

矩形断面浮体の波浪動揺と係留力について

小 舟 浩 治*・谷 本 勝 利*

1. ま え が き

浮体の動揺および係留力に関連した問題としては、波浪中の係留船舶、浮防波堤、その他いわゆる浮遊式海洋構造物などが考えられる。これらの問題については、これまでに井島¹⁾、伊藤²⁾、木原³⁾らにより線型理論による解析が行われている。しかし、構造物を実際に設計する際重要となる係留力の実験的検証はまだ十分とは言えない。また、特に係留船舶の場合には防舷材および係留索により係留されており、必ずしも線型係留状態ではなく、非対称、非線型係留状態となっている。そのほか防舷材と船体間の摩擦抵抗が船舶の運動に及ぼす効果も未解明であり、これらの条件下での動揺や係留力を検討する必要がある。

そのため、本研究は浮体形状として比較的単純な矩形断面について、係留条件の違いが浮体の運動や係留力に及ぼす影響を把握することを目的として、二次元モデルについて実験および解析を行うものである。

2. 浮体模型および係留装置

解析の対象とした浮体の諸元は表-1 に示すとおりで

表-1 浮 体 諸 元

諸 元	記 号	数 値
幅	$2l$	130 cm
吃 水	d	50.5 cm
重心の z 座標	z_0	-19.0 cm
慣性モーメント(長さ 1 cm 当り)	I_0	14,630 $\text{g}\cdot\text{sec}^2$
長 さ	B	47 cm

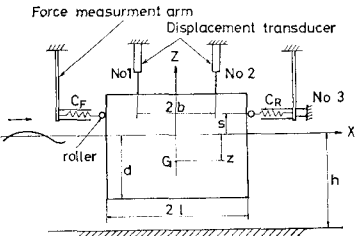


図-1 浮体モデル

あり、木原³⁾ が用いた模型と同じものである。

係留装置として、図-1 に示すように浮体の前後面を線型の荷重—ひずみ特性を持つコイルばねにより拘束する場合、および、このコイルばねの代わりに非線型の荷重—ひずみ特性を持つゴムひもにより係留する場合の二種類について検討することにした。

なお、コイルばねには先端にローラーを取り付け、浮体側面に鉛直方向に働く摩擦力が小さくなるようにしている。

3. 浮体の運動方程式

運動が微小で、入射波の周波数 σ と同じ周波数の正弦運動で表わされると仮定すると、伊藤²⁾ の近似理論では以下のように水平、鉛直、回転運動を表わすことができる。

$$-\sigma^2 M_0 \xi = \frac{2\rho g d f_H}{1 - i y_B} \left(a - \frac{i k d f_H}{n} \xi + \frac{i k d f_M}{n} l \theta \right) + R_H \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$-\sigma^2 M_0 \zeta = 2\rho g l f_B \left(a - \frac{i k l f_B}{n} \zeta \right) + \frac{2\rho \sigma^2 l}{3(h-d)} \times \{ l^2 + (h-d)^2 \} \zeta - 2\rho g l \zeta + R_V \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$-\sigma^2 I_0 \theta = -\frac{2\rho g d l}{1 - i y_B} f_M \left(a - \frac{i k d f_H}{n} \xi + \frac{i k d f_M}{n} l \theta \right) + \frac{2\rho \sigma^2 l^3}{h-d} \left\{ \frac{l^2}{45} + \frac{(h-d)^2}{9} \right\} \theta - 2\rho g d l G M \theta + M_R \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 ξ, ζ, θ はそれぞれ複素数で表わされた水平、鉛直、回転運動の振幅であり、絶対値が振幅を、偏角が位相を表わす。また、 R_H, R_V, M_R はそれぞれの方向の拘束力である。その他の記号については後の記号一覧表にまとめて示している。

なお、この近似理論による運動方程式は、浮体の前後面から発生する減衰定常波を省略しているけれども、吃水が大きい場合には減衰定常波を考慮した厳密理論¹⁾ の与える結果との相違は小さく、共振周波数が若干ずれる程度である³⁾。

いま、係留力のない状態 ($R_H = R_V = M_R = 0$) で静水中における自由減衰振動を考えると、運動方程式から鉛

* 正会員 運輸省港湾技術研究所 水工部

直および回転運動の周波数 ω_V , ω_R および減衰定数 β_V , β_R が式 (4) および (5) のように与えられる。

$$\omega_V = \left[\frac{2\rho g l}{M_0 + M_z} \right]^{1/2}, \quad \beta_V = \frac{1}{2} \frac{k l f_B^2}{n} \frac{\omega_V}{\sigma} \quad (4)$$

$$\omega_R = \left[\frac{2\rho g l G M}{I_0 + I_1} \right]^{1/2}, \quad \beta_R = \frac{1}{2} \frac{k d f_M^2 l}{(1 + y_{BH}^2) n G M} \frac{\omega_R}{\sigma} \quad (5)$$

上式から表—1 の諸元の浮体について計算値を求め、実験値と比較すると表—2 のようになり、特に回転運動の減衰定数の実験値は計算値の 2.8 倍となっていることがわかる。

表—2 自由振動周期と減衰定数 ($h=65$ cm)

	周期 T (sec)		減 衰 定 数 β		
	実験	計算	実験	計算	実験値/計算値
鉛直振動	2.36	2.47	0.120	0.104	1.15
回転振動	2.32	2.31	0.0705	0.0252	2.80

こうした実験値と計算値の相違の主たる原因として、非線型粘性抵抗も含めた抵抗力の与え方が不十分であることによると考えて、回転運動に対する方程式 (3) の右辺に次の線型化した粘性抵抗を加えることにする。

$$P_R = -iK\dot{\theta} \quad (6)$$

線型化した抵抗力の係数 K は運動速度の振幅を含んでおり、一般的に求めるのは容易ではない。そのため、ここでは、自由減衰定数の計算値と実験値が一致するように定めた。すなわち

$$K = 2C_b \beta_R \omega_R (I_0 + I_1) = C_b \frac{2\rho g l}{1 + y_{BH}^2} \frac{k d f_M^2 l}{n \sigma} \quad (7)$$

ここに、 $C_b=1.8$ である。

鉛直運動についても同様な補正は可能であるが、減衰定数の実験値と計算値が比較的近い値であり、また図—1 のような係留状態では、鉛直運動は係留力とは無関係となることから特に補正は行っていない。

波浪中の自由浮体の回転運動振幅について、実験値 (木原³⁾ による) と計算値を比較すると図—2 のようになる。図中、実験値を○印、 $C_b=0$ としたときの計算値を

実線、 $C_b=1.8$ としたときの計算値を点線により描いている。なお水平運動と回転運動は連成運動となっているので、回転運動に対する方程式にのみ抵抗力の項を考慮することにより、水平運動の実験値の特性もうまく表わすことができた。

また、浮体の運動方程式、式 (1), (2) および (3) の右辺に式 (4) を加えた式を、各方向の運動加速度、速度、変位を用いて表示すると以下のようになり、これらを用いて数値的に浮体運動を解くことも可能である。

$$\begin{aligned} (M_0 + M_z)\ddot{x}_G + S_1 S_2 f_H \dot{x}_G - y_B S_1 S_2 f_M \dot{\theta} / \sigma \\ - S_1 S_2 f_M \dot{\theta} - R_H = a S_1 f_H \cos \sigma t \\ - a y_B S_1 f_H \sin \sigma t \end{aligned} \quad (8)$$

$$(M_0 + M_z)\ddot{z}_G + S_3 S_4 f_B \ddot{z}_G + S_3 z_G = a S_3 f_B \cos \sigma t \quad (9)$$

$$\begin{aligned} (I_0 + I_1 + I_\theta)\ddot{\theta} + S_1 S_5 f_M \dot{\theta} + C_b S_5 S_6 f_M \dot{\theta} \\ + M_0 g G M \theta - y_B S_1 S_2 f_M \ddot{x}_G / \sigma - S_1 S_2 f_M \dot{x}_G \\ - M_R = -a S_1 f_M \cos \sigma t + a y_B S_1 f_M \sin \sigma t \end{aligned} \quad (10)$$

ここに、

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{2\rho g d}{1 + y_B^2}, & S_2 &= \frac{k d f_H}{n \sigma}, & S_3 &= 2\rho g l \\ S_4 &= \frac{k l f_B}{n \sigma}, & S_5 &= \frac{k d f_M l}{n \sigma}, & S_6 &= \frac{2\rho g d}{1 + y_{BH}^2} \end{aligned}$$

4. 実験装置および実験方法

図—1 に示したように、コイルばねは反力測定アームを介して架台に固定されており、ばね反力はこのアームの曲げひずみとして測定し、各アームの静的載荷試験結果から換算して反力を求めた。また、ゴムひもによる係留も同じ方法で張力を測定した。

一方、浮体の運動は 3 本の変位変換器、共和電業 DT-100A、(図—1 参照) により測定した。変換器 No. 1 および No. 2 は鉛直方向の移動量を、No. 3 はばねの位置における水平移動量を検出する。変位変換器に内蔵されているばねのばね定数は浮体長 1 cm あたり 1.45 g/cm であり、変位変換器により生じる浮体拘束力は、コイルばねによる係留力や静水圧による復元力に比べ十分小さい。

変位変換器 No. 1, 2, 3 により検出される変位をそれぞれ $\delta_1(t)$, $\delta_2(t)$, $\delta_3(t)$ で表わし、浮体の変位は次の式により計算して求めた。

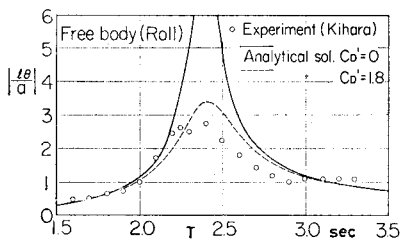
$$x_G = \delta_3(t) + (s - z_0)\theta(t) \quad (11)$$

$$z_G = \{\delta_1(t) + \delta_2(t)\} / 2 \quad (12)$$

$$\theta(t) = \{\delta_2(t) - \delta_1(t)\} / 2b \quad (13)$$

ただし、 $\delta_1(t)$, $\delta_2(t)$ は上向きを正、 $\delta_3(t)$ は右向きを正としている。

実験はすべて水深 $h=65$ cm において行い、造波板の



図—2 自由浮体の回転運動

振幅 e を 1 cm および 2 cm の二種類について種々の周期の波を発生させた。周期により発生波の波高は変化し、造波板の振幅が 2 cm のときは $H=2.0\sim 3.6$ cm, 1 cm のときは $H=1.0\sim 1.8$ cm であった。またばねの高さ s は静水面上 21.0 cm とした。

5. 実験結果

(1) 線型ばねによる係留

浮体前面のばね定数を c_F (浮体単位長さ当り), 後面のばね定数を c_R とし, 浮体側面に接線方向摩擦力が生じないと仮定すれば, 係留力 R_M , R_V , M_R はそれぞれ以下のように与えられる。

$$R_H = F_F - F_R, \quad R_V = 0, \quad M_R = -(s - z_0)R_H \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに, F_F , F_R は浮体前面および後面のばね反力であり, 次式により与えられる。

$$F_F = \text{Max}[F_0 + c_F \{x_G - (s - z_0)\theta\}, 0] \quad \dots\dots (15)$$

$$F_R = \text{Min}[-F_0 - c_R \{x_G - (s - z_0)\theta\}, 0] \quad \dots\dots (16)$$

ここに, F_0 は初期静止状態におけるばね反力, $\text{Max}[a, b]$ は a , b のうち大きい方, $\text{Min}[a, b]$ は a , b のうち小さい方の値である。

$c_F = c_R = c$ で $F_0 = 0$ のとき, 水平係留力 R_M は次式のように書き直すことができる。

$$R_H = -c \{x_G - (s - z_0)\theta\} = -c \{\xi - (s - z_0)\theta\} e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (17)$$

一例として $F_0 = 0$, $c_F = c_R = 19.19$ (g/cm)/cm の場合についてばね反力の実験値と計算値を比較すると 図-3

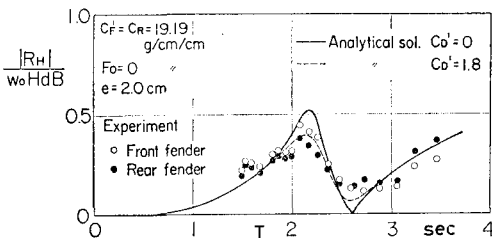


図-3 線型ばね係留浮体の係留力

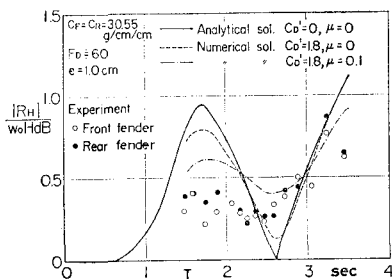


図-4 線型ばね係留浮体の係留力 (F_0 が大きい場合)

のようになる。この図からわかるように, 線型ばねにより係留された浮体についても, 自由浮体と同様に粘性抵抗力を考慮した計算値 (点線) は実験値の特性をよく表わしている。

一方 $c_F = c_R$ であっても, 初期拘束力 F_0 が大きいときには, 図-4 に示すようにばね反力の実験値は粘性抵抗力を考慮した計算値 (図中の点線) が示すような周期 1.8 秒付近の極大値を示さない。これは以下に述べるように, ばね先端に取り付けたローラーと軸受け間の摩擦による影響によるものと考えられる。

ローラーと浮体側面の運動摩擦係数を μ とすれば, 浮体側面に働く摩擦力によるモーメントは次式で与えられる。

$$M_f = -\text{sign}(\dot{\theta})l(|F_F| + |F_R|)\mu \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここに, $\text{sign}(x)$ は x の正負の符号である。

一方, F_F および F_R は式 (15), (16) で与えられ, 今の場合 $c_F = c_R$ であるから M_f は式 (19) のように与えられる。

$$M_f = -\text{sign}(\dot{\theta})2lF_0\mu \quad \dots\dots\dots (19)$$

この摩擦力によるモーメントを運動方程式, 式(10)に加え, $F_0 = 60$ gr/cm, $\mu = 0.1^*$ として数値計算を行うと, 図-4 において一点鎖線で描いた比較的实验値の特性と類似した結果が得られた。

このように, 摩擦係数が小さくても, 初期拘束力 F_0 や浮体の幅が大きいときには, 摩擦力によるモーメントが大きくなり, 浮体運動に大きい影響を及ぼすことがわかる。

図-5 は $c_F = 11.36$, $c_R = 30.55$ (g/cm)/cm とした非対称ばねにより係留した場合の一周期間の運動測定結果の一例である。ただし x_G の運動中心は次式で与えられる Δx だけずらせて描いている。

$$\Delta x = -\frac{1}{2} \left[\frac{R_{H \min}}{c_R} - \frac{R_{H \max}}{c_F} \right] \quad \dots\dots\dots (20)$$

水平, 鉛直, 回転運動の測定値は, 非対称な係留状態であるにもかかわらず, 滑らかな正弦的变化を示してい

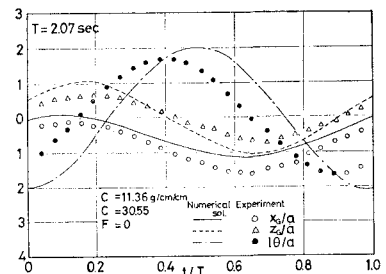
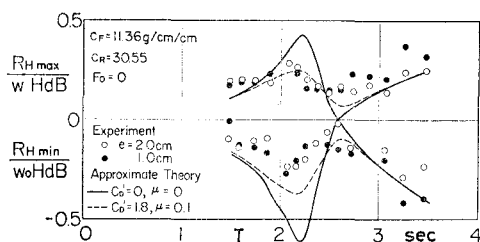


図-5 非対称ばね係留浮体の運動

* F_0 はコイルばねの初期ひずみ量から求め, μ はばね係留状態における自由減衰振動の記録と数値計算の結果を比較することにより求めた。



図—6 非対称ばね係留浮体の係留力

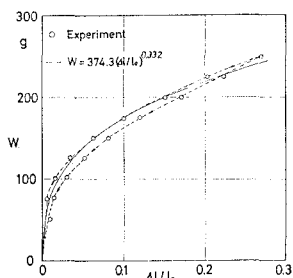
る。一方、図中実線、点線、一点鎖線は、数値計算により初期静止状態から逐次計算を行い、運動が定常となった 30 周期目の計算結果であり、実験値の水平、鉛直、回転運動の位相関係をほぼうまく与えていると言える。

また、係留力について比較すると図—6 のようになり、非対称係留においても点線で描いた粘性抵抗を考慮した計算結果は実験値に近い値となっている。

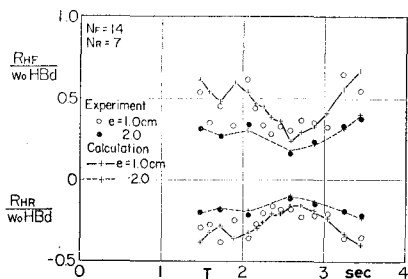
(2) 非線型ばねによる係留

係留に用いたゴムひもは図—7 に描いたような非線型荷重—ひずみ特性を有している。荷重増加時と減少時でその経路が少し異なっているが、荷重を除去した時の残留ひずみは生じなかった。

一例として浮体前面のゴムひもの本数を $N_F=14$ 、後面の本数を $N_R=7$ とした場合について、係留力と計算値を示すと図—8 のようになる。縦軸の R_{HF} および R_{HR} はそれぞれ浮体前面および後面のゴムひもの係留力である。なお計算ではゴムひも一本あたりの荷重—ひ



図—7 ゴムひも一本当たりの荷重—ひずみ特性



図—8 非線型バネ係留浮体の係留力

ずみの関係を式 (21) により近似している。

$$W(g) = 374.3 (\Delta l / l_0)^{0.332} \dots\dots\dots (21)$$

図中●印で示した入射波高の大きい ($e=2\text{cm}$) 場合の実験結果は、○印で示す入射波高の小さい ($e=1\text{cm}$) 場合に比べ、無次元係留力は小さくなっており、非線型係留の特性が表われている。また実験値と計算値を比較すると、○印と実線、●印と点線のように、極めてよい対応が見られ、計算方法がほぼ妥当であると言える。

6. 結 論

(1) 微小振幅波理論から導かれた矩形浮体の運動方程式は粘性抵抗力を無視しているため、浮体の共振周波数付近の入射波周期に対し過大な運動振幅を与える。こうした粘性抵抗力として、浮体の自由減衰振動における減衰定数が実験値の減衰定数と等しくなるような線型粘性抵抗力を運動方程式に加えることにより、波浪中の運動の実験値に近い値を与えることができる。ただし、粘性抵抗力は一般には非線型の力であり、運動振幅により線型化したときの係数が変化するので、さらに検討する必要がある。

(2) 線型係留状態における係留力は、線型粘性抵抗力を考慮した運動方程式によりかなり実際に近い値を求めることができる。

(3) 初期拘束力が大きい場合には、浮体側面に作用する摩擦力が大きくなり、特に回転運動に対して大きな影響を与える。実験ではローラーを用いて摩擦力が小さくなるようにしたが、実際の船舶係留状態では防舷材と船腹間の摩擦はさらに大きいと考えられるので、動揺解析においては十分考慮する必要がある。

(4) 浮体の運動方程式は、浮体が入射波と同じ同波数の正弦運動をするという仮定をもとに導かれたものであり、厳密には非線型係留状態に対して適用することはできない。しかし、非対称、非線型係留力が作用しても、その力がそれほど大きくない場合については、十分な近似精度で運動や係留力を与える。ただし、係留力が極めて大きい場合にはさらに検討を要する。

参 考 文 献

- 1) 井島武士・田淵幹彦・湯村やす：有限水深の波による矩形断面物体の運動と波の変形，土木学会論文報告集，第 202 号，pp. 33～48，1972。
- 2) 伊藤喜行・千葉 繁：浮防波堤の水理に関する近似理論と応用，港湾技術研究所報告，第 11 巻第 2 号，pp. 137～166，1972。
- 3) 木原 力：矩形断面浮体の波浪動揺に関する逐次計算，第 22 回海講論文集，pp. 392～395，1975。

記号一覧表

a: 入射波の振幅

$$n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right), \quad f_B = \frac{\sinh k(h-d)}{k(h-d) \cosh kh}$$

$$f_H = \frac{\sinh kh - \sinh k(h-d)}{kd \cosh kh}, \quad f_M = f_{MH} + \frac{l}{3d} f_B$$

$$f_{MH} = \left[-kz_0 \sinh kh + k(d+z_0) \sinh k(h-d) - \cosh kh + \cosh k(h-d) \right] / kdkl \cosh kh$$

$$\overline{GM} = \frac{l^2}{3d} - \frac{d}{2} - z_0, \quad I_0: \text{浮体の慣性モーメント}$$

$$I_1 = \frac{2\rho l^3}{h-d} \left\{ \frac{l^2}{45} + \frac{(h-d)^2}{9} \right\}, \quad I_0 = M_0 g \frac{y_B k d f_M^2 l}{(1+y_B^2) n \sigma^2}$$

$$M_0 = 2\rho d l, \quad M_x = \frac{2y_B \rho g k d^2 f_H^2}{(1+y_B^2) n \sigma^2}$$

$$M_z = \frac{2\rho l}{3(h-d)} \{ l^2 + (h-d)^2 \}, \quad y_H = \frac{g}{\sigma^2 l} \frac{k d f_H^2}{n}$$

$$y_B = \frac{g}{\sigma^2 l} \frac{k(h-d) f_B^2}{n}, \quad y_{BH} = y_B + y_H$$