

温排水拡がり予測のための数理モデル

林 泰造*・有田正光**・首藤 啓***

1. 緒 言

河口や湾内に隣接した発電所建設に伴い、温排水放出による温排水拡散の予測が重要な問題となっているのは周知の通りである。予測モデルは数値モデルと積分モデルに大別されるが、著者の二人（林・有田）は以前より温度および流速に相似性を仮定した積分モデルを提案してきた。

積分モデルとして Stolzenbach-Harleman のモデルはよく知られているが、横方向の流速 v の表現が拡がりのみを示すためにプリュームの幅を過大評価する結果を招いた。一方、林・有田は v の y 方向分を連続の式より求め v の表現を改良しているが、 z 方向に関しては問題が残されている。

本研究は実験結果に基づき v の鉛直分布形を定め、 v の表現を改良しモデル計算と実験結果との比較検討を行ったものである。

2. 基本式

図-1 のように半無限水域の表面に温排水が矩形水路

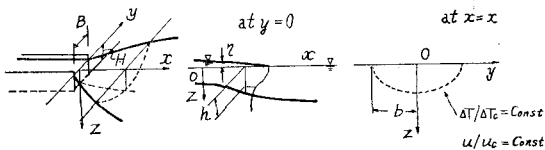


図-1 座標軸

から定常的に放出される場合を考える。現象の基本式は次の5式のように表わされる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial u'u'}{\partial x} - \frac{\partial u'v'}{\partial y} - \frac{\partial u'w'}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial u'v'}{\partial x} - \frac{\partial v'v'}{\partial y} - \frac{\partial v'w'}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial vw}{\partial y} + \frac{\partial ww}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial u'w'}{\partial x} - \frac{\partial v'w'}{\partial y} - \frac{\partial w'w'}{\partial z} + g \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial u\Delta T}{\partial x} + \frac{\partial v\Delta T}{\partial y} + \frac{\partial w\Delta T}{\partial z} = -\frac{\partial u'\Delta T'}{\partial x} - \frac{\partial v'\Delta T'}{\partial y} - \frac{\partial w'\Delta T'}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (5)$$

温噴流中の v の大きさのオーダーは次のように評価される。

$$O(v) = O(u_c b/L) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 u_c は軸上表面流速、 L は x 方向の距離に相当する長さ、 b は噴流の半幅である。そうすると、 $\partial u/\partial x$ および $\partial v/\partial y$ の大きさのオーダーはそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} O\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) &= O\left(\frac{u_c}{L}\right), \\ O\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) &= O\left(\frac{u_c b}{L} \cdot \frac{1}{b}\right) = O\left(\frac{u_c}{L}\right) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

となり、従って (1) から w の大きさのオーダーは、

$$O(w) = O\left(\int_0^\infty \frac{\partial u}{\partial x} dz\right) = O\left(u_c \frac{h}{L}\right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

と評価される。ただし、 h は躍層厚である。

いま、乱れ変動速度のスケール q を導入すると鉛直方向の運動方程式 (4) の各項の大きさのオーダーは次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial vw}{\partial y} + \frac{\partial ww}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \\ &\quad - \frac{hu_c^2/L^2}{q^2/L} - \frac{hu_c^2/L^2}{q^2/b} - \frac{hu_c^2/L^2}{q^2/h} + g \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

表面放出温排水においては、一般に $h \ll L$ 、 $h \ll b$ であり、また $(h^2/L^2)/(q^2/u_c^2) \ll 1$ と考えられるから上式は次

* 正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科

** 学生会員 工修 中央大学大学院 理工学研究科

*** 学生会員 中央大学大学院 理工学研究科

のように近似される。

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = g - \frac{\partial \bar{w}^2}{\partial z} \dots\dots\dots (10)$$

この式を $z=\eta$ で $p=0$ という条件で積分すると、

$$p = g \int_{\eta}^z \rho dz - \rho \bar{w}^2 + (\rho \bar{w}^2)_{z=\eta} \dots\dots\dots (11)$$

となる。ただし、 η は水面の変位である。

十分深い場所では水は静止しているとする、

$$(p)_{z=\infty} = (p_a)_{z=\infty} \dots\dots\dots (12)$$

ただし、 p_a は周囲水の圧力で、

$$p_a = \rho_a g z \dots\dots\dots (13)$$

である。(11)、(13)を(12)に代入し、 $z=\infty$ で $\bar{w}^2=0$ を考慮して次式を得る。

$$g \int_0^{\infty} (\rho_a - \rho) dz = g \int_{\eta}^{\infty} \rho dz + (\rho \bar{w}^2)_{z=\eta} \dots\dots\dots (14)$$

(14)を(11)に代入して結局次式を得る。

$$p = \underbrace{\rho_a g z}_{p_a} + g \underbrace{\int_z^{\infty} (\rho_a - \rho) dz}_{p_T} - \rho \bar{w}^2 \dots\dots\dots (15)$$

ここに p_T は上昇水温のために生ずる静水圧の増加分を表わす。

このようにして求められた p を(2)、(3)に代入し、 $(\rho_a - \rho)/\rho_a = \beta \Delta T$ であることから(1)、(2)、(3)、(5)はそれぞれ次のようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (16)$$

$$u_c/L \quad u_c/L \quad u_c/L$$

$$\frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z}$$

$$u_c^2/L \quad u_c^2/L \quad u_c^2/L$$

$$= -\beta g \int_z^{\infty} \frac{\partial \Delta T}{\partial x} dz \left[-\frac{\partial(\bar{u}^2 - \bar{w}^2)}{\partial x} \right]$$

$$q^2/L \quad \alpha_{13} q^2/L$$

$$-\frac{\partial u'v'}{\partial y} - \frac{\partial u'w'}{\partial z} \dots\dots\dots (17)$$

$$q^2/b \quad q^2/h$$

$$\frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z}$$

$$u_c^2 b/L^2 \quad u_c^2 b/L^2 \quad u_c^2 b/L^2$$

$$= -\beta g \int_z^{\infty} \frac{\partial \Delta T}{\partial y} dz \left[-\frac{\partial \bar{v}^2}{\partial x} - \frac{\partial(\bar{v}^2 - \bar{w}^2)}{\partial y} \right]$$

$$q^2/b \quad q^2/L \quad \alpha_{23} q^2/b$$

$$-\frac{\partial v'w'}{\partial z} \dots\dots\dots (18)$$

$$q^2/h$$

$$\frac{\partial u \Delta T}{\partial x} + \frac{\partial v \Delta T}{\partial y} + \frac{\partial w \Delta T}{\partial z}$$

$$u_c \Delta T_c/L \quad u_c \Delta T_c/L \quad u_c \Delta T_c/L$$

$$= \left[-\frac{\partial u' \Delta T'}{\partial x} \right] - \frac{\partial v' \Delta T'}{\partial y} - \frac{\partial w' \Delta T'}{\partial z} \dots (19)$$

$$q\theta/L \quad q\theta/b \quad q\theta/h$$

ただし、 θ は変動水温スケール、 $\alpha_{13} = 1 - (\bar{w}^2/\bar{u}^2)$ 、 $\alpha_{23} = 1 - (\bar{w}^2/\bar{v}^2)$ である。

以上の4式が基本式となるが、各項の大きさのオーダーを比較して大カッコの項を無視したものを最終的基本式とする。

3. 従来の研究に見られる問題点

4本の基本式(16)~(19)の中には未知量として4個の時間平均量 $u, v, w, \Delta T$ の他にレイノルズ応力 $\overline{u_i u_j}$ および乱流温度フラックス $\overline{u_i' \Delta T'}$ を含み、方程式系として系は閉じていない。このため、従来の研究においては渦動粘性係数 ϵ_{ij} および乱流温度拡散係数 K_i を導入して、

$$\overline{u_i' u_j'} = -\epsilon_{ij} (\partial u_i / \partial x_j) \dots\dots\dots (20)$$

$$\overline{u_i' \Delta T'} = -K_i (\partial \Delta T / \partial x_i) \dots\dots\dots (21)$$

とき、 ϵ_{ij} および K_i を経験係数として与えていた^{2),3)}。

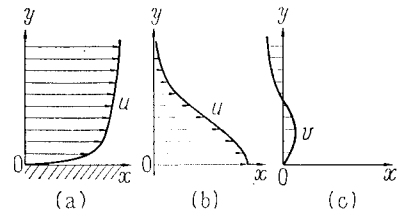


図-2

しかし、渦動粘性係数という概念は Boussinesq が本来単調増加関数(図-2(a))、または単調減少関数(同図(b))を対象として導入した係数であるから、これを(c)のような、途中で符号が反転するような関数 v に対してまで $\epsilon_{22} \partial v / \partial y$ のような形で用いると計算上不合理が起る。このことを示すためにはまず林・有田の前報²⁾における基本式のうち、(18)に対応するものを以下に再録する。

$$\frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} = -\beta g \int_{-\infty}^z \frac{\partial \Delta T}{\partial y} dz$$

$$+ \epsilon_M \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \epsilon_M' \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \dots\dots\dots (22)$$

そこで、いま(22)を y について $0 \sim \infty$ の間で積分し、 $(v)_{y=0}=0$ 、 $(\partial v / \partial y)_{y=\infty}=0$ なることを考慮すると、

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial uv}{\partial x} dy + v_{\infty}^2 + \int_0^{\infty} \frac{\partial vw}{\partial z} dy$$

$$= -\beta g \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^z \frac{\partial \Delta T}{\partial y} dz dy + \epsilon_M \int_0^{\infty} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dy$$

$$-\varepsilon_M \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_{y=0} + \varepsilon_M \int_0^\infty \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} dy \dots\dots\dots (23)$$

となるが、温噴流の場合は確かに $(\partial v / \partial y)_{y=0} > 0$ であるから (25) 中の $-\varepsilon_M (\partial v / \partial y)_{y=0}$ の項は y 方向への拡がり運動に対する抑制力のような働きをすることになり、このことは経験的におかしい。従って、林・有田の前報はこの点で誤っていたことをここに認めざるを得ない。

4. 解のために設定する条件

(1) $u, \Delta T$ の分布形

分布形状の相似性を仮定して次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 f(y/b) f(z/h) = u_0 f(\zeta_y) f(\zeta_z) \\ \Delta T &= \Delta T_0 t(y/b) t(z/h) = \Delta T_0 t(\zeta_y) t(\zeta_z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

ここに、 $f(\zeta) = \exp(-\zeta^2)$, $t(\zeta) = \exp(-\zeta^2/2)$

(2) 下層水の連行

従来と同様に、Ellison-Turner による 2 次元密度流の場合の連行を表わす式を準用する。

$$w_0 = \alpha_x \exp[-CRic(1+3\zeta_y^2/2)] u_0 f(\zeta_0) \dots\dots\dots (25)$$

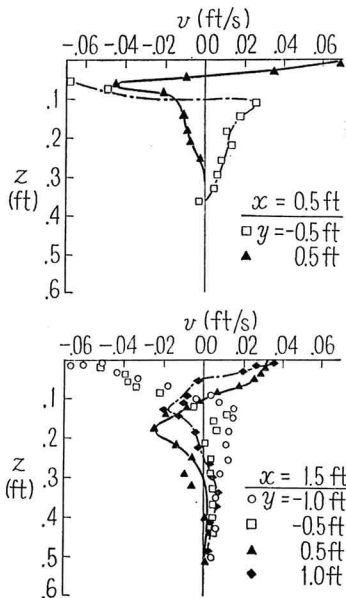
ただし、Ric は軸上 Richardson 数、 α_x は連行係数、C は Ellison-Turner の実験から 8.17 である。

(3) v に対する表現式

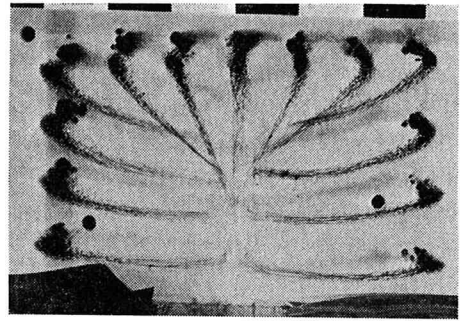
相似性の仮定を入れた最も一般的な v の表現は次のようである。

$$v = u_0(x) V_2(y/b) V_3(z/h) \dots\dots\dots (26)$$

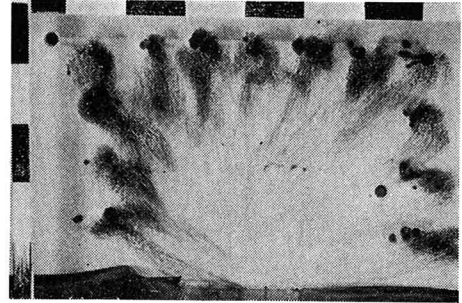
従来の林・有田は v の鉛直分布関数形 $V_3(z/h)$ をガウス分布形と仮定し、 $V_2(y/b)$ を連続の式より求めた。しかし、 V_3 の分布形については従来 u の z 方向の分布形と相似であると考えてきたが、研究の精密化のために



図—3 v の測定結果 (Stetan-Hayakawa-Schiebe⁶⁾)



(a) $Q_0 = 0.19 \text{ l/s}$, $\Delta T_0 = 7.5^\circ\text{C}$, $Fr_0 = 2.6$

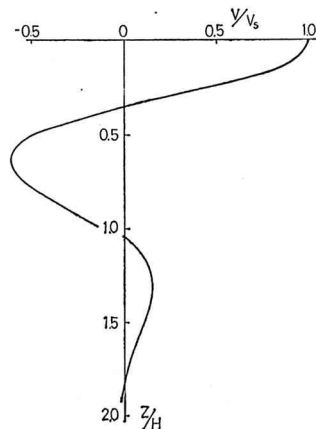


(b) $Q_0 = 0.19 \text{ l/s}$, $\Delta T_0 = 28^\circ\text{C}$, $Fr_0 = 1.4$

写真—1 放出口付近の水流連行状況 (放出口位置は写真下部中央。写真上部に向けて温噴流放出中。放出口付近下層の流況を可視化したもの)

はこの仮定の改善が必要となる。図—3 は Stetan-Hayakawa-Schiebe⁶⁾ による v の測定結果であるが中間層に顕著な逆流が認められる。また、写真—1(a) および (b) は放出口を囲んで鉛直スダレ状に 13 本の色素の糸をトレーサーとして垂らしたとき、温噴流の放出によりこれがどのように放出点に向けて連行されるかを可視化したもので躍層直下には顕著な逆流がみられる。

これらを考慮して v の鉛直分布を次式のように仮定する。



図—4 v の鉛直分布形

$$v=v_s(y)f(\zeta_z)\cos\left(\frac{\pi}{2}\beta\zeta_z\right)\cdots\cdots\cdots(27)$$

ただし, $v_s(y)$ は水表面における v である. また β は実験と一致するように選ぶべき定数であるが, v の測定が十分になされていないため, ここでは $\beta=2.8$ とおく. 図-4 はその時の v の分布形を示したものである. なお, 著者等は現在 v を測定中であり, 今後鉛直分布形も合わせて検討してゆくつもりである.

(25), (26), (27) を考慮して連続の式 (1) を y について, $0\sim y, z$ について $0\sim\infty$ の間で積分することにより次式を得る.

$$v=u_0\left[\frac{I_1}{I_7}\frac{\alpha b}{dx}\zeta_y f(\zeta_y)-\frac{\alpha_z}{I_7}\frac{b}{h}\left\{G(\zeta_y)-\frac{e^{-CRic}}{\sqrt{3/2\cdot CRic+1}}F(\zeta_y)\right\}\right]f(\zeta_z)\cos\left(\frac{\pi}{2}\beta\zeta_z\right)\cdots\cdots\cdots(28)$$

ただし,

$$G(\zeta_y)=e^{-CRic}\int_0^{\zeta_y}\exp\left\{-\left(\frac{3}{2}CRic+1\right)\zeta\right\}d\zeta$$

$$F(\zeta_y)=\int_0^{\zeta_y}f(\zeta)d\zeta$$

(4) 大気中への放熱について

従来の手法と同様の評価を行う^{2),3),4)}.

(5) 境界条件

従来の手法と同様の境界条件を使用した^{2),3),4)}.

(6) 初期条件

従来の手法と同様の初期条件を使用した^{2),3),4)}.

(7) 基本式の無次元化

基本式の無次元化のため次の無次元諸量を導入する.

$$\left.\begin{aligned}u_0/u_0=u_r, \quad \Delta T_0/\Delta T_0=\Delta T_r \\ K/u_0=K_r, \quad x/\sqrt{A}=x_r \\ b/\sqrt{A}=b_r, \quad h/\sqrt{A}=h_r\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(29)$$

5. 方程式の解

現象の基本式 (16)~(19) の各両辺を $0<y<\infty$, $0<z<\infty$ の間で積分し x についての常微分方程式群とし, それらをそれぞれの変数について項別微分を実施しその結果を整理すると, それぞれの変数の x についての連立一階微分方程式を得る.

$$\left.\begin{aligned}\frac{du_r}{dx_r} &= -\frac{1}{2}\frac{u_r}{h_r}\left[2Y_0+\frac{Ric}{Ric-Ric}Y_7\right] \\ \frac{d\Delta T_r}{dx_r} &= -\frac{\Delta T_r}{h_r}\left[Y_0+\frac{I_4}{I_5^2}\frac{K_r}{u_r}\right] \\ \frac{db_r}{dx_r} &= p_r \\ \frac{dh_r}{dx_r} &= -\frac{1}{2}\left[\frac{h_r}{b_r}p_r-Y_0-\frac{I_4}{I_5^2}\frac{K_r}{u_r}\right] \\ &\quad +\frac{1}{2}\frac{Ric}{Ric-Ric}Y_7\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{dp_r}{dx_r} &= \frac{1}{2Y_3}\frac{Ric}{Ric-Ric}\left(Y_1\frac{u_r}{h_r}-Y_3\right)Y_7 \\ &\quad +\frac{1}{Y_3}\left[Y_0Y_1\frac{u_r}{h_r}\right. \\ &\quad \left.+\left(Y_0\frac{\Delta T_r}{h_r}+\frac{I_4}{I_5^2}\frac{K_r}{u_r}\frac{\Delta T_r}{h_r}\right)Y_4\right. \\ &\quad \left.-Y_2p_r+\left(\frac{h_r}{b_r}p_r-2Y_0\right)Y_3+Y_6\right]\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(30)$$

ここに,

$$Y_0=\frac{\alpha_z}{I_1}\frac{P_1}{\sqrt{P_2}}$$

$$Y_1=\frac{2I_1I_3I_9}{I_8}u_rb_rh_r p_r+\frac{2I_9}{I_8}\alpha_zP_1J_1u_rb_r^2$$

$$+\frac{2I_9}{I_8}\alpha_zP_0P_1\frac{b_r^2h_r\Delta T_r}{u_r}\left(J_1+\frac{3}{2}J_2\right)$$

$$-\frac{2I_9I_7}{I_8}\alpha_z\frac{P_1}{\sqrt{P_2}}u_rb_r^3$$

$$-\frac{2I_7I_9}{I_8}\alpha_z\frac{P_0P_1}{\sqrt{P_2}}\left(1+\frac{3}{4P_2}\right)\frac{b_r^2h_r\Delta T_r}{u_r}$$

$$Y_2=\frac{I_1I_3I_9}{I_8}u_r^2h_r p_r+\frac{2I_9}{I_8}\alpha_zP_1J_1u_r^2b_r$$

$$-\frac{2I_7I_9}{I_8}\alpha_z\frac{P_1}{\sqrt{P_2}}u_r^2b_r$$

$$Y_3=\frac{I_1I_3I_9}{I_8}u_r^2b_r p_r-\frac{I_9}{I_8}\alpha_zP_0P_1b_r^2\Delta T_r\left(J_1+\frac{3}{2}J_2\right)$$

$$+\frac{I_7I_9}{I_8}\alpha_z\frac{P_0P_1}{\sqrt{P_2}}\left(1+\frac{3}{4P_2}\right)b_r^2\Delta T_r$$

$$Y_4=-\frac{I_9}{I_8}\alpha_zP_0P_1b_r^2h_r\left(J_1+\frac{3}{2}J_2\right)$$

$$+\frac{I_7I_9}{I_8}\alpha_zb_r^2h_r\frac{P_0P_1}{\sqrt{P_2}}\left(1+\frac{3}{4P_2}\right)$$

$$Y_5=\frac{I_1I_3I_9}{I_8}u_r^2b_rh_r, \quad Y_6=I_6Ric u_r^2h_r$$

$$P_0=\frac{CRic_0}{\sqrt{\lambda}}, \quad P_1=e^{-CRic}, \quad P_2=\frac{3}{2}CRic+1$$

$$J_1=\frac{1}{2\sqrt{3/2\cdot CRic+1}}\left\{\frac{\pi}{2}-\tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3/2\cdot CRic+1}}\right\}$$

$$J_2=\frac{1}{4\sqrt{3/2\cdot CRic+1}}\left\{\frac{\pi}{2}-\tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3/2\cdot CRic+1}}\right. \\ \left.+\frac{1}{2}\sin\left(2\tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3/2\cdot CRic+1}}\right)\right\}$$

$$I_1=\int_0^\infty f(\zeta)d\zeta=\frac{\sqrt{\pi}}{2}, \quad I_2=\int_0^\infty f^2(\zeta)d\zeta=\frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}}$$

$$I_3=\int_0^\infty \zeta f^2(\zeta)d\zeta=\frac{1}{4}, \quad I_4=\int_0^\infty \zeta(\zeta)d\zeta=\sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

$$I_5=\int_0^\infty f(\zeta)\zeta(\zeta)d\zeta=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\pi}{3}}$$

$$I_6=\int_0^\infty\int_0^\infty \zeta(\zeta)d\zeta d\zeta=1, \quad I_7=\int_0^\infty f(\zeta)F(\zeta)d\zeta=\frac{\pi}{8}$$

$$I_8 = \int_0^\infty f(\zeta) \cos\left(\frac{\pi}{2} \beta \zeta\right) d\zeta = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \exp\left(-\frac{\beta^2 \pi^2}{16}\right)$$

$$I_9 = \int_0^\infty f^2(\zeta) \cos\left(\frac{\pi}{2} \beta \zeta\right) d\zeta = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{\beta^2 \pi^2}{32}\right)$$

R_{i0} : 放出 Richardson 数,
 R_{icr} : 限界 Richardson 数で $R_{icr} = I_2^2 / 2 I_4 I_6$

6. 数値計算結果についての考察

モデルの妥当性を検討するために、著者等による実験との比較を行った。図-5 は表-1 に示されるような条件のもとで行われた水表面上温度分布に関する実験結果である。また、図-6 は同条件下での数値計算結果であるが、実験との一致は特に near-field において良好である。

表-1 実験条件

放出口縦横比	1.0	周囲水温度	10.4°C
放出 Froude 数	4.75	放出水温	19.0°C
放出 Reynolds 数	5700	放出平均流速	11.56 cm/sec
放熱係数	5.4×10^{-4} cm/sec	放出流量	0.289 l/sec

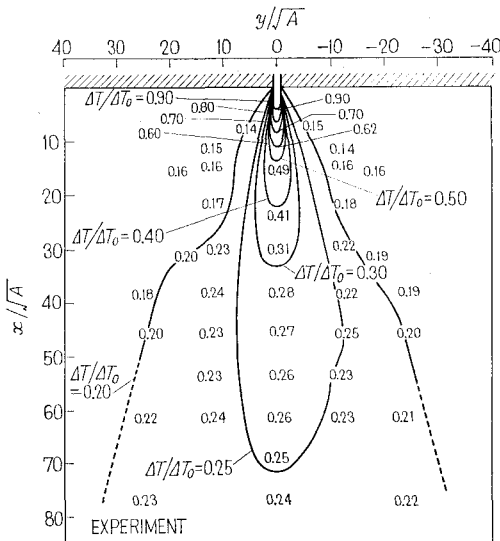


図-5 水表面上の等温線図 (実験値)

また、林・有田の前報⁴⁾で指摘されているように、三次元プリュームの連行係数は二次元プリュームのそれよりも小さく評価する必要がある、本研究は $\alpha_z = 0.03$ とおいた。さらに、理論値は放出場に全く乱れない場合であるが、このような場合は実験室に限り成り立つ場である。実際は周囲水が乱れており鉛直方向の乱流温度フラックス $\overline{w' \Delta T'}$ $_{z=\infty}$ は無視されず、この項の存在により鉛直連行による流量増大がない far-field においても温度低減に寄与する。また、遠方における密度流効果を殺し噴流効果を助長するため拡がり幅は小さくなると考えられる。

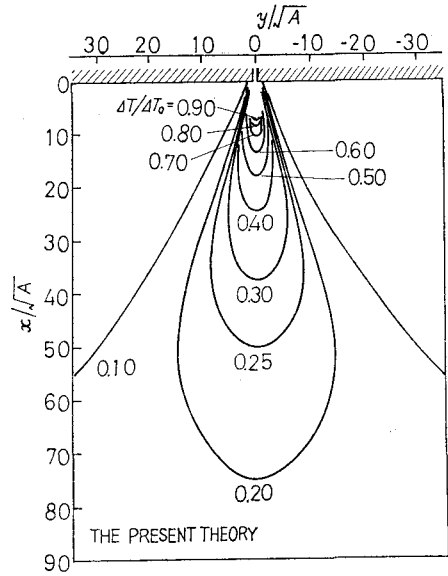


図-6 水表面上の等温線図 (理論値)

7. 結 び

近年、測定器械の進歩とともに乱流諸量の測定は比較的容易になっており、 v, w の分布形に加えて基本式中の乱流諸量の扱いを適正なものとし、モデル計算の精密化をはかってゆくつもりである。

本報における計算は中央大学計算機センターの FACOM 230-48、および東京大学計算機センターの HITAC 8800/8700 を使用して行った。ともに記して謝意を表する。また、大学院生の後藤幸司君から協力を得た。ここに記して謝意を表する。

本研究は昭和 51~52 年度文部省科学研究費一般研究「噴流型温度密度水流の拡がり」と乱れ特性に関する基礎的研究」の補助により行ったものである。

参 考 文 献

- 1) Stolzenbach, K. D. and D. R. F. Harleman: M. I. T. Report, No. 135, Feb., 1971.
- 2) 林 泰造・有田正光: 第 22 回海岸工学講演会論文集, pp. 185~189, 1975.
- 3) 林 泰造・有田正光: 第 20 回水理講演会論文集, pp. 161~172, 1976.
- 4) 林 泰造・有田正光: 第 24 回海岸工学講演会論文集, pp. 467~471, 1977.
- 5) 林 泰造: 第 18 回応力連合講演会論文抄録集, pp. 115~118, 1968.
- 6) Stetan, H., N. Hayakawa and F. R. Schiebe: University of Minnesota, Project #16130 FSU, December, 1971.
- 7) Boussinesq, J.: Mémo. Acad. Sciences, 2ème Sér., Tome 23, No. 1, pp. 1~680, 1877.
- 8) Ellison, T. H.: J. F. M., Vol. 12, pp. 456~466, 1957.