

水面下にある弾性板による波浪透過について

杉本 修一*・西村 益夫**・前野 賀彦***

1. ま え が き

防波堤が完全な剛体であるならば、波は完全に反射され、防波堤背後は全く静穏となるであろう。しかし、防波堤が剛体でなく波圧によってたわむのであれば、その背後には、波が生ずるであろう。

そこで、杉本と西村¹⁾は、第13回海岸工学講演会('66)において、底面に固定された静水面まで達する弾性板によって、入射波がどの程度透過されるのか?ということについて、理論と実験の結果を発表した。それでは、底面において固定された弾性板が、静水面まで達することなく、静水面下の任意の深さにある場合、入射波はその弾性板がたわむことによって、どの程度波浪が透過するのか? このことについて、前回の海岸工学講演会において述べたのと同じような考え方により計算をし、実験を行ったものである。

2. 理論的考察

図-1 において左方から右方に入射波が入ってくるものとする。そのとき弾性板は異常状態(例えば台風時)でない普通の状態を考えれば、入射波と同じ周期で運動をするであろう(本実験においても、実際にこの状態で弾性板が運動していることが認められた)。弾性板がこのような運動をすると、この弾性板の運動によって、右方に波浪を生ずるであろう(この波浪を以後透過波と呼

称することにする)。したがって、この透過波は、おそらく弾性板と同じ周期で運動するであろう。

このように考えると、入射波、弾性板および透過波は同じ周期で運動することが想像される。そこで、これらの入射波、弾性板および透過波の周期はそれぞれ等しいと仮定する。

また、一般に、水深 h と周期 T が与えられるならば、波長 L は微小振幅浅水波理論によれば、

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L} \dots\dots\dots (1)$$

で与えられる²⁾。この式を見ればわかるように、水深 h と周期 T が与えられるならば、それに相応する波長 L は、必然的に定まってくる。言い換えれば、近似的には波高 H に関係なく波長 L が定まってくることがわかる。

そこで、これらの周期 T および波長 L に関する事実を考えてみると入射波と透過波の周期 T と波長 L はそれぞれ等しいと考えることができる。

以下波浪はすべて微小振幅浅水波理論で取扱うことにする。

ところで、入射波が弾性板に当たった状態を考えてみると、透過波のエネルギー E_T は、入射波のエネルギー E_I から、弾性板によって反射されるエネルギー E_R と弾性板が撓むために費されるエネルギー E_S の和を差し引いたものが透過され、このエネルギーが透過波のエネルギー E_T になる、すなわち

$$E_T = E_I - (E_R + E_S) \dots\dots\dots (2)$$

と考えることができる。

次に、これらの入射波のエネルギー E_I 、弾性板による反射エネルギー E_R 、弾性板の歪みエネルギー E_S および透過波のエネルギー E_T について説明する。

まず入射波のエネルギー E_I について説明する。単位時間に単位幅を横切って輸送されるエネルギー E は、一般に、

$$E = \frac{\omega_0}{16} H^2 \left(1 + \frac{4\pi h/L}{\sinh(4\pi h/L)} \right) \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L}} \dots\dots\dots (3)$$

で与えられる³⁾。

次に、弾性板による反射エネルギー E_R について述べ

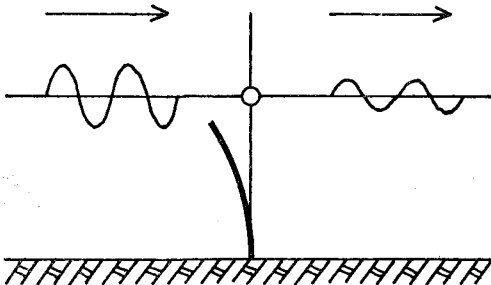


図-1

* 正会員 舞鶴工業高等専門学校教授 土木工学科
 ** 正会員 工修 明石工業高等専門学校教授 土木工学科
 *** 正会員 舞鶴工業高等専門学校助手 土木工学科

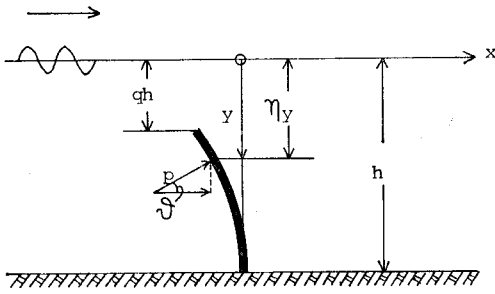


図-2

る。弾性板がもし剛体の壁であるならば、入射波のエネルギー E_I がそのまま反射される。しかし、壁が剛体ではなく、弾性板であるならば、弾性板は入射波のためにたわむ。そのため、 E_I がそのまま反射されるのではなく、その幾パーセントかのエネルギーが反射されることになる。この弾性板がたわむための効果は、静水面下任意の点 η_y に作用する波圧の水平分力のみが有効に作用すると考える。すなわち、 $p \cos \theta$ の値のみが有効に作用すると考えるのである。この考え方に基ついて、反射エネルギー E_R を、以下に計算するものとする。

いま、入射波のポテンシャル関数を ϕ として、静水面下任意の深さ η_y における波圧を p とすれば、 p は

$$p = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

で与えられる。ここに ϕ はよく知られているように、

$$\phi = \frac{a\sigma}{k} \frac{\cosh k(h-y)}{\sinh kh} \sin(kx - \sigma t) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$a = \frac{H}{2}, \quad \sigma = \frac{2\pi}{T}, \quad k = \frac{2\pi}{L}$$

で与えられる。すると p は

$$p = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\rho \frac{a\sigma^2}{k} \frac{\cosh k(h-y)}{\sinh kh} \cos(kx - \sigma t) \quad \dots\dots\dots (5)$$

によって計算することができる。したがって、 E_R はこの p の $\cos \theta$ のみが有効に作用すると考えれば、

$$E_R = \int_{qh}^h p \cos \theta \frac{\partial \phi}{\partial x} dy = h \int_q^1 p \cos \theta \frac{\partial \phi}{\partial x} d\eta \quad \dots\dots\dots (6)$$

で与えられる。この式中の $\partial \phi / \partial x$ は上述の式(4)を用いて計算すると

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = a\sigma \frac{\cosh kh(1-\eta)}{\sinh kh} \cos(kx - \sigma t) \quad \dots\dots\dots (7)$$

で与えられる。これらの式をみると、 $p_{\max}$ なるとき、 $\partial \phi / \partial x$ もまた最大になることがわかる。それで $(E_R)_{\max}$

$$\begin{aligned} (E_R)_{\max} &= \rho h \int_q^1 \frac{a^2 \sigma^2}{k} \frac{\cosh^2 kh(1-\eta)}{\sinh^2 kh} \cos \theta d\eta \\ &= A_R \int_q^1 \cos \theta \cosh^2 kh(1-\eta) d\eta \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

$$A_R = \rho h \frac{a^2 \sigma^3}{k} \frac{1}{\sinh^2 kh}$$

で与えられる。

ところが、 $\cos \theta$ が未決定であるので、これは、次に述べるようにして決定した。

弾性板は圧力 p を受ける。この場合においても波圧の水平分力のみが有効に作用すると考えると、その方程式は、よく知られているように、

$$EI \frac{d^4 x}{dy^4} = -p \cos \theta \quad \dots\dots\dots (9)$$

で与えられる。ここで、 p は上式により

$$p = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\rho a \sigma^2}{k} \frac{\cosh kh(1-\eta)}{\sinh kh} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$= A_p \cosh kh(1-\eta)$$

$$A_p = \frac{\rho a \sigma^2}{k} \frac{1}{\sinh kh}$$

すると

$$EI \frac{d^4 x}{dy^4} = -A_p \cos \theta \cosh kh(1-\eta) \quad \dots\dots\dots (11)$$

そこで

$$\tan \theta = \frac{dx}{dy} = \frac{dx}{hd\eta} = \Omega \quad \dots\dots\dots (12)$$

と置けば、

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (dx/dy)^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{h^2} \left(\frac{dx}{d\eta} \right)^2}} \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

これらの式を上式に代入すれば

$$EI \frac{d^4 x}{dy^4} = -A_p \frac{\cosh kh(1-\eta)}{\sqrt{1 + \frac{1}{h^2} \left(\frac{dx}{d\eta} \right)^2}} \quad \dots\dots\dots (14)$$

となる。いま、 $\Omega = dx/hd\eta$ として、次のように仮定する。すなわち

$$\Omega(\eta) = \sum_{n=0}^n a_n \eta^n$$

として最初の4項までとり

$$\Omega(\eta) = a_0 + a_1 \eta + a_2 \eta^2 + a_3 \eta^3 \quad \dots\dots\dots (15)$$

とすれば

$$\frac{d\Omega}{d\eta} = a_1 + 2a_2 \eta + 3a_3 \eta^2$$

$$\frac{d^2 \Omega}{d\eta^2} = 2a_2 + 6a_3 \eta$$

$$\frac{d^3 \Omega}{d\eta^3} = 6a_3$$

ところで境界条件を考えてみると

$$\left. \begin{aligned} \eta = q \text{ で、 } \Omega' &= 0, \quad \Omega'' = 0 \\ \Omega' &= a_1 + 2a_2 q + 3a_3 q^2 = 0 \\ \Omega'' &= 2a_2 + 6a_3 q = 0 \\ \eta = 1 \text{ で、 } \Omega &= 0 \\ \Omega &= a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

また、 $\eta = 1$ においても、式(14)は成り立たねばなら

ないので、

$$\sqrt{1+\frac{1}{h^2}(\Omega)^2} \cdot EI \frac{1}{h^4} \Omega'''' = -A \cosh kh(1-\eta)$$

$$EI \frac{1}{h^4} (6a_3) = -A$$

$$a_3 = -\frac{Ah^4}{6EI} \dots\dots\dots(17)$$

したがって

$$a_2 = \frac{Ah^4 q}{2EI} \dots\dots\dots(18)$$

$$a_1 = -\frac{Ah^4 q^2}{2EI} \dots\dots\dots(19)$$

$$a_0 = \frac{Ah^4}{6EI} - \frac{Ah^4 q}{2EI} + \frac{Ah^4 q^2}{2EI} \dots\dots\dots(20)$$

ゆえに、 Ω は

$$\Omega(\eta) = \left(\frac{Ah^4}{6EI} - \frac{Ah^4 q}{2EI} + \frac{Ah^4 q^2}{2EI} \right) - \frac{Ah^4 q^2}{2EI} \eta + \frac{Ah^4 q}{2EI} \eta^2 - \frac{Ah^4}{6EI} \eta^3 \dots\dots(21)$$

として与えられる。これで、 $\Omega = \tan \theta$ を決定することができる。この $\tan \theta$ の値を $\cos \theta$ に換算して $(E_R)_{\max}$ の式(8)に代入して積分すれば、 $(E_R)_{\max}$ の値を求めることができる。

いままで、弾性板の場合を考えたのであるが、これが剛体であってたわまないとすれば、透過波高 H_T と入射波高 H_I との比 H_T/H_I は Johnson・Fuchs・Morison⁴⁾ の理論より

$$\frac{H_T}{H_I} = \sqrt{1 - \frac{\sinh\left(\frac{4\pi h(1-q)}{L}\right) \left\{ 1 + \frac{4\pi h(1-q)/L}{\sinh(4\pi h(1-q)/L)} \right\}}{\sinh\left(\frac{4\pi h}{L}\right) \left\{ 1 + \frac{4\pi h/L}{\sinh(4\pi h/L)} \right\}}} \dots\dots\dots(22)$$

で与えられる。

次に、弾性板の境みによる歪みエネルギー E_S について述べる。この計算においても、圧力 p の水平分力のみが有効に作用するものとする。

すると、静水面下任意の点 ηy における曲げモーメント M は、

$$\begin{aligned} M &= h^2 \int_q^\eta \cos \theta \cdot p(\eta - \xi) d\xi \\ &= h^2 \int_q^\eta \cos \theta \cdot \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} (\eta - \xi) d\xi \dots\dots\dots(23) \end{aligned}$$

で計算することができる。ゆえにこの曲げモーメント M による歪みエネルギー E_S は

$$E_S = 2 \int_q^1 \frac{M^2}{2EI} d\eta \dots\dots\dots(24)$$

で与えられる。

これで、入射波のエネルギー E_I は式(3)より、弾性板による反射エネルギー E_R は式(21)を用いて式(6)より、弾性板の歪みエネルギー E_S は、これも式(21)を用

いて、式(24)より求めることができる。これらの式より、透過波のエネルギー E_T は式(2)より計算することができ、透過波の波高 H_T は式(3)より求めることができる。

3. 数値計算および実験

(1) 数値計算

いま、水深 h を 60 cm として、周期 T を 2.0 および 2.5 sec の 2 種類で実験することになると、波長 L は式(1)により必然的に定まってくる。これらの数値を用いて、 E_I 、 E_R 、 E_S および E_T を計算するのであるが、それには入射波高 H_I が必要である。それで、次の“(2)実験”において述べるようにして実験を行ったとき測定した実験入射波高 H_I をここに記しておく。すなわち、周期 T 、波長 L_I および実験入射波高は表—1 に示すとおりである。

表—1

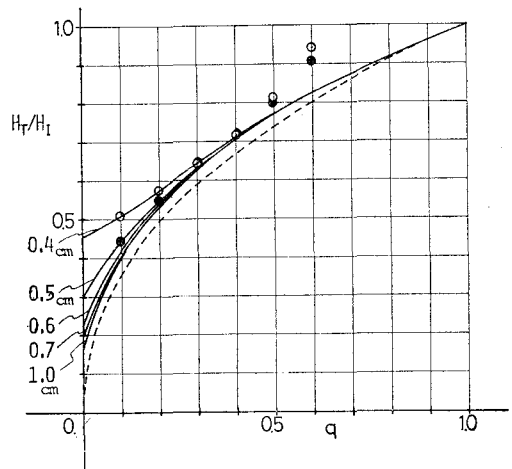
Case	T	L_I	H_I
Case 1	2.0 sec	436.1 cm	13.0 cm
Case 2	2.5 sec	566.2 cm	11.0 cm

これらの数値は今後数値計算を進めてゆくについての基礎となるものである。

また、数値積分はシンプソン則に従い、積分値の収束を確認したうえで、インタバルは 50 区分とした。

これらの数値を基にして、 $T=2.0$ および 2.5 sec の 2 つの場合について、入射波高 H_I と透過波高 H_B の比を图示したものが図—3 および 図—4 である。図中、点線は板が弾性板ではなく、剛体としたときの曲線である。

なお、これらの計算に用いた電子計算機は、京都大学大型計算機センター設置の FACOM M 190 である。



図—3 CASE 1 ○… $t=0.4$ cm
●… $t=0.5$ cm

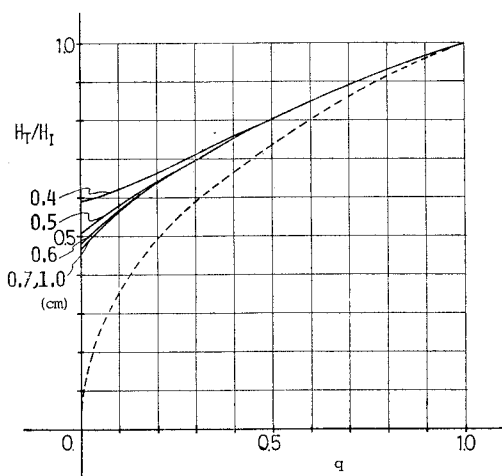


図-4 CASE 2

(2) 実験

実験は、明石工業高等専門学校土木工学科に設置された一面ガラス張り、他面および底面は軟鋼板張りの、幅 1.0 m、深さ 1.0 m、長さ 25 m の水路に、水深 0.6 m まで水を入れて、一端よりフラッター式の起波機により波を送った。他端には、波が反射しないように、アルミニウム箔の切屑を金網で囲んで入れて、これで波の反射

た。入射波高は、起波機を作動させて初めの 2～3 波が弾性板に到達するまでに波高を計り、この波高を入射波の波高とした。このようにして、測定した実験入射波の波高は表-1 に示したとおりである。ついで定常状態になってから、透過波高を測定した。

なお、実験結果は種々のことから、 $T=2.0$ sec の場合についてのみ示した。

理論と実験の結果は、図-3 の如く、弾性板の高さが高くなると、よい一致を示している。

4. あとがき

弾性板が入射波の波圧によってたわむならば、その波圧は弾性板のたわんだ曲面に垂直に作用するであろう。しかし波の反射エネルギー E_R および弾性板のたわむための歪みエネルギー E_S を考えるならば、波圧はたわんだ曲面に垂直に作用する波圧ではなくて、その水平方向の分力のみが E_R および E_S に有効に作用するであろう。このように考えて、 E_R および E_S を計算し、それから透過波のエネルギー E_T を計算した。そしてこの E_T と入射波のエネルギー E_I の比より、透過波の波高 H_T と入射波の波高 H_I の比 H_T/H_I を求めた。さらに、実験を行い、実験値とよい一致を得た。

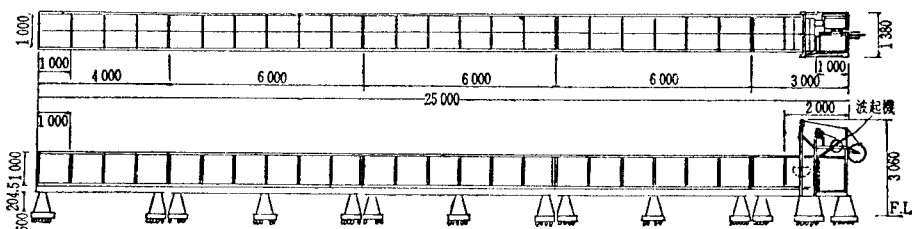


図-5

を防ぐことにした。

弾性板は、水路中央より 1.0 m 波の進行方向寄りに取付けた。弾性板としては軟鋼板を用いた。これを L 型鋼で両面よりはさんで、水路底面に固定した。これに用いた軟鋼板の厚さは、4.0 および 5.0 mm の 2 種類として、高さは、それぞれの厚さに対して水深の 0.9, 0.8, 0.7, ..., 0.4 の 6 種類とした。

実験方法は、 $T=2.0$ および 2.5 sec の 2 つの場合について、板厚および板の高さを種々変えて実験を行っ

参考文献

- 1) 杉本修一・西村益夫：弾性壁の波浪透過について、第13回海岸工学講演会講演集，pp. 93～96，(1966)。
- 2) 水理公式集（昭和46年版），pp. 78。
- 3) 水理公式集（昭和46年版），pp. 79。
- 4) Johnson, Fuchs, Morison: Damping action of submerged breakwaters, Trans. A.G.U., Vol. 32, No. 5, (1951)。