

任意反射率・任意透過率の防波堤による平面的な波浪変形の数値計算

酒井哲郎*・佐藤孝夫**・岩垣雄一***

1. まえがき

最近環境問題が重要となって、海岸や港湾における防波堤にも透過性のものが使用されるようになってきた。従来の潜堤や消波ブロック堤はもちろんのこと、浮防波堤や空気防波堤などの簡易防波堤もこの透過性防波堤の部類に入る。任意反射率を有する消波護岸などによる港湾内の波高分布については、机上計算¹⁾や数値計算^{2)~4)}によって求める方法が開発されている。透過性の任意反射率防波堤による波浪の平面的な変形については、現在井島ら⁵⁾による数値計算法があるが、この方法では堤体の空げき率と堤内の流体抵抗が流速に比例すると仮定した場合の比例定数を与える必要がある。ここでは、任意反射率を有する護岸などによる港湾内における波高分布の数値計算法の1つである谷本ら³⁾の数値波動解析法を拡張して、任意反射率および任意透過率を有する防波堤による平面的な波浪変形を、反射率、透過率を与えて簡単に求める数値計算法を提案する。

2. 任意反射率境界に対する数値波動解析法³⁾

計算の基礎となる波動方程式は、流速を海底から水面まで積分した線流量の形で表わして、次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \partial Q_x / \partial t &= -c^2 \cdot \partial \eta / \partial x, \\ \partial Q_y / \partial t &= -c^2 \cdot \partial \eta / \partial y, \\ \partial \eta / \partial t &= -\partial Q_x / \partial x - \partial Q_y / \partial y \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、

$$Q_x = \int_{-h}^0 u dz, \quad Q_y = \int_{-h}^0 v dz \quad (2)$$

$$c^2 = g/k \cdot \tanh kh \quad (3)$$

ただし、 x 、 y は静水面における直角座標、 z はそれと直角上向きにとった座標であり、 η は波動による水位、 u 、 v はそれぞれ x 方向、 y 方向の水粒子速度成分である。また h は水深、 k ($= 2\pi/L$, L : 波長) は波数である。いま図-1のような直線状の堤体の右側から入射する波 η_i が、堤体の右側の任意反射率 K_{r1} を有する境界 ($x=10$)

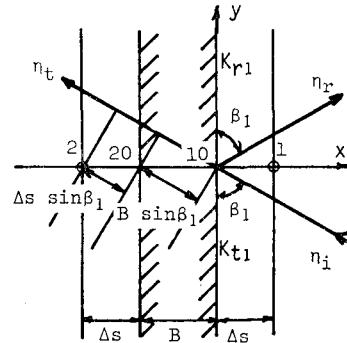


図-1 任意反射率・任意透過率堤体

0) で反射する場合を考える。ただし、ここでは透過はないとする。形成される部分重複波 η は、次式で与えられる。

$$\eta = \eta_i + \eta_r \quad (4)$$

$$\eta_i = a \sin(kx \sin \beta_1 - ky \cos \beta_1 + \sigma t) \quad (5)$$

$$\eta_r = -K_{r1}a \sin(kx \sin \beta_1 + ky \cos \beta_1 - \sigma t) \quad (6)$$

ここに、 a は入射波の振幅、 β_1 は入射角、 σ は角振動数である。このとき境界 “10” での x 方向線流量 Q_{10} は次式で与えられる。

$$Q_{10} = -(1 - K_{r1})ac \sin \beta_1 \sin(\sigma t - ky \cos \beta_1) \quad (7)$$

同様に、境界から 1 メッシュ (Δs) 離れた格子点 “1” における x 方向流量 Q_1 も求めることができる。 Q_1 の表現と Q_{10} の表現を比較して、谷本らは次式の関係を得た。

$$Q_{10} = A_1 \cdot Q_1^{-\tau_1} \quad (8)$$

ここに、

$$A_1 = (1 - K_{r1}) / [(1 + K_{r1})^2 \sin^2(k \Delta s \sin \beta_1) + (1 - K_{r1})^2 \cos^2(k \Delta s \sin \beta_1)]^{1/2} \quad (9)$$

$$\tan \sigma \tau_1 = (1 + K_{r1}) / (1 - K_{r1}) \cdot \tan(k \Delta s \sin \beta_1) \quad (10)$$

すなわち、式(8)は任意反射率境界での線流量成分 Q_{10} が、境界に最も近い格子点での τ_1 時間前の線流量成分 $Q_1^{-\tau_1}$ に係数 A_1 を乗じたものに等しく、境界上の値を

* 正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 運輸省航空局

*** 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科

直接計算しなくとも、その手前の格子点での値の時間的変化から求められることを表わしている。

3. 任意反射率・任意透過率の防波堤に対する境界条件

いま図-1において、右側境界面を通しての透過をも考える。式(7)のうち、 $(1-K_{r1})$ の項の中の 1 が入射波流量に対応する項、 $-K_{r1}$ が反射波流量に対応する項であることから、入射波のみの流量は $1/(1-K_{r1}) \cdot Q_{10}$ で与えられる。したがって境界面での透過波 η_t による流量は、 $K_{t1}/(1-K_{r1}) \cdot Q_{10}$ で与えられる。ここに K_{t1} は境界面での透過率である。堤体幅 B の反対側境界 “20” ($x = -B$) での透過波流量 tQ_{20} は、堤体幅 B を透過波が通過するのに必要な位相差を考慮して、次式で与えられる。

$$tQ_{20} = K_{t1}/(1-K_{r1}) \cdot irQ_{10}^{-B \sin \beta_1/c_*} \quad \dots \dots \dots (11)$$

ここで Q_{20} の添字 “ t ” は透過波によることを示し、同様にこれまで添字をつけていなかった Q_{10} にも入射波と反射波によることを示す添字 “ ir ” をついている。 c_* は堤体内における透過波の波速である。

同様のこととは、図の左側から入射する波による反射、透過についても言える。すなわち、式(8), (11)に対応して、

$$irQ_{20} = A_2 \cdot irQ_2^{-\tau_2} \quad \dots \dots \dots (12)$$

$$irQ_{10} = K_{t2}/(1-K_{r2}) \cdot irQ_{20}^{-B \sin \beta_2/c_*} \quad \dots \dots \dots (13)$$

ここで添字の “2” は、左側からの入射波によることを示す。なお式(8)を添字をつけて書き直すと、

$$irQ_{10} = A_1 \cdot irQ_1^{-\tau_1} \quad \dots \dots \dots (3')$$

A_2 , τ_2 は、式(9), (10)において添字 “1” を “2” に変えた式で与えられる。両境界での境界条件は、両境界での x 方向流量を Q_{10} , Q_{20} として次式で与えられる。

$$Q_{10} = irQ_{10} + tQ_{10}, \quad Q_{20} = irQ_{20} + tQ_{20} \quad \dots \dots \dots (14)$$

式(11), (13)より tQ_{10} , tQ_{20} はそれぞれ irQ_{10} , irQ_{20} で与えられ、式(3'), (12)より irQ_{10} , irQ_{20} はそれぞれ irQ_1 , irQ_2 で与えられる。これらは各格子点における流量のうち、入射波および反射波によるものであり、各格子点における流量

$$Q_1 = irQ_1 + tQ_1, \quad Q_2 = irQ_2 + tQ_2 \quad \dots \dots \dots (15)$$

から、透過波による流量 tQ_1 , tQ_2 を差し引く必要がある。これらは、それぞれ透過波が 1 メッシュ間隔 ds を通過するのに必要な位相差だけ遅れた tQ_{10} , tQ_{20} と考え、次式で与えた。

$$tQ_1 = tQ_{10}^{-ds \sin \beta_2/c} \quad \dots \dots \dots (16)$$

$$tQ_2 = tQ_{20}^{-ds \sin \beta_1/c} \quad \dots \dots \dots (17)$$

こうして、透過のある場合の境界条件が与えられる。他の計算方法は、谷本らの数値波動解析法と同じである。

なお、ここで述べた透過がある場合の防波堤による波の変形の数値計算法の妥当性を検討するための水理実験が不可能であったので、ここでは Penny and Price⁶⁾ の不透過完全反射半無限堤による波の回折の厳密解をもとにし、任意反射率・任意透過率の半無限堤による波の変形の近似解を求め、これと比較する。

4. 任意反射率・任意透過率の半無限堤による波の変形の近似解

図-2 の (1) のように反射率 K_r , 透過率 K_t の右側半無限堤に入射角 θ_0 で波が入射する場合を考える。この場合の波の変形を、(2) の反射率 K_r の不透過半無限堤による回折と、(3) の仮想的な反射率 0 の左側不透過半無限堤に振幅が本来の入射波の振幅の K_t 倍の波が $\pi - \theta_0$ の入射角で入射する場合の回折との和と考える。ただし (3) の場合の防波堤前面すなわち C, D 領域での入射波成分は除去する必要がある。(2) の場合については、すでに高山・神山⁴⁾がその近似解を求めている。彼らは Penny and Price が求めたラプラスの式を満たす速度ポテンシャル $\phi = A \cosh k(z+h) \cdot F(r, \theta) \cdot e^{i\omega t}$ の F の解を変形し、入射波に関する項と反射波に関する項に分け、反射率が K_r の場合は反射波に関する項に K_r を乗じて次式を得た。

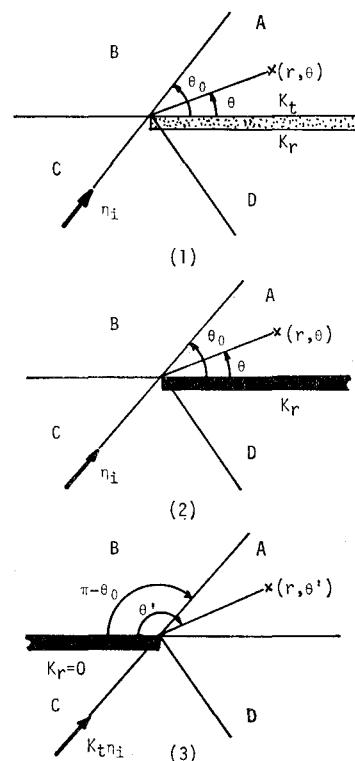


図-2 任意反射率・任意透過率の半無限堤

$$\begin{aligned}
 F(r, \theta) = & \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left[i \left\{ -kr \cos(\theta - \theta_0) + \frac{\pi}{4} \right\} \right] \\
 & \times \left[\left\{ C(u_1) + \frac{1}{2} \right\} - i \left\{ S(u_1) + \frac{1}{2} \right\} \right] \\
 & + K_r \times \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left[i \left\{ -kr \cos(\theta + \theta_0) + \frac{\pi}{4} \right\} \right] \\
 & \times \left[\left\{ C(u_2) + \frac{1}{2} \right\} - i \left\{ S(u_2) + \frac{1}{2} \right\} \right]
 \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (18)$$

ここに、

$$u_1 = 2\sqrt{kr/\pi} \sin \{(\theta - \theta_0)/2\},$$

$$u_2 = -2\sqrt{kr/\pi} \sin \{(\theta + \theta_0)/2\},$$

$$C(u) = \int_0^u \cos \frac{\pi}{2} w^2 dw, \quad S(u) = \int_0^u \sin \frac{\pi}{2} w^2 dw$$

一方、(3)の場合には、式(18)において $K_r=0$ とおき、 θ_0 を $\pi-\theta_0$ に、 θ を $\pi-\theta$ におきかえればよい。各場合の水位は、

$$\eta = -A\alpha/g \cdot \cosh kh \cdot F(r, \theta) \cdot e^{i\omega t} \dots \dots \dots (19)$$

で与えられ、これらの水位を加えて入射波との比の絶対値をとれば、入射波高との比が求められる。その結果について省略する。

5. 半無限堤背面の入射角

3. で述べた任意透過率・任意反射率の防波堤の場合の境界条件中に現われる入射角 β の値は、一般には容易に決定できない。考えている領域のうち沖側境界に面している側については、1成分の規則波を対象とするかぎりにおいては β の値を与えることができるが、2つ以上の他の境界からの反射波が同時に到達するような防波堤の背面の場合には与えることができない。不透過の境界の場合にも同様な問題があり、谷本ら³⁾は、計算領域を囲む境界からの反射がない場合の半無限堤については、背面を完全消波 ($K_r=0$) とした場合の回折波高が、

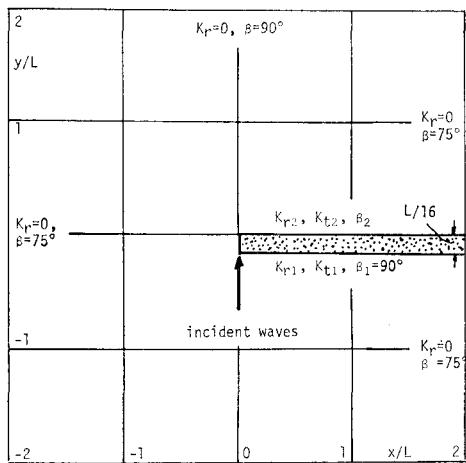
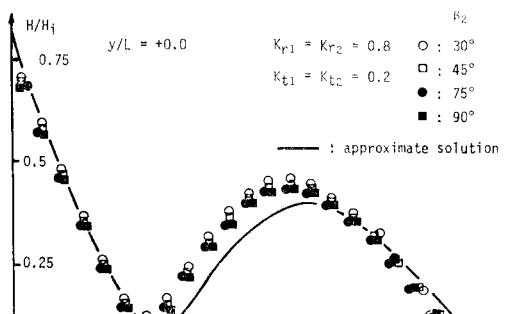


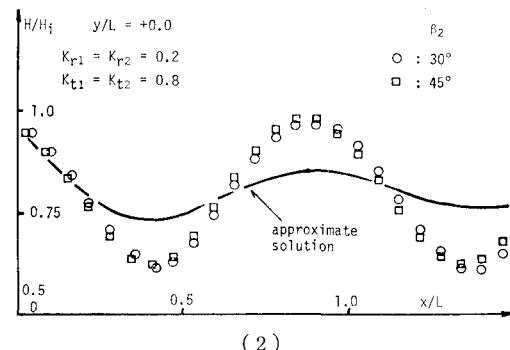
図-3 数値計算領域

β の値にかかわらず完全反射 ($K_r=1.0$) とした場合より大きくなり不自然な結果を与えることから、防波堤背面については実際の反射率にかかわらず、完全反射として計算を行うのがよいとしている。完全反射の場合は β の値は無関係となる。

さて透過性防波堤の場合のこの問題を検討するため、ここでは最も簡単な場合、すなわち無限領域内における半無限堤の場合を考える。そのため図-3のような計算領域を考える。すなわち入射波の波長の4倍の長さを1辺にもつ正方形領域の右側に半無限堤がある場合を考える。無限領域に相当する岸側および側方境界での境界条件として、いずれも反射率を0とし、 β の値は谷本らと同様岸側境界では 90° 、側方境界では 75° とした。入射波は防波堤に直角に入射するものとする。したがって防波堤前面の β_1 は 90° とし、反射率と透過率の値および背面の β_2 の値を数種類変化させて適当な β_2 の値を検討する。前面と背面の反射率と透過率の値の組合せは無数にあるので、ここでは反射率と透過率の和が1.0になる場合のみを考え、かつ前面と背面の反射率および透過率はそれぞれ等しい場合を考える。具体的には、 $K_{r1}=K_{r2}=0.8$ 、 $K_{t1}=K_{t2}=0.2$ から 0.2 ごとに $K_{r1}=K_{r2}=0.2$ 、 $K_{t1}=K_{t2}=0.8$ までの4種類、それぞれについて背面の β_2 は 30° 、 45° 、 75° 、 90° の4種類とした。なお背



(1)



(2)

図-4 波高分布に及ぼす防波堤背面の入射角 β_2 の効果

面での回折波の進行方向を考えると、防波堤背面近傍では背面に沿って進行すると考えられ、 $\beta_2=0^\circ$ が妥当と考えられるが、実際に計算を行ってみると、堤体近傍で極端に大きな波高が得られたので、以後は検討しなかった。

図-4 (1), (2) は、4種類の反射率、透過率の値の組み合せのうちの2種類について、 β_2 の値による波高

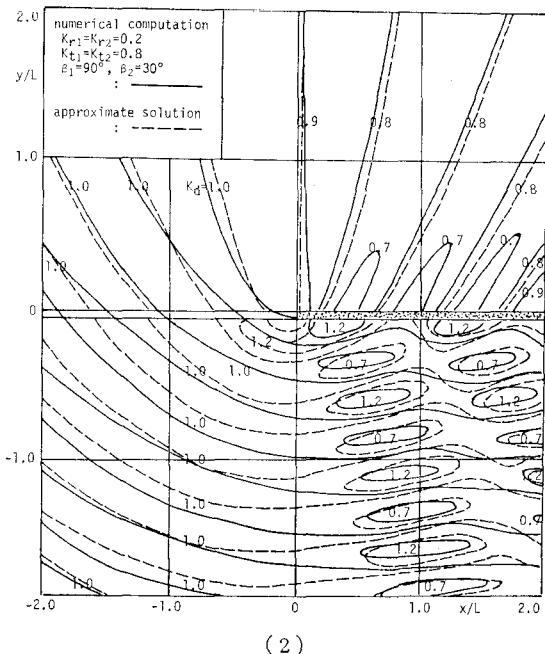
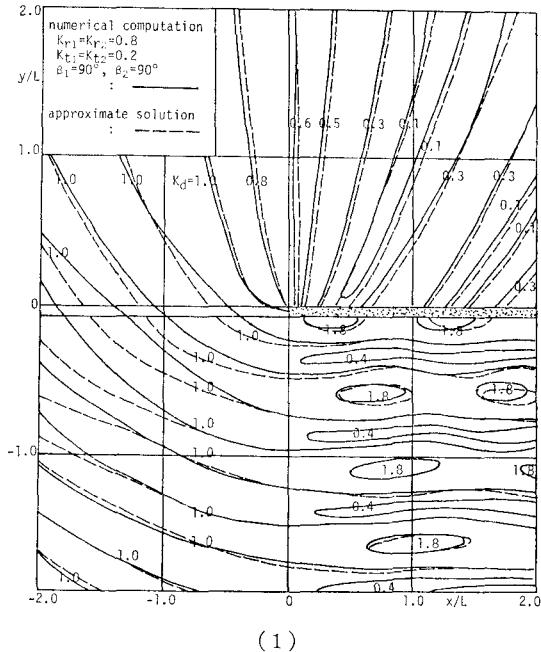


図-5 任意反射率・任意透過率の半無限防波堤による波浪変形の数値計算例（無限領域、直角入射）

比分布の相違を示している。検討は、防波堤背後の $y/L = +0.0$ の他に $y/L = 1.0$ および防波堤直角方向の $x/L = 1.0$ についても行ったが、ここでは $y/L = +0.0$ についてのみ示している。(1) は透過率が 0.2 の場合である。図中の曲線は、4. で述べた任意反射率・任意透過率の半無限堤による波の変形の近似解である。図から明らかのように、 β_2 の値の相違による数値解の相違はほとんどなく、近似解とほぼ一致している。あえて言えば $\beta_2 = 90^\circ$ の場合が最も近似解に近い。ここに示していない透過率が 0.4 の場合は、数値解の間での相違および近似解との相違いずれも、透過率 0.2 の場合よりやや大きくなり、堤体背後に沿う数値解の変動の振幅の方が近似解の振幅よりも大きい。この場合も、数値解のうち振幅が最も小さく近似解に近いのは $\beta_2 = 90^\circ$ の場合である。同様にここに示していない透過率が 0.6 の場合、 $\beta_2 = 45^\circ$ と 75° の結果は堤体背面に沿う先端から約 1 波長間で非常に大きい波高比を示した。ただし堤体からその背後に一波長離れた堤体に沿う方向 $y/L = 1.0$ では、 $\beta_2 = 45^\circ, 75^\circ$ の場合も $\beta_2 = 30^\circ, 90^\circ$ の場合と同程度の値を示しており、極端に大きい値が生じるのは防波堤背後の限られた領域においてのみである。いずれにせよ、この場合は $\beta_2 = 90^\circ$ よりも 30° の方が近似解に近い。最後に図の(2)は透過率 0.8 の場合である。この場合は $\beta_2 = 75^\circ, 90^\circ$ の場合に、堤体背後の限られた領域で極端に大きい波高比が生じているので示していない。この場合は $\beta_2 = 30^\circ, 45^\circ$ のいずれの場合も同程度の値を示している。

6. 数値計算例

図-5 (1), (2) は、5. での β_2 の値に関する検討結果をもとに、透過率が 0.5 より小さいときは β_2 を 90° に、0.5 以上では 30° にとるとして数値計算した、無限領域中の透過性半無限堤に直角入射した場合の波高比分布を、4. の近似解と比較したものの例である。ここに示さなかった透過率が 0.4, 0.6 の場合も含めて、一般に防波堤背後および前面においては、数値計算結果と近似解とはほぼ一致している。

なお、この研究は文部省科学研究所費（試験研究）による研究の一部であることを付記する。

参考文献

- 1) 佐藤昭二・合田良実: 海岸・港湾, I, 3.6.2 折返し回折図法, 彰国社, pp. 72-77, 1971.
- 2) Barailler, L. and P. Gaillard: New developments in mathematical models of sea waves: Calculation of wave diffraction over an uneven bottom, Translation No. 69-3, U.S. Army Engineer Waterways

- and Experiment Station, Corps of Engineers, 1969.
- 3) 谷本勝利・小舟浩治・小松和彦: 数値波動解析法による港内波高分布の計算, 港研報告, 第 14 卷, 第 3 号, pp. 35-38, 1975.
- 4) 高山知司・神山 豊: 不規則波の回折計算, 第 24 回海岸工学講演会論文集, pp. 112-116, 1977.
- 5) 井島武士・周 宗仁・湯村やす・田淵幹修: 任意形状の透過および不透過防波堤による波の散乱と波力, 第 20 回海岸工学講演会論文集, pp. 79-88, 1973.
- 6) Penny, F. R. S. and A. T. Price: Part 1, The diffraction theory of sea waves and the shelter afforded by breakwater, Phil. Trans. Roy. Soc. London, A. 244, pp. 236-253, 1952.