

複数円柱構造物の波力干渉効果について (1)

榎 木 亨*・中 村 孝 幸**

1. ま え が き

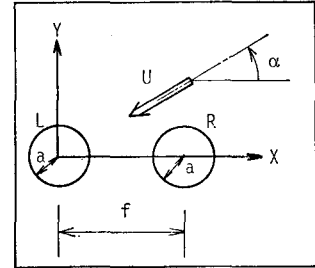
一般の海洋構造物はそのほとんどが複数の円柱パイプで構成されている構造物である。そしてこのような複数円柱構造物であるが故に生じる新たな現象としては隣接円柱の存在による波力の干渉効果が考えられる。

従来このような波力の干渉効果に対する解析的な研究としては円柱径と波長の比 D/L が大きな場合 ($D/L > 0.2$) を対象とした、回折理論に基づくポテンシャル的な作用波力の干渉効果を与えた大楠¹⁾、Spring²⁾ らの研究成果が発表されている。

一方、多柱式の海洋構造物で多用されている D/L の小さな場合 ($D/L < 0.2$) については、円柱背後に形成される後流渦に起因されて生じる非ポテンシャル的な作用波力 (例えば抗力) が上述したポテンシャル的な作用波力に比較して重要となってくる。しかしながら、従来は波動場の円柱後流域における非ポテンシャル的な流況現象の把握が十分でなかったことなどの理由により、これら非ポテンシャル的な波力の干渉効果については解析的に全く明らかにされていないのが現状である。

本研究では以上の観点より D/L の小さな場合を対象に上述した非ポテンシャル的な波力の干渉効果についての理論的な解明を最終的に意図している。しかしながら、このような流況モデルを複数円柱に適用するにあたっては、まず振動流におけるポテンシャル的な作用流体力の干渉効果について明らかにする必要がある。そしてさらに、このようにして求められた干渉効果が、空間的な変動を有する波動場における干渉効果とどの程度一致するかという適用限界についても検討する必要がある。

このため本報では非ポテンシャル的な波力の干渉効果の解明のための第1報として、振動流中における複数円柱のポテンシャル的な作用流体力に関する干渉効果について理論的に明らかにする。そして、これら理論結果の波動場への適用性について検討するため、回折理論による大楠の手法による結果と比較するとともに、 D/L が小さな場合の基本的な複数円柱配列モデルを用いて水理実



図—1 座 標 系

験を行い、理論解析の妥当性を検証した。

2. 鏡像法による干渉効果の解析

いま図—1 に示すような二本円柱が配列されているところへ角度 α をもって振動流が作用する場合を考える。図—1 の円柱 L および円柱 R が存在する場での流体の複素速度ポテンシャル w を求めるためには円柱表面における法線方向の速度成分が 0 となる境界条件を満足せしめるように、円柱の存在をあらわすために付加された 2 重向き出しの円柱鏡像を両円柱間で互いに無限回考える必要がある。この考え方は Carpenter³⁾ が、静止流体中を移動する二本の円柱を取扱った時に用いた手法であって、本研究においてこの Carpenter と同様の手法を用いると、流体の複素速度ポテンシャル w は次式で求められる。

$$w = -Uze^{i\alpha} - Ua^2e^{-i\alpha} \left\{ \frac{1}{z} + \frac{1}{(z-f)} \right\} - \beta_1 Ua^2e^{i\alpha} \left\{ \frac{1}{[z-(f_1-f)]} + \frac{1}{(z-f_1)} \right\} - \frac{Ua^2}{1-\xi} \left[\beta_2 e^{-i\alpha} \left\{ \frac{1}{z-(f-f_2)} + \frac{1}{z-f_2} \right\} + \beta_3 e^{i\alpha} \left\{ \frac{1}{z-(f-f_3)} + \frac{1}{z-f_3} \right\} \right] \quad \dots\dots (1)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= -(a/f)^2, \quad \beta_2 = \{a^2/f \cdot (f-f_1)\}^2, \\ \beta_3 &= -\{a^3/f(f-f_1)(f-f_2)\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (1.1)$$

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= a^2/f, \quad f_2 = a^2/(f-f_1), \\ f_3 &= a^2/(f-f_2) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (1.2)$$

$$\xi = [2a/(f + \sqrt{f^2 - 4a^2})]^4 \quad \dots\dots (1.3)$$

f : 円柱の中心間隔 である。

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工博 愛媛大学講師 工学部海洋工学科

このように w が与えられると、円柱周囲の圧力分布を求めることなく非定常 Blasius の公式⁴⁾を用いて、円柱に作用する流体力は式 (2) で求めることができる。

$$F_X - iF_Y = i(\rho/2) \oint_C (dw/dz)^2 dz - i\rho(\partial/\partial t) \oint_C \bar{w} dz \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに F_X, F_Y はそれぞれ図—1 において x, y 軸方向に作用する流体力を示す。また i は虚数、 ρ は流体密度、 $\bar{}$ は共役複素数を示し、 $\oint_C$ は円柱 C の表面の左まわりの線積分をあらわす。

この手法は 2 本以上の複数円柱についても容易に拡張できるので、3 本円柱への適用結果については後述する。

(1) 2 本円柱における作用流体力

(a) 2 本縦列円柱の場合

この場合流れ方向に 2 本の円柱が配列されていることより、図—1 の $\alpha = \pi$ の場合に相当する。したがって F_X, F_Y は式 (1) および式 (2) より次式のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} (F_X)_L &= (F_T)_L = \frac{1}{2} \rho C_D \rho D U^2 \\ &\quad + C_{MW} \cdot \rho (\pi D^2/4) (\partial U/\partial t) \\ (F_Y)_L &= (F_L)_L = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} (F_X)_R &= (F_T)_R = \frac{1}{2} \rho C'_D \rho D U^2 \\ &\quad + C_{MW} \cdot \rho (\pi D^2/4) (\partial U/\partial t) \\ (F_Y)_R &= (F_L)_R = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに $(\)_L, (\)_R$ は左側、右側の円柱における流体力を示し、 F_T は流れ方向に作用する力 (直方向力)、 F_L は流れ方向と直角方向に作用する力 (揚力) を示す。また C_D, C'_D は式 (5), (6) で、 C_{MW} は式 (7) で与えられる値である。

$$C_D = -\frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{a}{f} \right)^3 + \left(\frac{a}{f-2f_1} \right)^3 \cdot \beta_1^2 + \left(\frac{a}{f-2f_2} \right)^3 \cdot \left(\frac{\beta_2}{1-\xi} \right)^2 + \left(\frac{a}{f-2f_3} \right)^3 \cdot \left(\frac{\beta_3}{1-\xi} \right)^2 + \left(\frac{a}{f-f_2} \right)^3 \cdot \frac{2\beta_2}{1-\xi} + \left(\frac{a}{f-f_1-f_3} \right)^3 \cdot \frac{2\beta_1 \cdot \beta_3}{1-\xi} + \left(\frac{a}{f-f_1} \right)^3 \cdot \frac{2\beta_1}{f-f_3} + \left(\frac{a}{f-f_2-f_3} \right)^3 \cdot \frac{2\beta_2 \cdot \beta_3}{(1-\xi)^2} \right] \quad \dots\dots\dots (5)$$

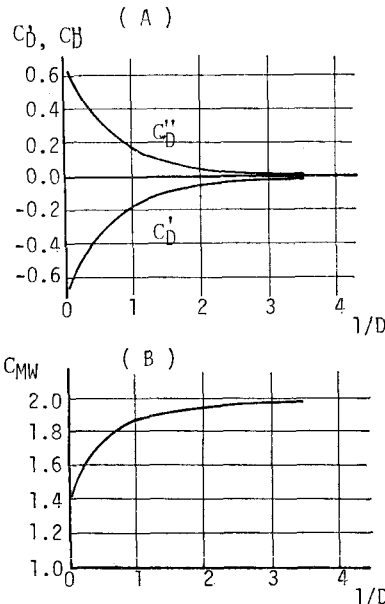
$$C'_D = -C_D \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$C_{MW} = 2 + 2 \left[\beta_1 + (\beta_2 + \beta_3) \frac{1}{1-\xi} \right] = C_{MS} + C_M \quad \dots\dots\dots (7)$$

式 (3), (4) と Morison 式を比較することにより、 C_D, C'_D は抗力係数に、 C_{MW} は慣性係数に対応していることがわかる。しかし単円柱の抗力係数はポテンシャル流れでは、ダランベールのパラドックスで知られているように 0 となるので、この C_D および C'_D はあくまでも干渉の結果生じる付加的な量であって、これらの値に後流渦等の非ポテンシャル的な流況現象によって生じる抗力係数を加えたものが干渉効果を考慮した抗力係数と考えられる。また式 (3), (4) よりわかるように、この干渉効果による抗力は $U \cdot |U|$ ではなく U^2 に比例することから一方方向にのみ作用する流体力である。一方式 (7) で与えられる係数 C_{MW} は、単円柱のポテンシャル流れにおける慣性係数 C_{MS} が 2.0 であることを考慮すると、式 (7) の右辺第 2 項 C_M が干渉効果による付加的な量となる。

これら C_D, C'_D, C_{MW} は、式 (5), (6), (7) より円柱の半径 a と円柱の中心間隔 f の関数となっていることがわかる。そして、 C_D ならびに C'_D の f/a による変化を円柱の外縁間隔 l と円柱の直径 $D=2a$ を用いた表示で示したのが図—2 (A) である。この図より、 C_D および C'_D は l/D が 3 より小さい場合に有義な値を示すようになり、かつ両者の値の符号が逆であることから、これら干渉効果による付加的な抗力は 2 本縦列円柱間で反発するように作用することがわかる。

図—2 (B) は、 C_{MW} の l/D による変化を示すものである。この場合、単円柱の慣性係数 $C_{MS}=2.0$ を含んでいることから干渉効果による付加的な慣性力は、単円柱



図—2 2 本縦列円柱に作用する流体力の干渉効果

における慣性力を減少させるように作用することがわかる。

(b) 2 本並列円柱の場合

流れ方向と直角な方向に 2 本の円柱を並べた場合について考えてみる。この場合、式 (1) の α に $3\pi/2$ を代入すれば、式 (2) より、 F_x 、 F_y を求める。この場合には、 F_x が揚力を、 F_y が直方向力を示すことになる。これらの算定結果をあらわしたのが、式 (8)、(9) である。

$$(F_T)_L = C_{MH}\rho \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{\partial U}{\partial t}, \quad (F_L)_L = \frac{1}{2} C_L' \rho D U^2 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$(F_T)_R = C_{MH}\rho \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{\partial U}{\partial t}, \quad (F_L)_R = \frac{1}{2} C_L'' \rho D U^2 \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 C_{MH} は 2 本並列円柱の慣性係数、 C_L 、 C_L' はおのおの円柱 L 、円柱 R の揚力係数を示す。ポテンシャル流れにおける単円柱の揚力係数は 0 であることから式 (8)、(9) 中の C_L 、 C_L' は、前述の C_b ならびに C_b' と同様に干渉効果による付加的な揚力係数であると考えられる。そして、これら C_{MH} 、 C_L 、 C_L' はおのおの式 (10)、(11)、(12) であらわされる値である。

$$C_{MH} = 2 - 2 \left\{ \beta_1 - (\beta_2 - \beta_3) \frac{1}{1 - \xi} \right\} = C_{MS} + C_M' \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$C_L = 4\pi \left[\left(\frac{a}{f} \right)^3 + \left(\frac{a}{f - 2f_1} \right)^3 \beta_1^2 + \left(\frac{a}{f - 2f_2} \right)^3 \cdot \left(\frac{\beta_2}{1 - \xi} \right)^2 + \left(\frac{a}{f - 2f_3} \right)^3 \left(\frac{\beta_3}{1 - \xi} \right)^2 - \left(\frac{a}{f - f_2} \right)^3 \frac{2\beta_2}{1 - \xi} - \left(\frac{a}{f - f_1 - f_3} \right)^3 \frac{2\beta_1\beta_3}{1 - \xi} + \left(\frac{a}{f - f_1} \right)^3 \cdot 2 \cdot \beta_1 - \left(\frac{a}{f - f_3} \right)^3 \frac{2\beta_3}{1 - \xi} - \left(\frac{a}{f - f_1 - f_2} \right)^3 \frac{2\beta_1\beta_2}{1 - \xi} + \left(\frac{a}{f - f_2 - f_3} \right)^3 \frac{2\beta_2\beta_3}{(1 - \xi)^2} \right] \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$C_L' = -C_L' \quad \dots\dots\dots (12)$$

一方、2 本並列円柱の慣性係数 C_{MH} は、式 (7) と同様式 (10) に示されるようにポテンシャル流れにおける慣性係数 $C_{MS} = 2.0$ と干渉効果による C_M' の和として与えられる。この場合も、その干渉効果は f/a の関数になっているので、式 (10) で与えられる C_{MH} の l/D による変化を示したのが図-3 (A) である。また、式 (11)、(12) で与えられる、 C_L 、 C_L' の変化を同様にしたのが図-3 (B) である。図-3 (A) より、並列円柱の場合、 l/D の減少にともない干渉効果により慣性係数を増大せしめる効果があらわれ、また、付加的な揚力係数 C_L 、 C_L' も $l/D < 3$ となると急激に増大することがわかる。

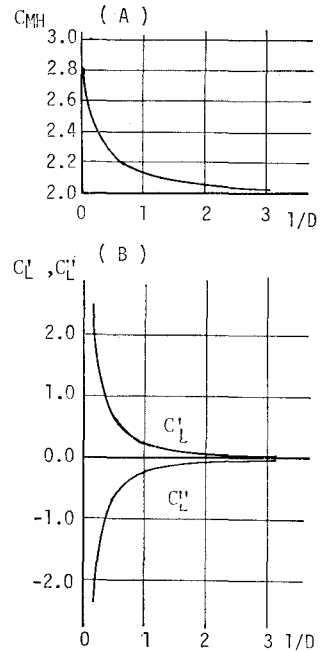


図-3 2 本並列円柱に作用する流体力の干渉効果

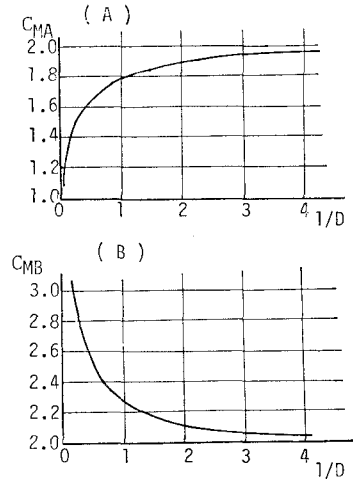


図-4 3 本縦列円柱に作用する流体力の干渉効果

なお C_L が正の値を、 C_L' が負の値となっていることよりこれら干渉効果による付加的な揚力は円柱間で引き合うような作用を示す。

(2) 3 本円柱における作用流体力

つぎに、同様の手法を用いて 3 本円柱が縦列配置および並列配置された場合の、作用流体力の干渉効果について求めてみた。この場合、3 本円柱の中央円柱についての干渉効果は、慣性力のみにあられ、2 本円柱の場合に出現した付加的な抗力ならびに揚力はあらわれない。3 本円柱の場合の中央円柱における慣性係数 C_{MA} およ

び C_{MB} の算定結果を示したのが、図-4 (A), (B) であって、図-4 (A) は 3 本縦列の場合を、図-4 (B) は 3 本並列の場合をあらわしている。図-4 からわかるように縦列の場合 (C_{MA}) は単円柱の場合の C_M より減少し、並列の場合は単円柱の場合の C_M よりも増大する。この減少および増加の割合は 2 本円柱の場合に比してそれぞれ大きくあらわれている。このように、3 本円柱の中央円柱に対する流体力の干渉効果が、2 本円柱のそれと比較して大きいのは両端に存在する円柱による干渉効果を加算的に受けることによるものである。

3. 回折理論による結果との比較

ここでは、2. で述べた鏡像法による解析結果と、大橋による回折理論の結果とを比較して、どの程度の D/L の値まで一致するかを検討してみた。

図-5 (A)~(D) は、2 本縦列円柱における回折理論に基づく慣性係数 (C_{MWR} , C_{MWL}) と 2. で求めた鏡像法による慣性係数 (C_{MW}) との比較を示したものであって、それぞれの理論による単円柱の慣性係数の比でもってあらわしてある。ここに C_{MWR} , C_{MWL} は回折理論による円柱 R , L に対する値であり、 C_{MD} , C_{MS} は回折理論および振動流における単円柱の慣性係数であって、 $C_{MS}=2.0$ である。なお回折理論による慣性係数は D/L の関数であらわされるので、横軸に $ka (=2\pi a/L = \pi D/L)$ をとってあらわしてある。図-5 より、鏡像法による C_{MW}/C_{MS} の値は、 l/D の値にかかわらず円柱 R に

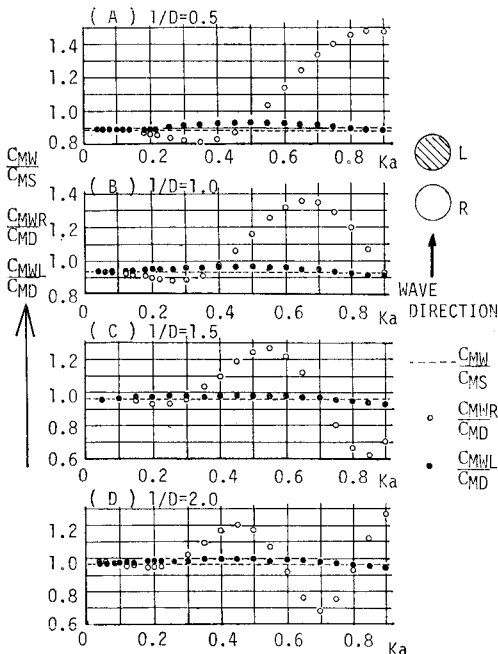


図-5 2 本縦列円柱の慣性係数と単円柱の慣性係数との比

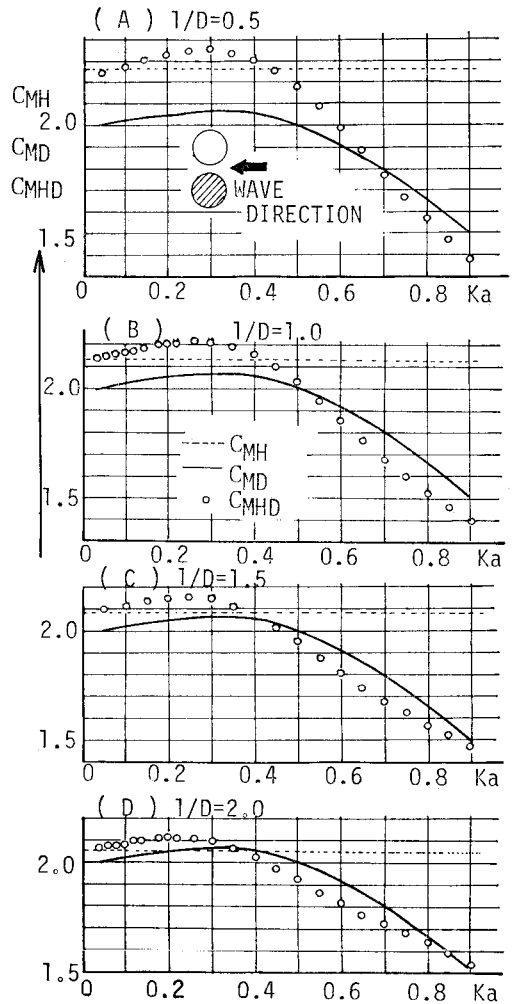


図-6 2 本並列円柱の回折理論に基づく慣性係数の算定結果

対しては ka の値が 0.2 以下で、円柱 L に対しては ka が 0.3 以下で、回折理論と鏡像法との値がほぼ一致していることが認められる。

図-6 (A)~(D) は、2 本並列円柱の場合について回折理論による慣性係数 C_{MHD} と単円柱の C_{MD} の値ならびに鏡像法による同様の値 C_{MH} , C_{MS} を示したものである。この図より、 l/D の値にかかわらずほぼ ka が 0.3 以下の領域で鏡像法と回折理論の結果はほぼ一致している。

上述してきた事実より、3 本縦列円柱では ka が 0.2 以下 ($D/L < 0.07$) で、2 本並列円柱では ka が 0.3 以下 ($D/L < 0.1$) の領域で l/D の値にかかわらず鏡像法による解析手法が十分適用可能と考えてさしつかえない。なお、3 本円柱 (縦列、並列) の場合についてもほぼ ka が 0.2 以下の領域で鏡像法による解析が可能となることを著者らは確認している。

そして、上記のような鏡像法の適用され得る D/L の領域では、ポテンシャル的な波力に限るならば、その干渉効果が生じ始める限界円柱間距離を一意的に求めることができる。

4. 実験結果との比較

本研究の場合、 D/L の小さな場合を対象にポテンシャル的な波力の干渉効果について検討するため、特に慣性力が抗力に比較して卓越するような条件下で実験を行った。用いた円柱径は $D=7.6$ cm、水深は 35 cm の固定条件で、入射せしめた波の条件は、波高が 3~8 cm、周期が 1.1~1.5 秒の範囲にある。円柱配列としては、2 本円柱（縦列、並列）、3 本円柱（縦列、並列）の 4 種類を用い、 l/D としては 0.5~3.0 の範囲内とした。この場合、前述した D/L の値は 0.05 以下となる。

これら実験結果の 1 例を示すのが図-7 である。図-7 は 2 本並列円柱の円柱 R についての結果を示すもの

で、縦軸に測定された円柱 R の慣性係数 $(C_{MW})_m$ と単円柱において測定された慣性係数 $(C_{MS})_m$ との比を、横軸に後流渦の発生の有無に密接に関連する $K-C$ 数をとって示したものである。図中には、鏡像法により与えられる C_{MW}/C_{MS} の値も点線で示してある。図-7 より、 R 円柱の $(C_{MW})_m/(C_{MS})_m$ の値は、多少のばらつきはあるけれども l/D の増大と共に 1.0 に漸近する傾向を示し、各 l/D において点線で示す鏡像法による結果とほぼ一致していることが認められる。

この他、著者らは他の円柱配列についても、本実験で対象とした D/L の範囲内および慣性力の卓越するような $K-C$ 数の領域内では、複数円柱の慣性係数と単円柱のそれとの比は、 l/D の値にかかわらず鏡像法により与えられる理論結果にほぼ一致することを確認している。

5. 結 語

以上、本報では D/L の小さな場合を対象にして、複数円柱であるがために生じるポテンシャル的な波力の干渉効果を理論と実験の両面より論じてきた。これらを取りまとめると次のように要約できる。

(1) 複数円柱における作用流体力の干渉効果は、円柱の外縁間隔 l と円柱径 D の比 l/D のみによって支配され、 l/D が減少する程その干渉効果は増大する。そして、 $D/l < 0.07$ の場合には空間的な波動性を無視した鏡像法によって、理論的に説明ができた。

(2) D/L が 0.07 以下の円柱において、非ポテンシャル的な作用波力が無視し得る $K-C$ 数 4 以下の場合に対しては、波力に対する干渉効果が無視できる限界の円柱間距離は 2 本円柱（縦列、並列）で l/D が 3 以上、3 本円柱（縦列、並列）で l/D が 4 以上であることが理論的にも実験的にもほぼ明らかとなった。

参 考 文 献

- 1) 大楠 丹：複数本の鉛直円柱に働く波力について、日本造船学会論文集，第 131 号，pp. 53~64，1972。
- 2) Spring, B. H. and Mankeyer, P. L.: Interaction of plane waves with vertical cylinders, Proc. of 14th Conf. on Coastal Eng., pp. 1828~1847, 1972.
- 3) Carpenter L. H.: On the motion of two cylinders in an ideal fluid, Journal of Research of Standards, Vol. 61, pp. 83~87, 1958.
- 4) Milne-Thomson, L. M.: Theoretical Hydrodynamics, 5th edition, The Macmillan Co., Inc., 1968.

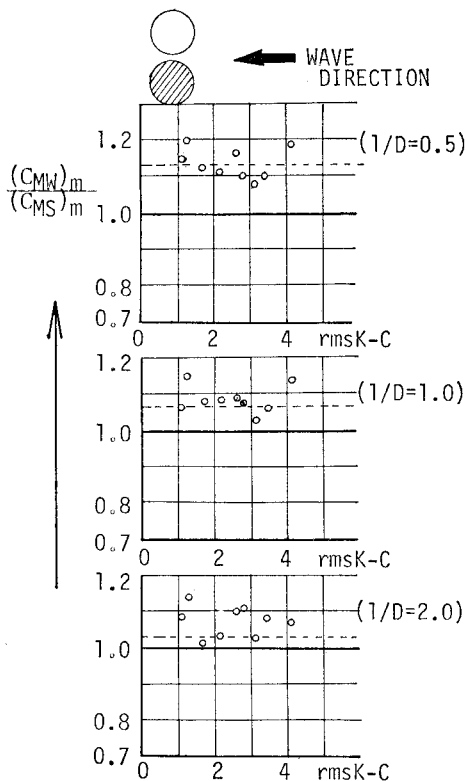


図-7 2 本並列円柱の慣性係数と単円柱慣性係数の比