

砕波点における底面流速と底質移動の関係について

佐 藤 幸 雄*

1. ま え が き

従来より波による底質移動に関する研究は特に水平床の場合について非常に多くの研究が遂行されて来た。その中では砂粒子の初期移動の問題、あるいは移動砂量、洗掘等がある。また、これらの問題を考える場合の基本式としては、砂粒子に働く流体力と砂粒子の重量との平衡条件式を用いて求める方法がとられ、古くから Eagleson & Dean 等¹⁾の斜面上の砂粒子についての力の平衡条件式は有名であり、現在多く使用されている。しかし Eagleson & Dean の式は、底面付近の境界層外縁流速に關した質量輸送速度として、水平床の場合の Stokes 波の式を使用しているため、底勾配の変化に伴って生じる波の非対称性の影響が現われない。すなわち、波の非対称性に伴って底面付近の流速値にも正負についてかなり異なった値を示し、したがって質量輸送速度についても Stokes 波の場合と異なった様相を示すことが十分考えられる。つぎに、Eagleson & Dean の式はその誘導過程で圧力勾配の項の 1 周期間についての値が零となるため省略されているが、本研究では正負流速の非対称性が強い、上記の Eagleson & Dean の式を斜面上の砂粒子移動について適用する場合に圧力勾配の項を含めた場合の式を用いて、さらに、砕波点における非対称な流速分布に基づいて生じる底面流速の正負についての時間平均流速を調べ、また、近似的に微小振幅波理論が適用出来るものと考えて砂粒子の移動速度を説明することを行った。この結果、尾崎ら²⁾、堀川ら³⁾の研究において述べられているような、沖波波形勾配、粒径、底勾配によって堆積型、侵食型が区別出来ることと類似した結果が得られたので以下に報告するものである。

2. 砂粒子の移動速度を与える式

Eagleson & Dean は斜面上の砂粒子に働く力として重力、流体抵抗、仮想質量力、圧力勾配による力、底面摩擦力を考え、これらの力の平衡条件より砂粒子の移動速度を与える式として次式を導いている⁴⁾。

$$\frac{dv_s}{dt} + \frac{G+G'}{M_s+C_M M} v_s + \left[\frac{g(M_s-M)}{M_s+C_M M} \sin \alpha - \frac{G+G'}{M_s+C_M M} u_0 - \frac{M}{M_s+C_M M} \frac{du_0}{dt} - \frac{C_M M}{M_s+C_M M} \frac{du_0}{dt} \right] = 0 \quad (1)$$

ここに、 M_s , M : 砂粒ならびに同体積の水の質量、 C_M : 仮想質量係数、 u_0 : 境界層内の砂粒に作用する流速、 g : 重力の加速度、 α : 底面の傾斜角である。また、Ippen および Eagleson によると $(G+G')$ の値は、 d : 粒径、 ν : 動粘性係数、 ρ : 流体の密度を用いて、

$$G+G' = \frac{19.2\nu}{d} \cdot \rho \frac{\pi d^2}{8} \quad (2)$$

で与えられる。

式 (1) より v_s について解くと、

$$v_s = -\frac{g(M_s-M)}{G+G'} \sin \alpha + e^{-at} \left[a \int u_0 e^{at} dt + b \int \frac{du_0}{dt} e^{at} dt + c \int \frac{du_0}{dt} e^{at} dt + \chi \right] \quad (3)$$

式中、 $a = (G+G')/(M_s+C_M M)$, $b = M/(M_s+C_M M)$, $C = C_M M/(M_s+C_M M)$, χ : 積分定数、である。

また、 du_0/dt , du_0/dt の加速度項を含む部分については粘性の影響が周期の影響に比して小さいと考えて $a \rightarrow 0$ とすると次のような定常解が得られる。

$$v_s = -\frac{g(M_s-M)}{G+G'} \sin \alpha + (1+C)u_0 + bu_0 \quad (4)$$

さらに、 v_s についての 1 周期間の平均速度 $\bar{v}_s$ は、

$$\begin{aligned} \bar{v}_s &= \frac{1}{T} \int_t^{t+T} v_s dt = -\frac{g(M_s-M)}{G+G'} \sin \alpha \\ &+ (1+C) \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_0 dt + \frac{C}{T} \int_t^{t+T} u_0 dt \\ &= -\frac{g(M_s-M)}{G+G'} \sin \alpha + \left(1 + \frac{C_M M}{M_s+C_M M} \right) E \\ &+ \frac{M}{M_s+C_M M} \cdot E_0 \quad (5) \end{aligned}$$

式 (5) については、Eagleson & Dean は流速分布として Stokes 波の式を使用しているため加速度を含む項は 0 となり、

$$\bar{v}_s = -g(M_s-M) \sin \alpha / (G+G') + E \quad (6)$$

* 正会員 北見工業大学助教授 工学部土木工学科

となる。しかし、砕波点のように波形が非対称で向岸あるいは沖向きの流速分布が異なる場合、その底面流速の岸向き、沖向きの最大流速として微小振幅波理論を適用し、それぞれ、

$$\left. \begin{aligned} u_{m,+} &= (H_b/2 + \delta_b) \sigma / \sinh(2\pi h_b/L_b) \\ u_{m,-} &= (H_b/2 - \delta_b) \sigma / \sinh(2\pi h_b/L_b) \end{aligned} \right\} \dots\dots (7)$$

で表わすとすれば、加速度項が消えず式(5)のような形で表わされる。

さらに、式(5)において、境界層内質量輸送速度 E に Longuet-Higgins の式の近似式を用いて、

$$E = 1.84(\beta d)^{8/7} E_0 \quad (\text{粒径 } d \text{ の位置の値})$$

を代入し、また、仮想質量係数 C_M として Stelson の値で野田⁹⁾も使用している $C_M = 1.5$ を用い、

$$M_s/M = 2.65 \quad (\text{砂粒の比重})$$

とすると、

$$\ddot{v}_s = -\frac{gd^2}{14.4\nu} \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) \sin \alpha + \{ 2.5(\beta d)^{8/7} + 0.24 \} E_0 \dots\dots\dots (8)$$

となる。式(7)、(8)中、 H_b 、 h_b 、 L_b はそれぞれ砕波の波高、水深、波長であり

$$\sigma = 2\pi/T$$

$$\delta_b = (\pi H_b^2) \coth(2\pi h_b/L_b) / 4L_b$$

$$\rho_s: \text{砂粒の密度}(2.65 \text{ gr/cm}^3), \beta = \sqrt{\pi/\nu T}$$

である。

3. 底面流速の時間平均流速

砕波点における底面流速の時間的分布は図-1(b)に略図で示したように岸向きの正流速の場合はかなり尖った形となり、その発生時間($T - T_0$)は短い。また、沖向きの負流速については比較的平坦な形で発生時間は長い。このような現象は砕波比水深 h_b/L_0 が小さく、底勾配が緩い場合に顕著である。このような現象により底面流速の時間的分布より流速の時間積分を求める場合に、岸向き、沖向きの最大流速としては微小振幅波理論を用いた式(7)を使用し、また、岸向きの正流速の分布は三角形で、沖向きの負流については、Sine curve で近似するものとし、さらに、正流速については周期が $2(T - T_0)$ の波、負流速については周期が $2T_0$ の波を考えると、正負両流速分布についての時間積分 I_+ 、 I_- はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} I_+ &= \frac{1}{2} \left(\frac{H_b}{2L_0} + \frac{\delta_b}{L_0} \right) \frac{2\pi}{2(T - T_0) \sinh(2\pi h_b/L_b)} L_0 \\ &\quad \cdot (T - T_0) \\ I_- &= 2 \left(\frac{H_b}{2L_0} - \frac{\delta_b}{L_0} \right) \frac{L_0}{\sinh(2\pi h_b/L_b)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

であり、正負のそれぞれの時間平均流速 $\bar{u}_+$ 、 $\bar{u}_-$ について、その差異を $\sqrt{gL_0}$ で無次元化した場合は、

$$\begin{aligned} \frac{[\bar{u}_+ - \bar{u}_-]}{\sqrt{gL_0}} &= \frac{1}{\sqrt{gL_0}} \left[\frac{I_+}{T - T_0} - \frac{I_-}{T_0} \right] \\ &= \frac{\pi}{2} \frac{C_0}{\sqrt{gL_0}} \left(\frac{H_b}{2L_0} + \frac{\delta_b}{L_0} \right) \frac{1}{(T - T_0)/T} \\ &\quad \cdot \frac{1}{\sinh(2\pi h_b/L_b)} - 2 \frac{C_0}{\sqrt{gL_0}} \left(\frac{H_b}{2L_0} - \frac{\delta_b}{L_0} \right) \\ &\quad \cdot \frac{1}{T_0/T} \frac{1}{\sinh(2\pi h_b/L_b)}, \\ &\quad \left(\frac{C_0}{\sqrt{gL_0}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right) \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \delta_b/L_0 &= (\pi/4) (H_b/L_0)^2 / \tanh^2(2\pi h_b/L_b) \\ (L_b/L_0) &= \tanh(2\pi h_b/L_b) \end{aligned} \right\} \dots\dots (11)$$

また、式(9)、(10)中の H_b/L_b の値としては底勾配 $S = 1/15$, $1/30$, $1/60$ の場合にそれぞれ次式(12)⁶⁾と式(11)の第2式を用いて求める。

$$\left. \begin{aligned} S = 1/15: & H_b/L_b = 0.13 \tanh^{1.04}(2\pi h_b/L_b) \\ S = 1/30: & H_b/L_b = 0.13 \tanh^{1.13}(2\pi h_b/L_b) \\ S = 1/60: & H_b/L_b = 0.125 \tanh^{1.09}(2\pi h_b/L_b) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

4. 実験ならびに結果

実験には図-1(a)に示すように2次元造波水槽(幅20 cm、深さ70 cm、長さ15.0 m)を使用し、底勾配は $S = 1/15$, $1/30$, $1/60$ の3種類、周期 $T = 0.80(\blacktriangle)$, $1.0(\triangle)$, $1.2(\times)$, $1.5(\circ)$, $1.7 \text{ sec}(\bullet)$ の5種類で各種波形勾配の実験波を使用した。また、砕波点での底面付近(底面より5 mmの位置)の流速値を熱線流速計(円錐型プローブを使用)により測定しペン書きオシログラフに記録した。記録紙より正負流速分布に関する時間積分を求める方法としては、記録紙上では面積が小さいため、記録紙上の図をスライドに撮影したものをプロジェクターで拡大投影し、その面積をプランメーターで測定する方法で行なった。この場合プランメーターの検定を行うと、その読みと面積の関係はほぼ直線関係を示した。また、

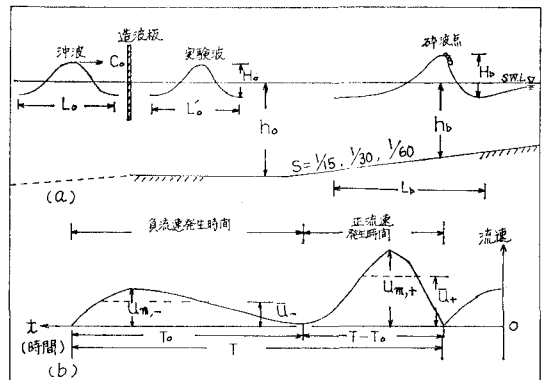
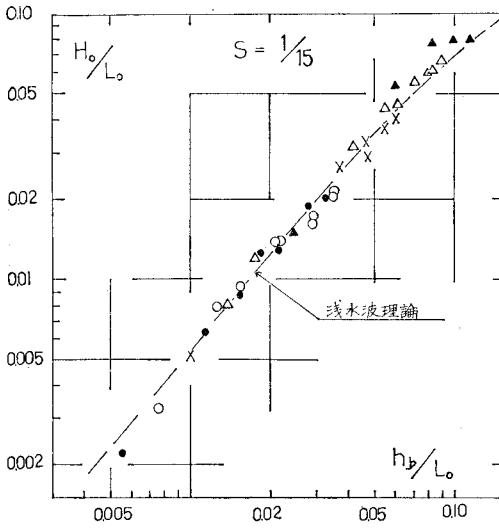
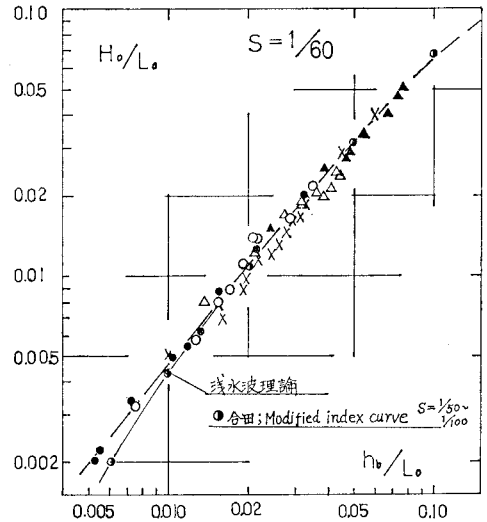


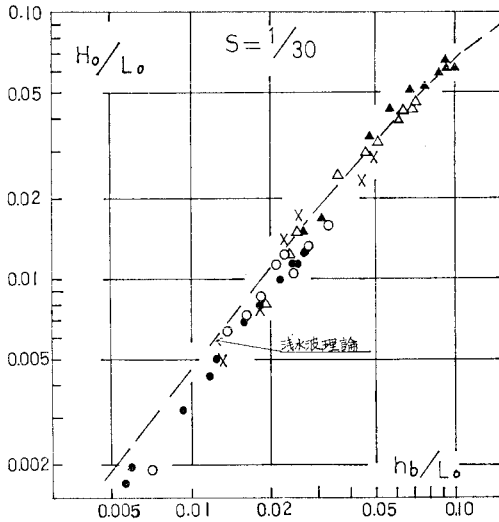
図-1(a)(b) 砕波と底面流速の記号説明



(a)



(c)



(b)

 図-2 各勾配についての沖波波形勾配 H_0/L_0 と砕波比水深との関係

$(T_0/T)/\sinh^2(2\pi h_b/L_b)$ と $\sinh(2\pi h_b/L_b)$ の関係で示すと、各勾配共 h_b/L_b が大きい場合に直線関係が得られ、したがって、 T_0/T は $\sinh(2\pi h_b/L_b)$ によって表わされることになる。また勾配の急な $S=1/15$ の場合は h_b/L_b が小さくなると T_0 が次第に小さくなり逆に $(T-T_0)$ が

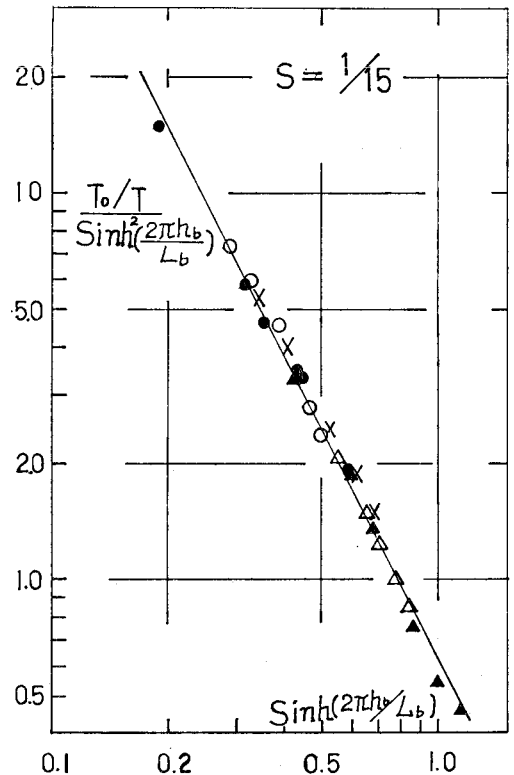
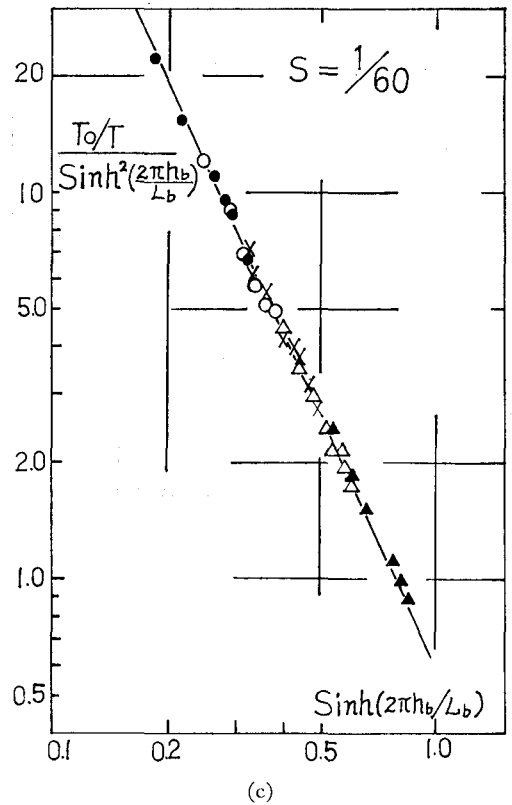
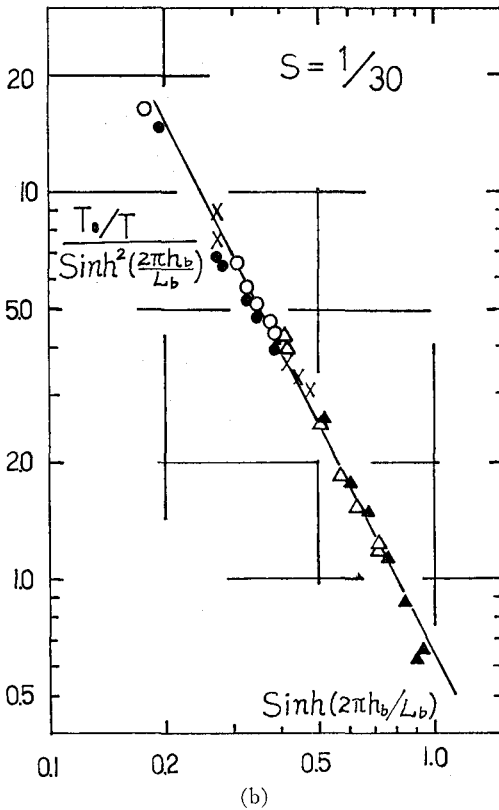


図-3 (a)

砕波波高は 8 mm カメラにより撮影したフィルムより読み取った。測定の結果については、まず、沖波波形勾配 H_0/L_0 と砕波比水深 h_b/L_b の関係では、各勾配については図-2 (a), (b), (c) のようにプロットされ、従来通りの傾向を示している。 H_0/L_0 と h_b/L_b の換算式としては、微小振巾波理論の浅水度係数 K_s を用いて、 H_b/L_b の値に合田の式⁷⁾を用いると測定値より若干大きい値を与える結果となったため、さらに H_b/L_b として本研究の式 (12) を用いることとし、浅水度係数 K_s を用いて計算した結果は図中の破線のようにほぼ一致した傾向を示した。また勾配が緩い $S=1/60$ の場合には合田⁹⁾の $S=1/50 \sim 1/100$ の場合と同様な傾向にあるといえる。

つぎに、砕波点下の底面流速についての正負流速発生時間 $(T-T_0)$ 、 T_0 については図-3 (a), (b), (c) のように



図—3 各勾配についての底面における負流速発生時間

増長する傾向がある、これは戻り流れによる正流速の減少が生じたものと考えられる。

さらに、正負流速のそれぞれの時間平均流速 $\bar{u}_+$, $\bar{u}_-$ の差異についてみると、図—4 のようであり、 h_b/L_0 の減少に伴って正流速は増加するが、 h_b/L_0 が小さくなると $S=1/15$, $1/30$ の場合は強い戻り流れの影響で正流速は減少するが $S=1/60$ の場合はあまり影響を受けないといえる。

このような傾向は H_0/L_0 に関してみても h_b/L_0 の場合と同様であると考えられ、勾配が緩い場合で H_0/L_0 が小さいときに砂移動が岸向きである傾向と類似した関係にあると考えられる。また、式 (10), (11), (12) を用いて計算した値を図中に実線で示すと、値については若干異なるが、各勾配共に類似した傾向が認められる。

5. 微小振幅波理論による砂移動

2. の場合の式 (8) における E_0 の値として、Euler 風考えた。底面付近の時間平均流速を用いることとし、また、時間平均流速には、岸向き、冲向きの場合に分けた時間積分を考慮して式 (9) を用いる。さらに境界層内の質量輸送に関しては周期の影響が強く作用すると考え、岸向き冲向きでそれぞれ $2(T-T_0)$, $2T_0$ の周期を与えることにすると、1 周期間の砂粒の平均移動速度 $\bar{v}_s$ は

$$\bar{v}_s = -\lambda + C_0 \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{H_b}{2L_0} + \frac{\delta_b}{L_0} \right) \frac{1}{\sinh(2\pi h_b/L_b)} \right. \\ \cdot \left\{ \left(2.5 \sqrt{\frac{\pi}{2\nu(T-T_0)}} d \right)^{8/7} + 0.24 \right\} \\ \left. - 2 \left(\frac{H_b}{2L_0} - \frac{\delta_b}{L_0} \right) \frac{1}{\sinh(2\pi h_b/L_b)} \right. \\ \cdot \left\{ \left(2.5 \sqrt{\frac{\pi}{2\nu T_0}} d \right)^{8/7} + 0.24 \right\} \} \dots \dots \dots (13)$$

$$\varphi_{T-T_0} = 2.5 \sqrt{\frac{\pi}{2\nu(T-T_0)}} d^{8/7} + 0.24 \\ = 161.3 \frac{1}{[(T-T_0)/T]^{0.57}} \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^{0.285} \\ \cdot \left(\frac{d}{H_0^{1/4}} \right)^{1.14} + 0.24$$

同様にして

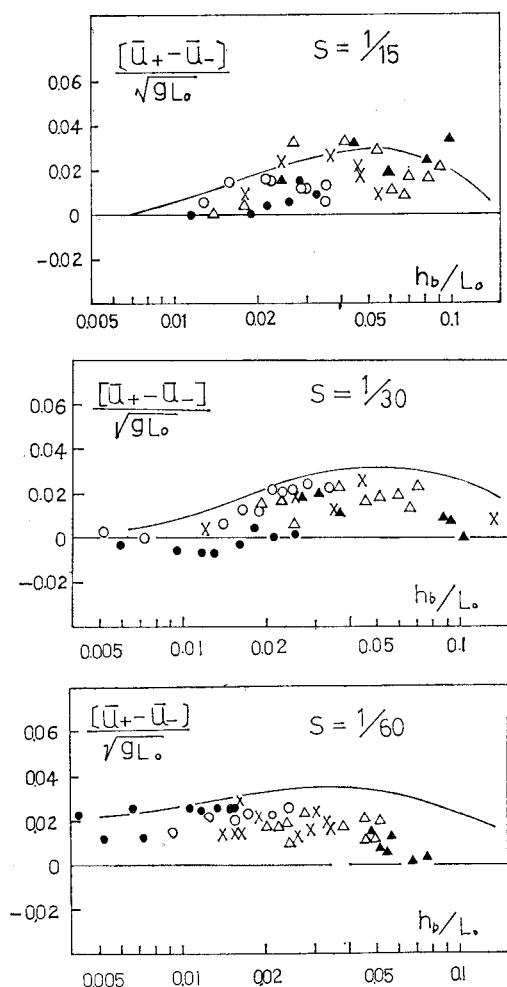
$$\varphi_{T_0} = 161.3 \frac{1}{(T_0/T)^{0.57}} \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^{0.285} \left(\frac{d}{H_0^{1/4}} \right)^{1.14} \\ + 0.24, \quad (\nu = 0.01311 \text{ cm}^2/\text{sec})$$

とおくと、

$$\bar{v} = -\lambda + \sqrt{\frac{g}{2\pi}} \sqrt{H_0} \cdot \Phi / \sqrt{\frac{H_0}{L_0}}, \\ \left(C_0 = \sqrt{\frac{gL_0}{2\pi}} \right) \dots \dots \dots (14)$$

が得られる。ここに、

$$\lambda = gd^2(\sigma/\rho - 1) \sin \alpha / 14.4\nu$$



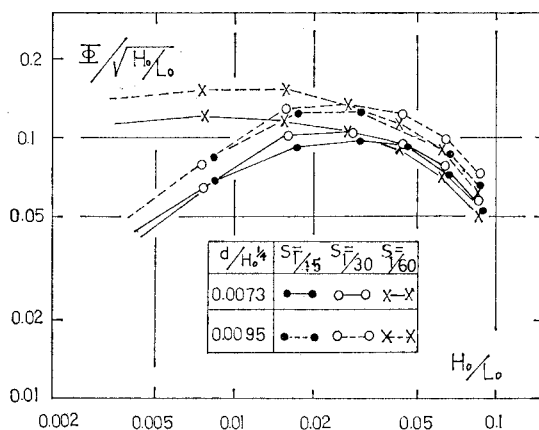
図—4 各勾配についての底面における正負流速の時間平均流速の差異

$$\Phi = \frac{\pi}{2} \left(\frac{H_b}{2L_0} + \frac{\delta_b}{L_0} \right) \frac{1}{\sinh(2\pi h_b/L_0)} \cdot \varphi_T - \tau_0 - 2 \left(\frac{H_b}{2L_0} + \frac{\delta_b}{L_0} \right) \frac{1}{\sinh(2\pi h_b/L_0)} \cdot \varphi_{T_0} \dots (15)$$

である。式 (14) の $\Phi/\sqrt{H_0/L_0}$ の値を $d/H_0^{1/4}=0.00133$ ($d=0.02$ cm, $H_0=5$ cm) と 0.0168 ($d=0.02$ cm, $H=2$ cm) の 2 通りの場合について計算し、 H_0/L_0 の関係でグラフに示すと 図—5 のようになり、 H_0/L_0 の減少に伴って $\Phi/\sqrt{H_0/L_0}$ の値は増加し特に勾配の緩い $S=1/60$ に正流速による砂移動が大きいと云える (T_0/T の値は 図—5, 6, 7 の直線の値を使用した)。

6. む す び

碎波点の波形ならびに流速の時間的分布のような非対


 図—5 各勾配についての碎波点における砂粒子移動に関係する値 $\Phi/\sqrt{H_0/L_0}$ と沖波波形勾配 H_0/L_0 との関係

称性の強い波の場合には水平床の Stokes 波では勾配変化による砂粒子移動の変化が明確に現われない。しかし、最大流速、正負流速分布、流速発生時間などの差異を考慮すると、従来の海浜変形の場合と同様に、 H_0/L_0 の減少、底勾配が緩い場合、 d/H_0 が大きい場合に堆積型になるような類似した傾向が得られる。しかし、未だ λ の値について十分検討を行っていないため、Null point による堆積型、侵蝕型の区別が難しい。今後、この問題の解明を行う所存である。

終りに、本研究遂行に当たり、ご指導賜りました北大工学部尾崎教授、佐伯助教ならびに多大なご助力を得ました本学 4 年目学生諸君に厚く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Raudkivi, A. J.: Loose Boundary Hydraulics, Pergamon Press, 323p., 1967
- 2) 尾崎 晃・渡辺 揺: 波による二次元汀線変化の相似に関する実験的研究, 第23回海講演文集, pp. 200~205, 1976.
- 3) 堀川清司・砂村継夫・近藤浩右: 波による二次元海浜変形に関する実験的研究, 第21回海講演文集, pp. 193~199, 1974.
- 4) 石原藤次郎編: 水工水理学, 丸善, pp. 660~663.
- 5) 野田英明: 波による海底砂の初期移動について, 第13回海講演集, pp. 135~141, 1966.
- 6) 佐藤幸雄: 碎波点における碎波の底面流速に関する研究, 第24回海講演文集, pp. 40~44, 1977.
- 7) 合田良実: 碎波指標の整理について, 土木学会論文報告集, 第180号, pp. 39~49, 1970.
- 8) 前出 7)。