

不規則波の反射現象と反射率について

石 田 昭*・井 本 久 仁 吉**

1. は し が き

一般に不規則変動をする進行波において反射現象があると、その変動のパワースペクトルの形状には ripple と呼ばれる波型が加わることがわかっている。そして、水位、流速などの変動には定常規則波には見られないような現象が現われるので、こうした物理量から得られる自己相関関数の包絡線をもてみるとうなりの周期に合致した変化が現われる。このようなスペクトルに現われる波型、自己相関関数の変化などは決して解析誤差ではないのでいくらか自由度を高めて解析しても消える訳ではない。逆にこれを利用して、進入波の入射角度を調べたり、反射点を推定したり、あるいは実験水槽などではねじれた波の有無などを調べることができる。

本論文は不規則波の反射実験において気付いたいくつかの現象などについて述べるとともに、エネルギーが卓越している周波数領域での反射率と反射壁勾配の関係を実験的に調べたものである。

2. 不規則波の反射に起因する現象

(1) スペクトル形状の変化

図-1 に示すように直線形状の反射壁から直角方向に x 軸をとり、入射波の入射角を θ 、波高計設置位置を x とする。入射波のパワースペクトルを E_i とすると入射波と反射波が重なってできる波のスペクトル E_z は次式のようになることがわかっている¹⁾。

$$\frac{E_z}{E_i} = 1 + \alpha^2(f) + 2\alpha(f) \cos \left\{ 2\pi f \frac{2x \cos \theta}{C(f)} \right\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$C(f) = \frac{g}{2\pi f} \tanh \frac{2\pi h}{L} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで $\alpha(f)$ は反射率、 $C(f)$ は位相速度である。式(1)に余弦項があるためにスペクトル E_z は波型を呈するようになる。これについて適切な呼び方がないので Bogert²⁾ らにしたがって ripple と呼んでいる。この ripple の特性を明らかにするために、反射率を 1 とし卓越波 (スベ

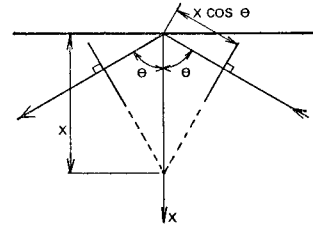


図-1 x 軸と入射角のとりかた

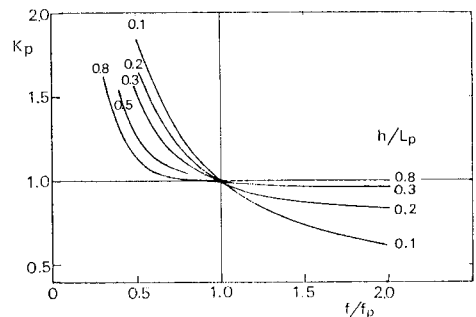


図-2 卓越波の水深波長比と K_p の関係

クトル値が最大となる成分波)の波長 L_p 、周波数 f_p などを使うと式(1)は次式のようになる。

$$\frac{E_z}{E_i} = 2 + 2 \cos \left\{ 4\pi K_p \cdot \left(\frac{f}{f_p} \right)^2 \frac{x \cos \theta}{L_p} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$K_p = \tanh \frac{2\pi h}{L_p} / \tanh \frac{2\pi h}{L} \quad \dots\dots\dots (4)$$

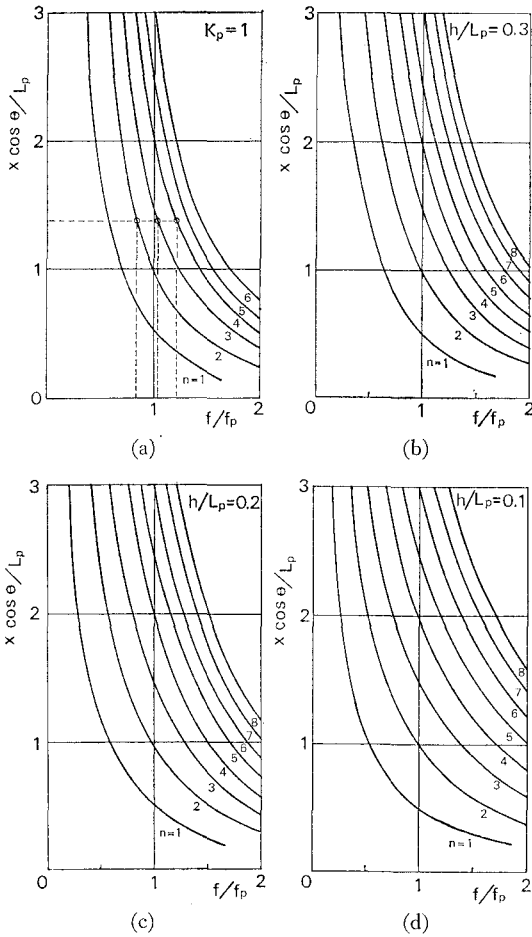
大きなエネルギーを持つ成分波がほとんど深水条件を満足する場合(深水波と呼ぶことにする)には K_p の値は定数で 1 となる。図-2 は h/L_p をパラメータとして K_p を示したものである。ripple の峰に相当するのは余弦の値が 1 になる場合であるから、低周波数側から ripple の峰に番号を付けると、 $f=0$ を $n=0$ とし n 番目の ripple に対して次式が成立する。

$$\frac{x \cos \theta}{L_p} = \frac{n}{2} \frac{1}{K_p} \cdot \left(\frac{f_p}{f} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$K_p=1$ の深水波と $h/L_p=0.3, 0.2, 0.1$ の 4 ケースについて式(5)の関係を図示したのが図-3(a)~(d)である。浅水波になるほど ripple の間隔は狭くなることがわかる。

* 正会員 工博 名古屋工業大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 名古屋工業大学助手 工学部土木工学科



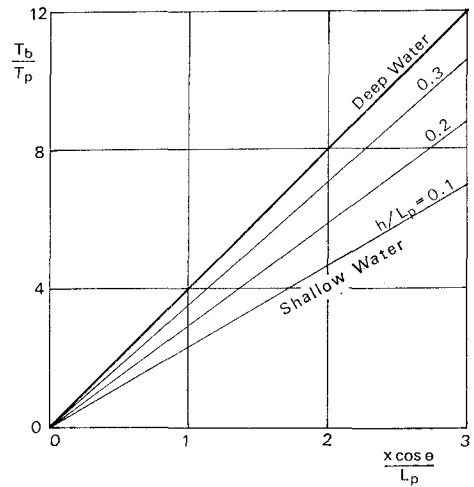
図—3 ripple の峰と周波数の関係

スペクトルを解析した結果に乱れがみられる場合には解析方法を検討する前に反射波の存在を疑ってみる必要がある。図—3 を利用すると、入射角が判明していれば ripple の位置から反射点が明らかとなるし、反射壁との距離が判明していれば入射角 θ を知ることができる。したがって各成分波ごとに入射角が違わないような単純な不規則波に対しては1台の波高計が簡易波向計としても利用できる可能性がある。

(2) ビートの発生

不規則波が反射している場合に水位や水粒子速度を時間記録として得るとビート現象が生じていることがある。自己相関関数を求めると包絡線がビート周期ごとに極大値を持つのでこれからビートの周期を読取ることができる。また $f/f_p = 1$ 近くでの隣り合う ripple の間隔からビート周期 T_b を求めることができる。ripple の間隔の平均値を求めると次式が得られる。

$$f_b = \frac{1}{T_b} = \frac{(f_{n+1} - f_n) + (f_n - f_{n-1})}{2} = \frac{f_{n+1} - f_{n-1}}{2} \quad (6)$$



図—4 卓越波の水深波長比とビート周期の関係

表—1 K_p を級数表示するときの係数

h/L_p	a_0	a_1	a_2	a_3
0.1	0.5183	-0.0878	0.6945	-0.1299
0.2	0.9528	-0.4631	0.5998	-0.0895
0.3	1.1314	-0.5994	0.5511	-0.0771

$K=1$ の深水波の場合には式(5)より

$$\left. \begin{aligned} f_{n+1} &= \sqrt{\frac{n+1}{2(x \cos \theta / L_p)}} \cdot f_p \\ f_{n-1} &= \sqrt{\frac{n-1}{2(x \cos \theta / L_p)}} \cdot f_p \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

となる。 $f/f_p = 1$ を式(5)に代入すると

$$n = \frac{2x \cos \theta}{L_p} \dots\dots\dots (8)$$

が得られるので式(7)、式(8)を式(6)に代入して $x \cos \theta / L_p$ が1より十分大きい場合を考えると次式が得られる。

$$\frac{T_b}{T_p} = \frac{f_p}{f_b} = \sqrt{\frac{2x \cos \theta}{L_p}} \left(\sqrt{\frac{2x \cos \theta}{L_p} + 1} + \sqrt{\frac{2x \cos \theta}{L_p} - 1} \right) \doteq 2 \frac{2x \cos \theta}{L_p} \dots\dots\dots (9)$$

さらに変形すると

$$T_b = 2 \frac{2x \cos \theta}{C_p} \dots\dots\dots (10)$$

となり、ビートの周期は卓越波が $2x \cos \theta$ 進行するのに要する時間の2倍であることを示している。浅水波 ($K_p \neq 1$) の場合には陽な形で表示できないので、 $h/L_p = 0.1, 0.2, 0.3$ の場合に数値計算によって求め 図—4 に示した。この場合 K_p を次式のように近似表示し、係数は表—1 のようにとった。

$$K_p = a_0 + a_1 \left(\frac{f_p}{f} \right) + a_2 \left(\frac{f_p}{f} \right)^2 + a_3 \left(\frac{f_p}{f} \right)^3 + \dots\dots\dots (11)$$

図-4 からも x/L_p が判明している時にはビートの周期を調べることによって入射角度を知ることができる。

(3) 水槽側面での反射現象

二次元水槽で実験を行うといわゆる‘ねじれた’波になることがある。これは波が側壁で反射を繰り返しながら進行するためである。両側壁から等間隔の位置に波高計が設置されているものとして 図-5 のように入射角 θ をとると、 $\theta > 45^\circ$ では式(1)と同じ反射スペクトルであるが、 $\theta = 45^\circ$ になるとさらに反対側で反射した波も加わることになる。また $\theta = 35.26^\circ$ になるとさらに1回反射波が加わる。このように入射角度が小さくなるほど複雑な反射を繰返す。 $\theta > 45^\circ$ の場合を重複度2とすれば 45° 以下になったとき重複度は3となり、式(1)に対応するスペクトル比は次式のようになる。

$$\frac{E_z}{E_i} = (1 + \alpha^2 + \alpha^4) + 2(\alpha + \alpha^5) \cos \left\{ 2\pi f \frac{2x \cos \theta}{C(f)} \right\} + 2\alpha^3 \cos \left\{ 2\pi f \frac{4x \cos \theta}{C(f)} \right\} \dots \dots \dots (12)$$

重複度が4となるのは 図-6 に示すように反対側の壁で反射する波が2回波高計を通過する場合であって、 $\tan \theta = \sqrt{2}/2$ より $\theta = 35.26^\circ$ となる。この時は

$$\begin{aligned} \frac{E_z}{E_i} = & (1 + \alpha^2 + \alpha^4 + \alpha^6) + 2(\alpha + \alpha^3 + \alpha^5) \\ & \cdot \cos \left\{ 2\pi f \frac{2x \cos \theta}{C(f)} \right\} \\ & + 2(\alpha^3 + \alpha^4) \cos \left\{ 2\pi f \frac{4x \cos \theta}{C(f)} \right\} \\ & + 2\alpha^3 \cos \left\{ 2\pi f \frac{6x \cos \theta}{C(f)} \right\} \dots \dots \dots (13) \end{aligned}$$

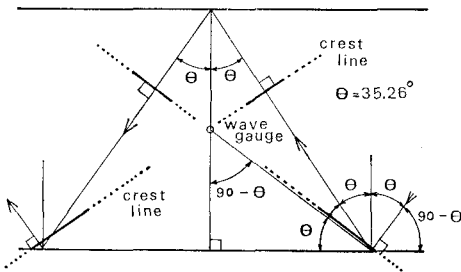


図-5 重複度3の反射現象

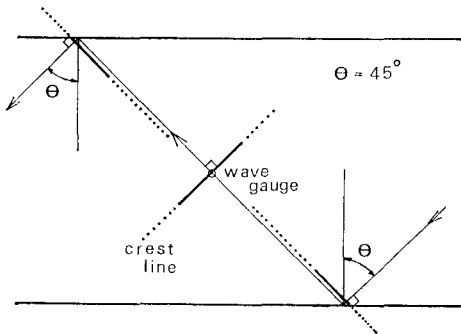


図-6 重複度4の反射現象

となる。このように重複度が大きくなるほど間隔の短い ripple が加わっていくが、振幅は小さくなっていく。重複度が m の場合に現われる最も短い ripple のスペクトル上の位置については、図-3 の縦軸の値を $(m-1)x \cos \theta / L_p$ と考えておけばよい。図-7 は幅 30 cm の風洞水槽内の風波の水位変動を解析したパワースペクトルである。風下端からの反射であれば波高計設置位置の違いによって違った間隔の ripple が出現することから考えて、この図にみられる ripple は側壁からの反射を示している。8カ所の測定点は水路の中心線上に 30 cm の等間隔に設定してある。 $f/f_p = 1$ 付近の 3 つの ripple が現われる位置から f/f_p を求めて 図-3(a) にプロットすると縦軸の値は約 1.4 を示す。 x の値は正確ではないが約 15 cm, L_p は約 30 cm である。したがって $(m-1) \cos \theta \approx 2.8$ となり、少なくとも m は 4 以上であることがわかる。

図-7 に示すように ripple の形状が場所的に変化した

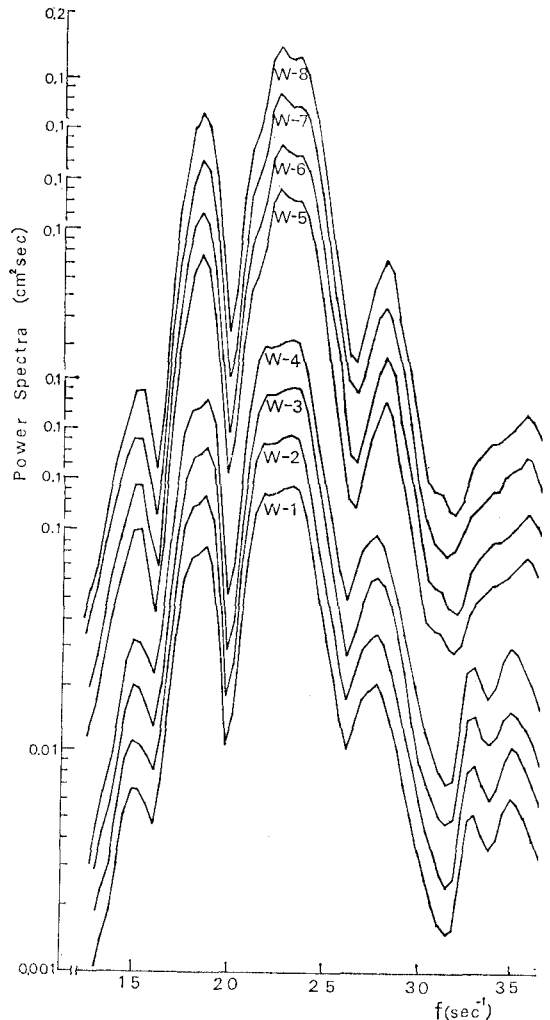


図-7 側壁からの反射によって生ずる ripple の一例

い場合には水槽の側壁間での反射によってねじれた波となっていると判断することができる。そして重複度に応じて式(1), (12), (13) というように倍振動成分が増加して行く。

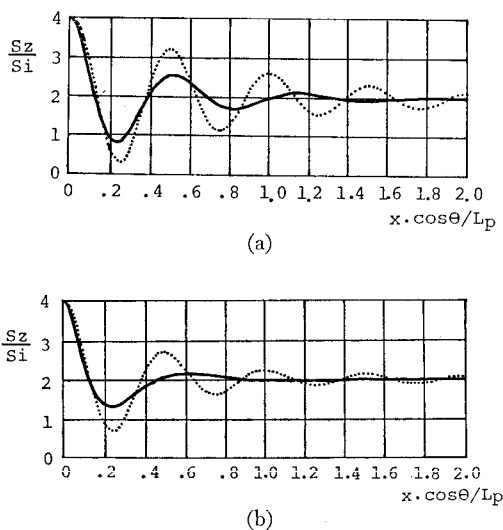
(4) 全エネルギーの場所的分布

規則波における重複波の腹と節の関係のように不規則波でも全エネルギーが場所的に変化していることについて、 $K_p=1$ の場合にはすでに報告した¹⁾。ここでは深水領域での反射現象との違いをみるためにスペクトルを数値積分することによって $K_p \neq 1$ の場合の場所的分布を求めた。入射スペクトル E_i は式(14)の Pierson Moskowitz 型とそれより尖った形状となる式(15)を使用した。

$$E_i(f) = E_p \left(\frac{f_p}{f} \right)^5 \exp \left\{ 1 - \left(\frac{f_p}{f} \right)^4 \right\} \dots \dots \dots (14)$$

$$E_i(f) = E_p \left(\frac{f}{f_p} \right)^{11} \quad f \leq f_p \\ E_p \left(\frac{f}{f_p} \right)^{-8} \quad f > f_p \quad \dots \dots \dots (15)$$

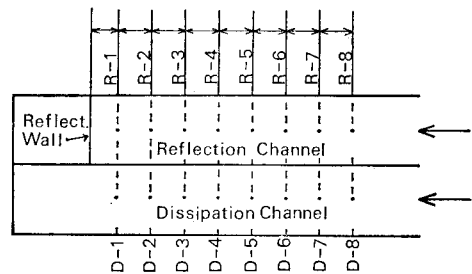
図—8 (a), (b) は深水波の場合と $h/L_p=0.1$ の場合について数値計算した結果で、点線は式(14)、実線は式(15)に対応している。両図を比較すると、ともに反射壁の近くでは規則波の場合と同じように卓越波の節と腹付近で全エネルギーが極値を示している。また反射壁から一定の距離だけ離れると ripple の峰と谷の相殺作用によって E_s/E_i の値は2に収束して、入射波と反射波のエネルギーを単純に加え合わせたものになることがわかる。その距離はスペクトルが尖っているほど長く、また浅水波になるほど長くなる。さらに入射角度が大きくなると腹や節の位置が沖側へ伸びるので、場所的分布は沖合まで変化することになる。



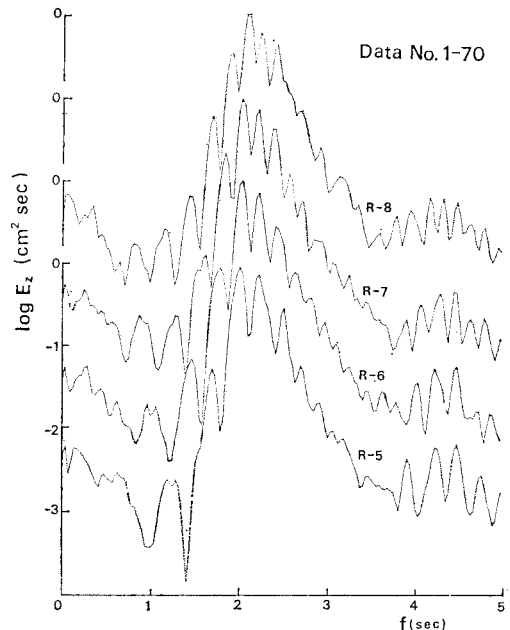
図—8 全エネルギーの場所的分布

3. 卓越エネルギーの反射率と反射壁勾配

式(1)からわかるようにスペクトル比 E_s/E_i を実験的に求めると、 $\alpha(f)$ が周波数に関して急激な変化をしない場合には ripple の振幅から反射率 $\alpha(f)$ が得られる。少なくとも $f=f_p$ 付近で $\alpha(f)$ の急激な変化がないものと仮定し、水深 30 cm ($h/L_p=0.66$) と 10 cm ($h/L_p=0.3$) の場合の f_p 付近の反射率 $\alpha(f_p)$ を実験的に求め、反射壁勾配との関係を調べた。実験に使用した波高計配列は図—9 に示すようなもので幅 60 cm の水路を半分に分け、片側には砕石を入れて消波水槽とし、片側に反射壁を設置した。図—10 は $h/L_p=0.3$ の場合のスペクトルの一例で反射壁の勾配が 70° の場合である。ripple の形状をみると、卓越周波数付近とその2倍周波数付近で同じ間隔、同じ振幅を示している。このことは風波のような不規則波でもストークス波のように2倍周波数成分が拘束波となっていることを示すものである。このようなスペ



図—9 波高計配列



図—10 浅水領域でのスペクトルの一例

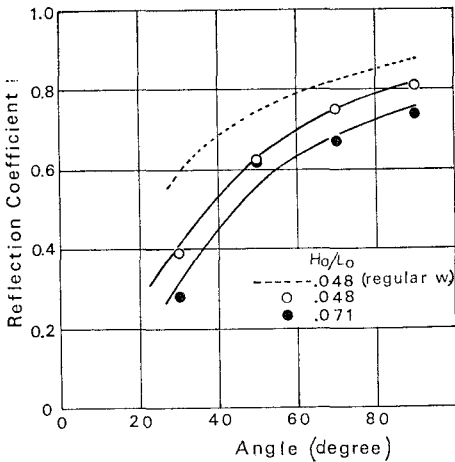


図-11 卓越波の反射率と反射壁勾配の関係

クトルを消波水槽内のスペクトルの平均値で割って ripple だけを取り出し、 $f=f_p$ 付近の反射率を求めると 図-11 ようになる。図中の点線は規則波について行なった Greslou-Mahe³⁾の結果から沖波波形勾配 $H_0/L_0=0.048$ の場合を示したものである。 $h/L_p=0.3$ の場合の有義波高 ($2.83\sqrt{E}$ より求めた) が 1.56 cm であるから、有義波の沖波波形勾配は 0.048 となる。 $h/L_p=0.66$ の場合のそれは $H_{1/3}=3.43$ cm であって、0.071 となる。この図をみるとエネルギーが卓越している成分波についての反射率は規則波と同じように波形勾配 (有義波として) が小さくなるほど小さくなっていることがわかる。ただし規則波の場合より反射率は小さめであり、反射壁角度が小さくなるほどその傾向は強くなるようである。

4. 結 論

(1) 不規則進行波のパワースペクトルに ripple が現われるのは反射波があるからであり、ripple の位置から入射角あるいは反射点を推定することが可能である。

(2) 反射がある場合には水位記録にビートが現われるので、その周期を求めることによって入射角などを知ることができる。

(3) 水槽実験においては側壁からの反射波の重複度に応じて間隔の短い ripple が発生することがある。側壁間での反射の場合には、ripple の形状が水槽の場所によって変ることがない。

(4) 反射壁前方では全エネルギーが卓越波の腹と節に対応して変動するが、一定距離だけ離れると収束する。この距離は、スペクトルが尖っているほど、 h/L_p が小さくなるほど、また入射角が大きくなるほど長くなる。

(5) 卓越波の反射率は規則波と同じ傾向で変化するがその値は約 1 割程度小さく、反射壁角度が小さい場合にはさらに小さくなるようである。

参 考 文 献

- 1) 石田 昭・伊藤親直: 風波の反射によって起こるスペクトル構造の規則的変化について, 第18回海岸工学講演会論文集, pp. 43~47, 昭46. 11.
- 2) Bogert, B. P., M. J. R. Healy and J. W. Tukey: The quefrency alalysis of time series for echos: Cepstrum, pseudo-autocovariance, cross-cepstrum and saphe cracking, Time Series Analysis, 1963, pp. 209~243.
- 3) 岩垣雄一: 海岸堤防論, 水工学シリーズ 64-08, 土木学会水理委員会, p. 41, 1963.