流量と疏水の取水量の和）に平均的にみれば等しくなっていることは，計算上水量の連続性が保たれていることを示唆している。しかし，流速からみれば静振の減衰している 13 日にも，計算では相当の静振がみられることは，ここでの計算法がやや揺れやすいことを示しており，湖底および水表面における摩擦の検討が必要と思われる。

三保ヶ崎（疏水の取水口の近く）の水位は堅田でのそれとは異なり，大きな変動を示しているが，これはこの点が静振の腹にあたるからである。

図—5は，図—2の B1 および B2 点に設置された流速計による実測値と計算値を比較したものである。計算では，実測値にみられる変動がかなり平滑化されているが，流向の変化および平均的にみた流速の大きさはほぼ一致しているとみられよう。B1 点の 4 時間周期の変動は先の静振によるものであろう。B2 点（浜大津沖）では，静振の発生時でもきわめて小さい流速しか認められない。これは，図—3にもみられるように，この点が南下する流れの変向点にあたっているためと考えられ，南湖において特異な点となっていることがうかがわれる。

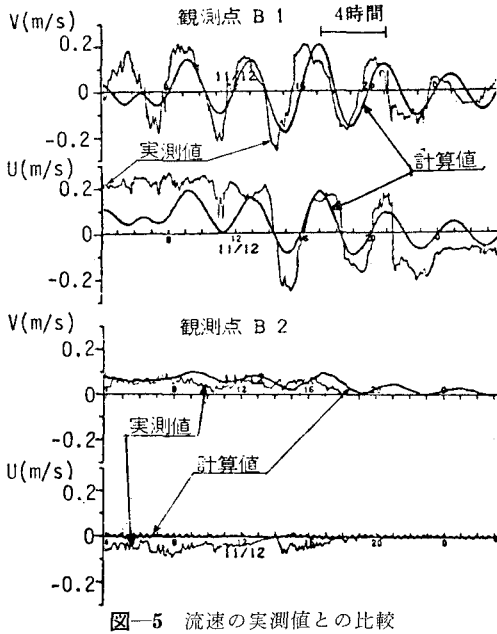


図-5 流速の実測値との比較

4. 湖水の滞留・拡散の計算

湖水の滞留・拡散特性をみるため、図-2のN1~N4点にトレーサーを一定濃度(1とする)で投入した場合の拡散の計算を行った。流れの場は定常とし、図-3のうち、卓越風向であるNEおよびWの場合の湖流を用いた。

(1) 濃度分布

図-6および7は濃度分布の時間的変化を示したものである。NEのとき、湖流から予想されるように、トレーサーは東岸沿いの強い南下する流れに伴われて流下しており、西岸にまでは達していない。また相当時間が経過しても北部の濃度が高く、トレーサーは環流に捕捉されたとみられる。Wの場合、西岸沿いの南下する流れはあまり強くないため、トレーサーは西岸に偏ることなく、全域に拡がる傾向を示している。またNEの場合と同様に、環流の影響により北部に高い濃度が残留している。以上から、濃度分布には、南下する流れおよび環流による移流と拡散の効果が複合して現われ、湖流の分布によって複雑な様相を呈することが予想される。

(2) 滞留特性

図-8は、初期に投入されたトレーサーの総量で正規化されたトレーサーの流出フラックス、その積算値および滞留量の変化を示したものである。ただし、北湖への流出フラックスとその積算値は0とみなされ

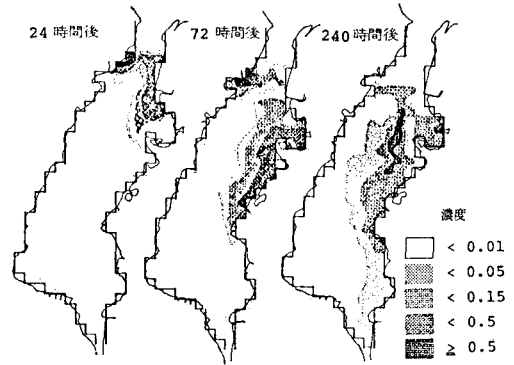


図-6 濃度分布の時間的変化(風向: NE)

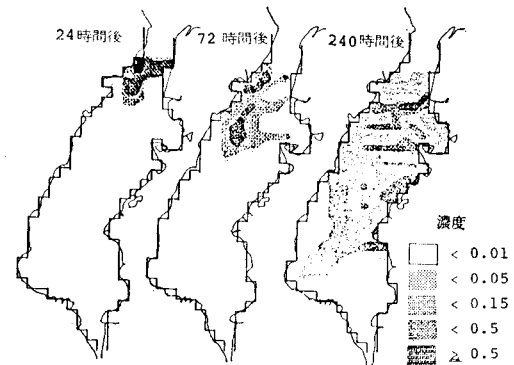
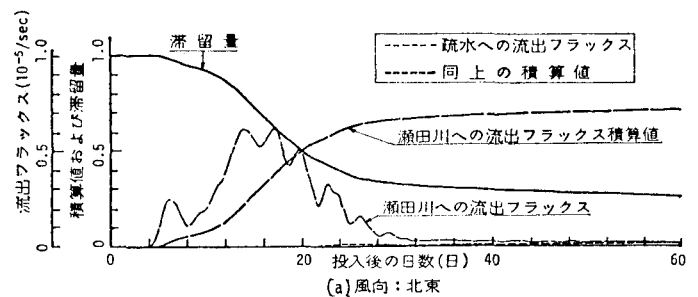
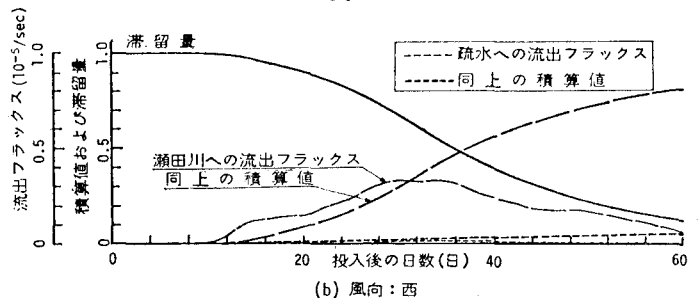


図-7 濃度分布の時間的変化(風向: W)

る程度であったので省略されている。図より、NEの場合(図-8(a)), 瀬田川への流出フラックスは投入後12~18日で最大値に達するが、その後の減少が速く、その結



(a) 風向: 北東



(b) 風向: 西

図-8 南湖における滞留特性

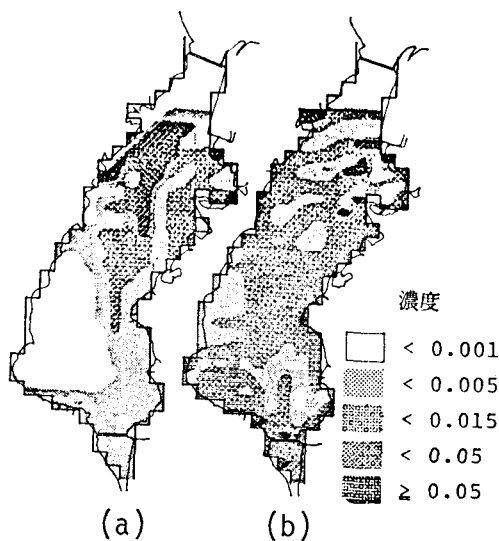


図-9 50日目の濃度分布

果滞留量の減少もきわめて緩やかになっている。図-9 (a) はこの場合の 50 日目の濃度分布であるが、明らかに雄琴から堅田の沖に高い濃度が残留しており、トレーサーが環流に捕捉されているとみなされる。一方、W の場合 (図-8 (b)), 瀬田川への流出は NE の場合ほど速くはなく、投入後 32 日程度で最大値に達するが、その値も NE の場合ほど大きくない。しかし、その後も流出フラックスは急速には減少しないので、滞留量は徐々にではあるが、NE の場合より速く減少している。図-9 (b) はこの場合の 50 日目の濃度分布であるが、トレーサーは全域にかなり一様に分布しており、その結果瀬田川への排出が持続するものと考えられる。

5. おわりに

ここで行った計算のうち、湖流に関しては計算値と実測値は少なくとも定性的に一致するとみてよい結果が得

られた。それらをまとめるとつぎのようである。① 南湖の湖流の分布は、吹送流と湖底地形によって特徴づけられ、これに瀬田川の流量の影響が重なる。② 4 時間周期の静振は計算によってよくとらえられ、この程度以上の時間スケールの流れのシミュレーションが可能である。しかし、湖底および水表面での摩擦に関してはなお検討が必要である。③ 浜大津沖は、流れの変向点にあたっていて、南湖において特異な点になっている。

一方、滞留・拡散に関しては、実測資料がほとんど無いため計算値の比較が行えず、定常な場での計算に限らざるを得なかったが、計算結果では濃度分布は湖流の分布によって複雑に変化することが知られた。またそれに伴って滞留特性も湖流の分布によって著しく異なることが分った。湖流は上記のように、風の影響を強く受けており、これらの結果から、湖流だけでなく物質の滞留・拡散も含めた南湖の水理にとって、風が重要な因子であると結論されよう。

最後に、計算および作図に援助をいただいた大学院学生足立敏之君ならびに吉田英信君に謝意を表します。

参考文献

- 1) 堀口孝男: 汚染物質拡散の数値解析について, 第 16 回海岸工学講演会講演集, pp. 185~193, 1969.
- 2) 今里哲久・金成誠一・国司秀明: 琵琶湖の水の流動に関する数値実験的研究, 京都大学防災研究所年報, 第 14 号 B, pp. 451~464, 1971.
- 3) 岡本 巖・森川光郎: 密度分布より見たびわ湖の湖流について, 陸水学雑誌, Vol. 22, pp. 193~200, 1961.
- 4) Csanady, G. T.: Hydrodynamics of Large Lakes, Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 7, pp. 357~386, 1975.
- 5) 岩佐義朗・磯久礼志・村田直人: 琵琶湖南湖の水理学的特徴, 第 32 回土木学会年次学術講演会講演概要集, II, pp. 471~472, 1977.