

傾斜円柱に作用する波力について

重村 利幸*・西村 健二**・竹内 俊雄***

1. 緒 言

円柱構造物に作用する波力のうち主たるものは、In-line force と Lift force であろう。通常、In-line force の算定には Morison 式¹⁾が用いられ、Lift force の算定には揚力式²⁾が用いられているが、これら二波力を適正に評価・算定するためには、式中含まれている：1) 水粒子の速度または加速度に如何なる値を用いるか；2) 抗力係数、 C_D 、質量係数、 C_M 、または揚力係数、 C_L に如何なる値を用いるか、ということが常に問題となる。

上記問題点を解明するために、従来、直円柱や水平円柱等を用いた数多くの実験的研究がなされてきた。これらの研究では、水粒子速度および加速度の値として、各種波動理論による推定値が多く用いられている。ただし、どの波動理論が適正な推定値を与えるかという点については、未だ結論は出ていないようである。

一方、 C_D 、 C_M または C_L の値としては、通常、実測波力に基づいて、各波力算定式からそれぞれ逆算した値が用いられている。ただし、実際の係数算定法には、各係数が時間的に変化しないと仮定して算出する方法と、周期内で時間的に変動すると仮定して算出する方法とがある。前者には、Morison 氏¹⁾によって始められた周期内の二定点で算出する方法や、Chakrabarti 氏³⁾による最小自乗法を用いて算出する方法があり、後者には Keulegan 氏⁴⁾によるフーリエ解析を利用した算出法や、Al-Kazily⁵⁾による連立方程式の解として求める算出法がある。これら算出法にはそれぞれ長所・短所があるが、実測波力を正確に再現し得るという観点から考えるならば、Al-Kazily の方法は極めて有効な算出法と思われる。

さて、一般の海洋構造物には傾斜円柱が部材として多く用いられている。しかしながら、傾斜円柱に作用する波力については、それ程多くの研究はなされていない。

著者ら⁶⁾は第 24 回海岸工学講演会において、傾斜円柱に作用する In-line force に関する模型実験の成果を発表したが、本論文では傾斜円柱模型に作用する In-line

force および Lift force について、実測した二波力の一般的な特性ならびに Al-Kazily の手法で算出した、 C_D 、 C_M および C_L の周期内での変動特性について論ずる。

2. 実験装置および方法

実験には長さ 39.6 m、幅 0.6 m、深さ 0.8 m の二次元造波水路を用いた。なお付設の造波機は Ballistic Pendulum 型である。造波機の前 19.0 m の水路底中央部には円柱の傾斜角、 θ を波の進行方向に平行な鉛直断面内で $\pm 45^\circ$ まで自由に変えることのできる円柱固定装置を取り付けた。ここに (+) θ とは円柱が波の進行方向と逆方向に前傾している場合をさす。上記固定装置には、円柱固定用に $\phi 13$ mm、長さ 692 mm の丸鋼が剛結されている。この丸鋼表面には In-line force および Lift force を検出するために計 12 枚の防水ゲージを接着した。これらゲージはそれぞれブリッジ回路に組みアンプを通してラピコダーに接続した。同丸鋼に静的载荷をしてキャリブレーションを実施した結果、二波力検出用ゲージの相互干渉は最大 2% 程度であり、予想波力の範囲内で良好な直線性が得られた。

なお、円柱はアクリルパイプを用いて作製し、これらをそれぞれ上記丸鋼に固定した。図-1 は円柱の取り付け状況ならびに解析に用いる座標系を示す。一方、円柱真横および円柱前方 1 m の位置には、波浪諸元測定用の容量式波高計を各 1 本設置した。

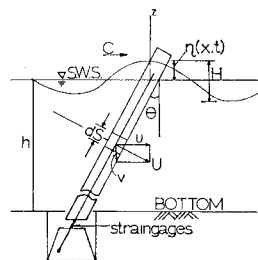


図-1 円柱模型の設置図および座標系

実験は水深を 40.0 cm に保ち、表-1 に示す実験諸元を組み合わせるにより現在までに 335 ケースについて

* 正 会 員 Dr. Eng. 防衛大学校助教授 土木工学教室

** 学生会員 防衛大学校理工学研究科学生

*** 正 会 員 工 博 防衛大学校教授 土木工学教室

表—1 実験ケース

実験波	円柱外径 (cm)	傾斜角 (度)
波高 (cm): 4.7 ~14.3 周期 (sec): 0.73~1.62	3, 4, 5, 6, 7	±45°, ±30°, ±20° ±10°, 0°

実施している. rms. $K \cdot C$ 数の範囲は 1.19 から 15.74 であり, 円柱の水中固有振動数は 5.5 Hz から 11.3 Hz であった.

3. 波力算定式および各係数の算出法

波力算定式に含まれる各係数が周期内で時間的には変動するが, 水深方向における変化は小さいと仮定すれば, 任意の傾斜角, θ に設置された円柱が, 任意時刻, t において受ける In-line force, $F_{xb}(t)$ および Lift force, $F_L(t)$ はそれぞれ近似的に次式で評価されるであろう.

$$F_{xb}(t) = C_D(t) \cdot F_D(t) + C_M(t) \cdot F_I(t) + F_B(t) \dots (1)$$

$$F_L(t) = C_L(t) \cdot F_D(t) \dots (2)$$

ただし, 上式中に含まれる F_D , F_I および F_B は円柱に作用する抗力項, 慣性力項および水位変動にともなう生ずる静的浮力を示し, それぞれ適当な波動理論を用いて, 次式から算定するものとする.

$$F_D(t) = \int_{-h}^{\eta(t)} \frac{1}{2} \rho D |U(x, z, t)| U(x, z, t) \frac{dz}{\cos \theta} \dots (3)$$

$$F_I(t) = \int_{-h}^{\eta(t)} \frac{1}{4} \rho \pi D^2 \dot{U}(x, z, t) \frac{dz}{\cos \theta} \dots (4)$$

$$F_B(t) = \frac{1}{4} \rho g \pi D^2 \eta \tan \theta \dots (5)$$

なお, 式 (3), (4) および (5) 中に含まれている記号のうち, ρ は水の密度, h は水深, η は波面水位, D は円柱外径を示し, U および $\dot{U}$ はそれぞれ円柱の法線方向に作用する水粒子の合速度および同加速度を示す.

さて, 式 (1) および式 (2) 中に含まれる係数 $C_D(t)$, $C_M(t)$ および $C_L(t)$ は次のようにして算出する. まず, 一周期, T を十分に微小な時間間隔, Δt で等分割する. 次いで, 各分割点における In-line force および Lift force の算定式を式 (1) および式 (2) に基づいて立てる. このようにすれば, 任意時刻, t における $C_L(t)$ は式 (2) を変形した次式から直ちに算出することができる.

$$C_L(t) = F_L(t) / F_D(t) \dots (6)$$

一方, $C_D(t)$ および $C_M(t)$ は微小時間 Δt の間では, ほとんど変化しないと仮定し, 時刻, t および $(t + \Delta t)$ における In-line force の算定式を連立方程式として解くことにより, 次式からそれぞれ算出できる.

$$C_D(t) = \begin{vmatrix} F_{xb}(t) - F_B(t) & F_I(t) \\ F_{xb}(t + \Delta t) - F_B(t + \Delta t) & F_I(t + \Delta t) \\ F_D(t) & F_I(t) \\ F_D(t + \Delta t) & F_I(t + \Delta t) \end{vmatrix} \dots (7)$$

$$C_M(t) = \begin{vmatrix} F_D(t) & F_{xb}(t) - F_B(t) \\ F_D(t + \Delta t) & F_{xb}(t + \Delta t) - F_B(t + \Delta t) \\ F_D(t) & F_I(t) \\ F_D(t + \Delta t) & F_I(t + \Delta t) \end{vmatrix} \dots (8)$$

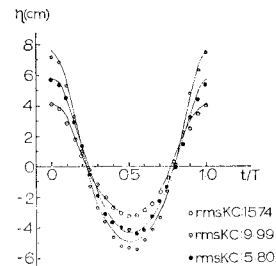
上記二式は Al-Kazily の手法から誘導したものである⁵⁾.

4. 解析結果

4.1. 波形の検討

実験には波形勾配が 0.02 から 0.09 の波を使用した. 緒言で述べた如く, 水粒子速度および同加速度の推定に如何なる波動理論を用いるかは極めて難しい選択である.

そこで, 波動理論の選択の目安を得るために, 比較的簡単に測定できる波形に着目し, 全実験波について実測波形と波動理論により算出した理論波形との比較を試みた. その結果, 大部分の波の実測波形はストークス波の第3近似式で計算した理論波形とかなりよく一致することを確認めた. 図—2 は代表的な実験波についての波形の比較例を示す. 図中, 白点は実測波面の値を示し, 実線はストークス波の第3近似式で算定した理論波面を示す. この事実から, 本論文では波動理論としてストークス波の第3近似式を適用することにした.



図—2 理論波形と実測波形

4.2. 波力の検討

(1) In-line force について

実測した In-line force, F_{mxb} から浮力, F_B を差し引いた狭義の In-line force を F_{mxn} とし, 二点法および最小自乗法で求めた C_D および C_M を用いて式 (1) より算出した狭義の In-line force を, それぞれ, F_{tx2} および F_{txl} とする. ただし, C_D および C_M ならびに F_{tx2} および F_{txl} の算定に必要な F_D , F_I および F_B には全てストークス波の第3近似式を用いて計算した値を用いた.

図—3 は F_{mxn} と F_{tx2} および F_{txl} との比較例を示したものである. 実測した全ての In-line force について, F_{mxn} と F_{tx2} および F_{txl} を比較した結果, 以下の諸点が明らかになった.

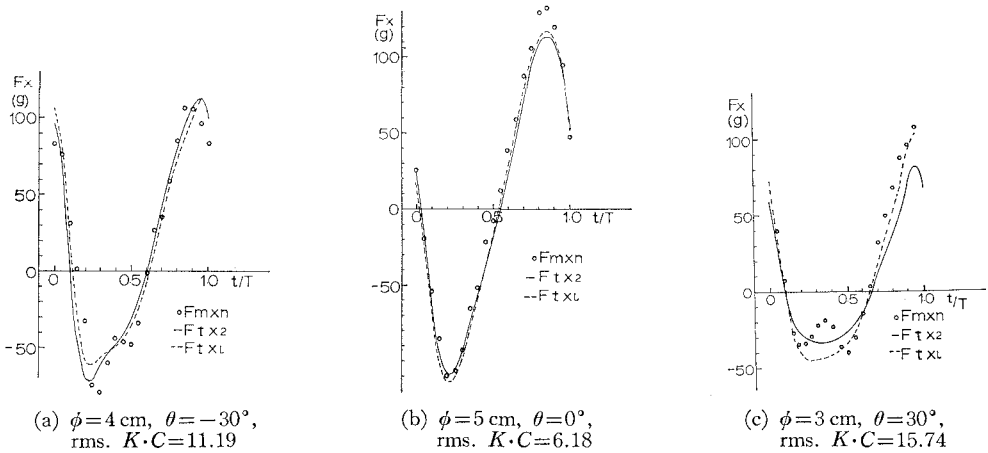


図-3 実測 In-line force と理論 In-line force の比較

a) rms. $K \cdot C$ 数がほぼ 6.0 以下の場合には、円柱の傾斜角に関係なく、 F_{mxn} は F_{tx2} および F_{txL} とよく一致する。

b) rms. $K \cdot C$ 数が 10.0 以上になると F_{mxn} が極値をとる位相の近傍で、 F_{mxn} は F_{tx2} および F_{txL} と一致しなくなる。また、 F_{mxn} の F_{tx2} および F_{txL} からの分散値は rms. $K \cdot C$ 数の増大とともに大きくなるが、同分散値と円柱の傾斜角との相関は明瞭でない。

c) 波頂部が円柱の中心軸を通過後、 F_{mxn} が最大値をとるまでの位相差を δ とするとき、 δ は傾斜角、 θ が (-) から (+) へ増大してゆくにつれ、ほぼ直線的に減少する。なお、 δ について Al-Kazily はもほぼ同様な実験結果を得ている⁴⁾。

(2) Lift force について

波頂部が円柱の中心軸をよぎる時点で算出した揚力係数を C_{Lo} とし、最小自乗法で算出した同係数を C_{Li} とする。また、これら各係数を用いて式 (2) より算出した Lift force を、それぞれ、 F_{tLo} および F_{tLi} とする。

図-4 は実測した Lift force, F_{mL} と F_{tLo} および

F_{tLi} との比較例を示す。実測した全ての F_{mL} を F_{tLo} および F_{tLi} と比較した結果、以下の諸点が明らかになった。

a) rms. $K \cdot C$ 数がほぼ 6.0 以下の場合には、 F_{tLo} および F_{tLi} の F_{mL} からの分散値は比較的小さい。ただし、同分散値は rms. $K \cdot C$ 数の増大につれてほぼ直線的に増大する。

b) 一般に F_{tLo} および F_{tLi} の F_{mL} からの分散値は、円柱が (+) 方向に傾斜している場合の方が、同じ傾斜角で (-) 方向に傾斜している場合の分散値に比し、数倍大きい。

c) F_{mL} は rms. $K \cdot C$ 数がほぼ 6.0 以下では作用波の周期とほぼ同じ周期で変動することが多いが、rms. $K \cdot C$ 数が 9.0 以上になると作用波周期の 1/2 の周期で変動するものも現われ始め、rms. $K \cdot C$ 数が更に増大するにつれて極めて不規則な変動を呈するようになる。

d) F_{mL} の最大値と F_{mxn} の最大値の比は rms. $K \cdot C$ 数の増大とともに、ほぼ直線的に増大し、rms. $K \cdot C$ 数が 10.0 以上になるとその比は 1 を越えるようになる。

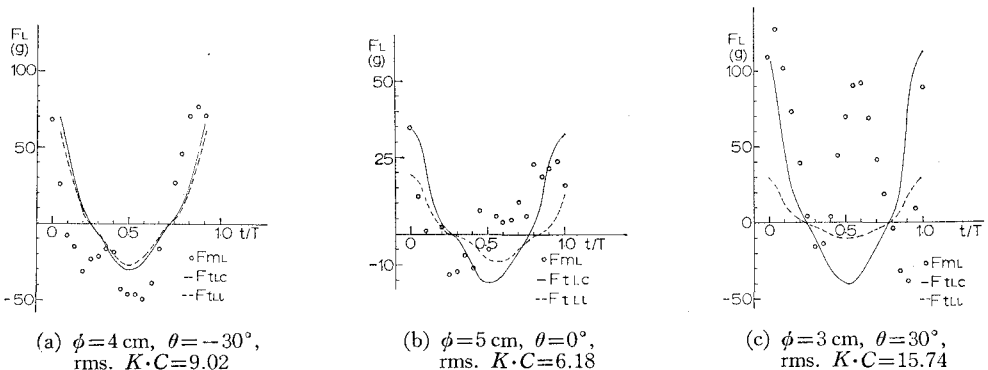


図-4 実測 Lift force と理論 Lift force の比較

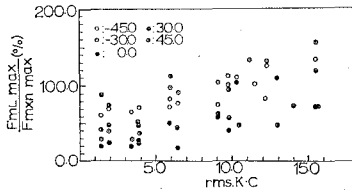


図-5 $(F_{ML}/F_{Mzn})_{max}$ と rms. $K \cdot C$ 数の関係

図-5 はこれら二波力の比と rms. $K \cdot C$ 数との関係を示す。

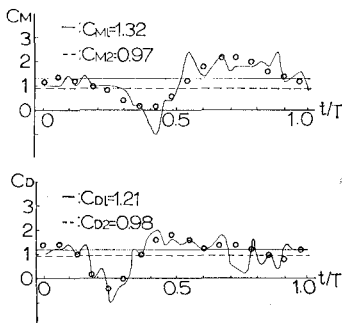
これらの結果のうち、c) および d) については直円柱を用いた Bidde⁷⁾ や Chakrabarti ら²⁾ の実験や水平円柱等を用いた Sarpkaya⁶⁾ の実験においても、ほぼ同様の結果が報告されている。

5. 考 察

前章において、rms. $K \cdot C$ 数がほぼ 6.0 以上になると、従来の二点法および最小自乗法で算出した各係数を用いたのでは、傾斜円柱に作用する In-line force および Lift force を適正に評価・算定することが難しいことを述べた。これは、 C_D 、 C_M および C_L が周期内で時間的に変化しないと仮定したことにも大きな原因があると考えられる。そこで本章では、 C_D 、 C_M および C_L が時間的に変化すると仮定して、式 (7)、(8) および (6) から各係数を算出した。なお、実際の算出は微小時間、 dt として周期、 T の 100 分の 1 を選んで実施した。

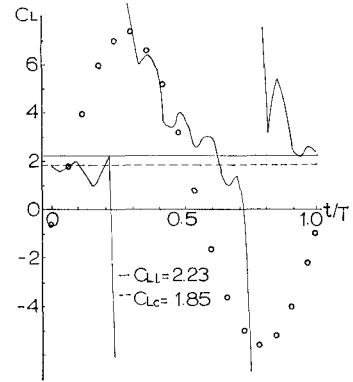
ついで、これら各係数にフーリエ解析を試みた。ただし、実際の解析では実用上の観点から、各係数が有意な数個の周波数成分で近似させるよう工夫した。ここに有意な周波数成分とは、フーリエ級数に導入された周波数成分が式 (7)、(8) および (6) で算出した各係数との相関係数を 0.1 以上高めるものとした。

図-6 および 図-7 は、式 (7)、(8) および (6) から算出した C_D 、 C_M および C_L と、数個の有意な周波数成分を含むフーリエ級数から算出した各係数の比較例を



$\phi=3\text{ cm}$, $\theta=30^\circ$, rms. $K \cdot C=15.74$

図-6 C_D 、 C_M のフーリエ解析例

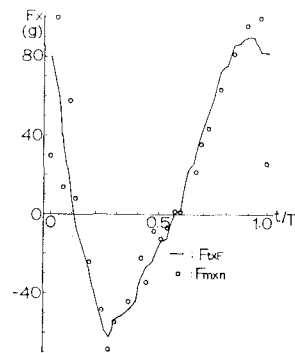


$\phi=7\text{ cm}$, $\theta=-30^\circ$, rms. $K \cdot C=5.08$

図-7 C_L のフーリエ解析例

示す。図中、実線は式 (7)、(8) および (6) から算出した各係数値を示し、白点は相対応するフーリエ級数から算出した各係数値を示す。一般に、 C_D および C_M は、ほぼ 5 個以下の有意周波数成分を含むフーリエ級数で、かなり精度よく近似させることができたが、 C_L の場合には、ほぼ 8 個程度の有意周波数成分を導入しても、 C_D および C_M と同程度の近似精度を得ることは困難であった。

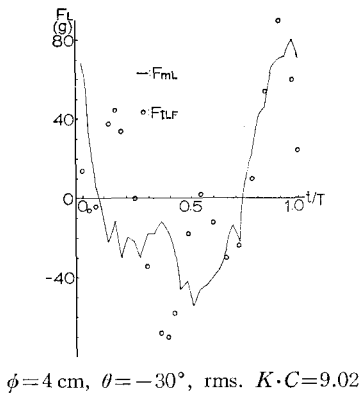
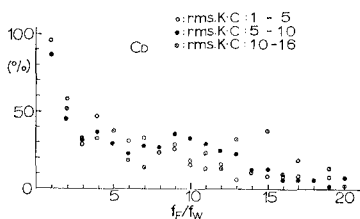
さて、図-8 は前述のフーリエ級数で求めた C_D および C_M を用いて式 (1) より求めた狭義の In-line force, F_{LxF} と F_{Mzn} の比較例を示す。この図にも見られる通り F_{Mzn} は周期内のほぼ全ての時刻において、 F_{LxF} により極めて満足すべき精度で近似させることができた。



$\phi=4\text{ cm}$, $\theta=-30^\circ$, rms. $K \cdot C=9.02$

図-8 F_{Mzn} と F_{LxF} の比較例

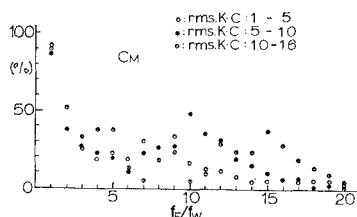
図-9 は同じくフーリエ級数で近似させた C_L を式 (2) に代入して求めた Lift force, F_{LzF} と F_{ML} との比較例を示す。この図にも見られる通り、 F_{LzF} は周期内のかんりの時刻において F_{ML} から大きくはずれ、満足すべき精度で F_{ML} を近似させることはできなかった。

図-9 F_{mL} と F_{tLF} の比較例図-10 C_D の有意周波数成分出現頻度

次に、 C_D および C_M の各フーリエ級数近似式に含まれる有意周波数成分について、その周波数特性を調べてみる。

図-10 は C_D の近似式中に含まれている有意周波数成分の周波数特性を rms. $K \cdot C$ 数をパラメーターとして整理したものである。すなわち、同図の横軸は作用波の周波数に対する各有意周波数成分の周波数比を示し、縦軸は各 rms. $K \cdot C$ 数の範囲内の全実験ケース数に対する各有意周波数成分を含む実験ケースの割合を示す。

この図から、 C_D の近似式の中には作用波と同じ周波数を有する有意周波数成分が圧倒的に多く、次いで作用波の2倍周波数を有するものが多いことがわかる。また、rms. $K \cdot C$ 数の値によっては、作用波周波数のほぼ10および15倍の周波数を有する有意周波数成分がかなり多く含まれていることが注目をひく。ただし、全般的

図-11 C_M の有意周波数成分出現頻度

には、有意周波数成分の周波数が大きくなるにつれて近似式中に含まれる割合は低減することがわかる。

C_M の近似式中に含まれている有意周波数成分に関しても、 C_D の場合と同様な解析を行なった。図-11はその結果を示す。この図から明らかなごとく、 C_M の場合も C_D の場合とほぼ同様な結果が得られた。

6. 結論および今後の問題点

本研究では傾斜円柱に作用する In-line force ならびに Lift force を実測することにより、前者に対しては Morison 式に浮力の影響を加味した著者らの式が、また後者に対しては揚力式が、両波力を適正に評価・算定し得るかどうかを検討した。その結果、In-line force に関しては数個の有意周波数成分を含むフーリエ級数で近似させた C_D および C_M を用いれば、著者らの提案した式では適正な値を推定できることがわかった。ただし、Lift force に関しては、同様な手法で近似させた C_L を用いても従来の揚力式では適正な推定が難しいことがわかった。

今後、 C_D 、 C_M については得られた有意周波数成分の各係数と波浪条件等との相関性を検討してゆかねばならない。また、Lift force に関しては揚力算定式自体の検討が必要と思われる。

参考文献

- 1) Morison, J. R., J. W. Johnson and M. P. O'Brien: Experimental studies of forces on piles, Proc. Fourth Conf. Coastal Eng., p. 340, 1953.
- 2) Chakrabarti, S. K., A. L. Wolbert and W. A. Tam: Wave forces on vertical circular cylinder, Proc. ASCE, WW2, pp. 203-221, 1976.
- 3) Keulegan, G. H. and L. H. Carpenter: Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid, Jour. of Research, NBS, Vol. 60, No. 5, pp. 423-440, 1958.
- 4) Al-Kazily, M. F.: Forces on submerged pipelines induced by water waves, University of California, Hydraulic Engineering Laboratory, Technical Report HEL 9-21, p. 197, 1972.
- 5) 林建二郎・重村利幸・竹内俊雄: 波力算定式中の抗力抗数および質量係数の時間的変化について, 第24回海岸工学講演会論文集, pp. 337-341, 1977.
- 6) Sarpkaya, T.: Forces on cylinders and spheres in a sinusoidally oscillating fluid, Jour. of Applied Mechanics, Vol. 42, Series E, No. 1, pp. 32-37, 1975.
- 7) Bidde, D. D.: Laboratory study of lift force on circular piles, Proc. ASCE, WW4, pp. 595-614, 1971.