

単純隅角周辺における波の近似解とその応用

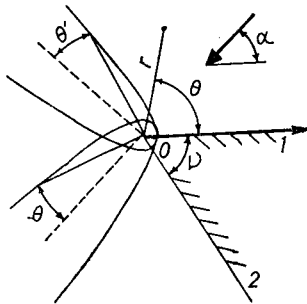
三井 宏*・越智 裕**・川村 勇二***

1. 緒 言

空港、下水処理場、塵埃処理場、各種工場、石油備蓄施設など、騒音や悪臭等の公害要因の発生しやすいものとか、危険度の高いものの立地は、近年きわめて困難になってきており、残された場所としては海上空間しかないと言われるほどである。水深 20 m 程度までの海域に大規模な臨海施設を造成することは、工費と現在の技術水準だけから見れば、恐らく実現可能であろうが、海象、気象、生態系などに何らかの影響を与えるものと思われる。本研究では、これらの臨海施設造成に伴って、周辺の海象がどのように変化するかを予測するための基礎資料となる隅角周辺の波高分布を容易にかつ短時間に計算できる近似解を提案する。さらに、凹隅角周辺の波高分布の実験結果と近似解の計算結果とを比較し、このような線形解でもマッハシステム¹⁾のような波高分布になることを示す。最後に人工島周辺の波高分布への適用方法を例示する。

2. 任意隅角周辺の波の近似解

これまでに著者らが提案した単純隅角周辺における波の近似解^{2)~4)}は、交角が $\pi/2$ とか $2\pi/3$ のような特別な隅角に限られていた。また、波が壁面に対して鋭角で入射する場合には適用できない欠点があり、波の方向分散を考慮しなければならない場合には不都合であった。ここに示す解は、任意の凹凸隅角、入射角に対して適用可能な近似解である。これは任意交角に対する厳密解⁵⁾から解析的に導かれたものではなく、種々の交角について漸近展開より得られた前述の解か



図—1 隅角モデル

ら帰納的に求めたものである。この近似解は Bowman らがまとめた電磁場や音響場における解⁶⁾と結果的には一致している。

いま、図—1 に示すような交角 ν の凸隅角に入射角 α で波が進入するモデルを考え、構造物壁面は完全反射、水深は全領域で一定とする。このときの入射波 g_0 、壁面 $0 \cdot 1$ からの反射波 g_1 、壁面 $0 \cdot 2$ からの反射波 g_2 は、次式で示される。なお、座標系は図—1 のとおりで、任意点の座標を (r, θ) 、波数を $k=2\pi/L$ とする。

$$g_0 = \exp \{ ikr \cos(\theta - \alpha) \} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$g_1 = \exp \{ ikr \cos(\theta + \alpha) \} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$g_2 = \exp \{ ikr \cos(\theta + \alpha + 2\nu) \} \quad \dots\dots\dots (3)$$

隅角周辺の波の解は、これらの波と次に示す散乱波 χ とを線形的に重ね合わせることによって求められる。

$$\begin{aligned} \chi = & -\frac{1}{2} \exp(-ikr) \\ & \times \left[\frac{1 \pm (\delta_1 \beta_1, \delta_3 \beta_3)(X/2)B/\sin^2 \{ \pi^2/(2\pi - \nu) \}}{A + B \pm (\delta_1 \beta_1, \delta_3 \beta_3)\epsilon X} \right. \\ & \left. + \frac{1 \pm (\delta_2 \beta_2, \delta_4 \beta_4)(X/2)B/\sin^2 \{ \pi^2/(2\pi - \nu) \}}{A' + B \pm (\delta_2 \beta_2, \delta_4 \beta_4)\epsilon X} \right] \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここに、

$$A = \cos \{ \pi(\theta + \alpha)/(2\pi - \nu) \} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$A' = \cos \{ \pi(\theta - \alpha)/(2\pi - \nu) \} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$B = -\cos \{ \pi^2/(2\pi - \nu) \} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\begin{aligned} X = & \{ \exp(-i\pi/4)/\sqrt{2\pi kr} \} \{ 2\pi/(2\pi - \nu) \} \\ & \times \sin \{ \pi^2/(2\pi - \nu) \} \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

式(4)中の(,)はどちらか片方の $\delta\beta$ の値をとることを意味し、 ϵ は $\sin \{ \pi^2/(2\pi - \nu) \}$ が正のときに 1、負のときに -1 となるような定数である。 β_N は図—1 に示す第 1 次極大波高発生点および相当点を連ねた放物線の内部における補正を表わしている。この係数は、放物線と境界線上の散乱波の値を角度により比例配分したもので、次式で求められる。

$$\beta_N = 1 - |\theta - \gamma_N|/\theta': \quad N=1, 2, 3, 4 \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\theta' = \cos^{-1} \{ 1 - 3\pi/(4kr) \} :$$

$$kr \leq 3\pi/8, \quad 0 < \theta' \leq \pi \quad \dots\dots\dots (10)$$

γ_N は幾何光学的波の入射角であり、入射・反射、入射・

* 正会員 工博 徳島大学教授 工学部土木工学教室

** 正会員 工修 日本テトラポッド(株)コンサルタント事業部

*** 正会員 工修 四国建設コンサルタント(株)

表一 n, m の値

	ν	n	m
凸隅角	$0 \leq \nu \leq \pi$	0	0
凹隅角	$\pi/2 \leq 2\pi - \nu \leq \pi$	0	1
	$\pi/3 \leq 2\pi - \nu \leq \pi/2$	1	1
	$\pi/4 \leq 2\pi - \nu \leq \pi/3$	1	2
	$\pi/5 \leq 2\pi - \nu \leq \pi/4$	2	2
	$\pi/6 \leq 2\pi - \nu \leq \pi/5$	2	3
	$\pi/7 \leq 2\pi - \nu \leq \pi/6$	3	3
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

表二 凸隅角における δ_N の初期値

α	δ
$0 \leq \alpha < \pi - \nu$	$\delta_3 = \delta_4 = 0$
$\alpha = \pi - \nu$	$\delta_4 = 0$
$\pi - \nu < \alpha < \pi$	$\delta_2 = \delta_4 = 0$
$\alpha = \pi$	$\delta_2 = 0$
$\pi < \alpha \leq 2\pi - \nu$	$\delta_1 = \delta_4 = 0$

回折の境界線の角度である。

$$\gamma_1 = \pi - \alpha + 2n\nu \pm 2M\pi \quad (11)$$

$$\gamma_2 = \pi + \alpha + 2m\nu \pm 2M\pi \quad (12)$$

$$\gamma_3 = \pi - \alpha - 2(n+1)\nu \pm 2M\pi \quad (13)$$

$$\gamma_4 = \pi + \alpha - 2m\nu \pm 2M\pi \quad (14)$$

ただし, n, m は表一 の値をとり, M は $0 \leq \gamma_N \leq 2\pi$ ならしめる整数である。また, γ_1 と γ_4 の組および γ_2 と γ_3 の組は $\theta=0$ または $2\pi-\nu$ を鏡面とする鏡像の関係にある。

δ_N は補正の有無を示すパラメーターで, 凸隅角の場合のみ表二 の条件を初期値とし, 順次以下の条件により決定する。

(1) $\beta_N > 0$ のときは, 補正の必要な放物線内部の点を表わし, $\delta_N = 1$ とする。 $\beta_N \leq 0$ は放物線外を示し, $\delta_N = 0$ とする³⁾。このとき, 式(4)中で β_1, β_3 の組または β_2, β_4 の組が同時に正になる領域では, 大きい方の β_N に対する δ_N を 1 とし, 他方を 0 とする。

(2) 交角 ν が 0 に近い場合, 対象領域に隅角部をまたいで他の領域の境界線からの補正が効くことがある。これを防止するため, $\gamma_N - \theta' \leq -\nu$ で $2\pi + \gamma_N - \theta' \leq \theta \leq 2\pi - \nu$ の場合および $\gamma_N + \theta \geq 2\pi$ で $0 \leq \theta \leq \theta' + \gamma_N - 2\pi$ の場合に $\delta_N = 0$ とする。

(3) 境界線が壁面に近くて放物線内に壁面が含まれる場合, 従来の解では適用できないことがあった。これを修正するために, 放物線内部の $\delta_N = 1$ の点に限って壁面を鏡面とする鏡像境界線を用いて以下の補正を行う。すなわち, $\theta=0$ の壁面付近において $0 \leq \theta < \theta' - \gamma_N$ のときに $\beta_N, \gamma_N, \delta_N = 1$ のかわりに, 鏡像関係にある $\beta_{(5-N)}, \gamma_{(5-N)}, \delta_{(5-N)} = 1$ を用いる。

$$\beta_{(5-N)} = 1 - |\theta - \gamma_{(5-N)}| / \theta' \quad (15)$$

$$\gamma_{(5-N)} = -\gamma_N \pm 2M\pi: 0 \leq \gamma_{(5-N)} \leq 2\pi \quad (16)$$

また, $\theta = 2\pi - \nu$ の壁面付近では, $\gamma_N + \theta' > 2\pi - \nu$, $2\pi - \nu \geq \theta > 2(2\pi - \nu) - \theta' - \gamma_N$ のときにも先に同様に $\beta_N, \gamma_N, \delta_N$ のかわりに, $\beta_{(5-N)}, \gamma_{(5-N)}, \delta_{(5-N)}$ を用いるが, $\gamma_{(5-N)}$ については,

$$\gamma_{(5-N)} = 2(2\pi - \nu) - \gamma_N \pm 2M\pi \quad (17)$$

とし, $0 \leq \gamma_{(5-N)} \leq 2\pi$ の値を算定して式(16)から $\beta_{(5-N)}$ を求める。この場合にも, β_1, β_3 または β_2, β_4 が同時

に正になる領域では条件(1)により δ_N を決定する。

次に, 式(4)中に含まれる複号は, 波の位相および波高が連続的に変化するように決められ, 次のようになる。式(4)の分母の中に含まれる δ_1, δ_3 にかかる複号は $A+B$ の符号に従い, δ_2, δ_4 にかかる複号は $A'+B$ の符号を用いる。 $A+B=0$ または $A'+B=0$ のときにはそれぞれ $\sin\{\pi^2/(2\pi-\nu)\}$ の逆符号を採用する。式(4)中の複号は, それぞれ分母の複号の逆符号をとる。

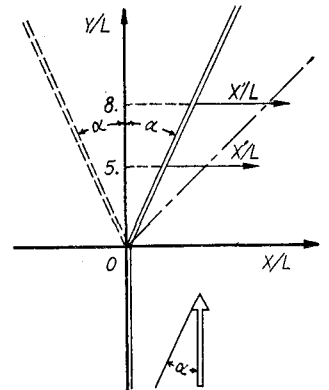
以上の計算によって散乱波 χ を算定し, 各領域に存在する入射波 q_0 および反射波, 再反射波 q_N の幾何光学的波と線形的に重ね合わせるにより所要の波を求めることができる。

$$q_N = \exp\{ikr \cos(\theta - \gamma_N)\} \quad (18)$$

ただし, 波が壁面と平行に入射する場合 ($\alpha=0$ または $2\pi-\nu$) には式(4)から計算される χ に 0.5 を掛けた値を幾何光学的波と重ね合わせることにする。また, 境界線が壁面に一致する場合 ($\gamma_N=0$ または $2\pi-\nu$) には式(15)~(17)の補正はしない。なお, 以上の近似式は交角 ν が π に近い場合には, 隅角点に近い境界線付近の近似は悪くなるようで, 現在検討中である。さらに, ν が大きく, 海域 ($2\pi-\nu$) が $\pi/2$ よりも小さい V 字形の場合もまだ検討していない。

3. マッハシステムに関する一考察

長い直線状の鉛直壁に鋭角度で波が入射する場合の斜め重複波高を平面水槽で測定し, 上述の近似解による計算結果と比較した。実験に使用した波は, 水深 $h=20$ cm で周期 $T=0.88$ sec, 波長 $L=100$ cm とし, 波高は $H=4.0, 2.0$ cm の 2 種類である。入射角は, 図一2 に示すモデルで側壁交角を変えることにより $\alpha=5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ の 5 種類に変化させ, 波高測定は入射波と直角方向に行った。



図一2 実験モデル

図一3 は実験結果の一例を示したもので, 縦軸に入射波高比 K , 横軸に側壁を始点とした距離 X' の波長比 X'/L をとり, ○印で波形勾配 $H/L=0.04$, ●印で $H/L=0.02$ の実験値を表わしている。交角が π に近い凹隅角であり, 前述のように検討中の事項があるので, 図中にはこの隅角と等価な Y/L 軸を鏡面とした交角 2α の凸隅角の近似解の計算結果も併記している。これらの結果から, 入射角が

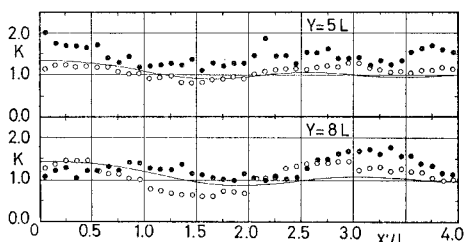
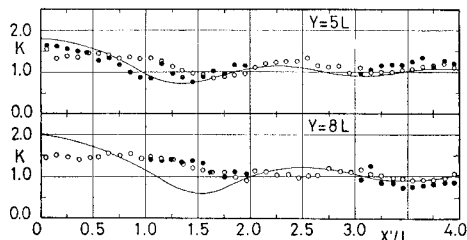
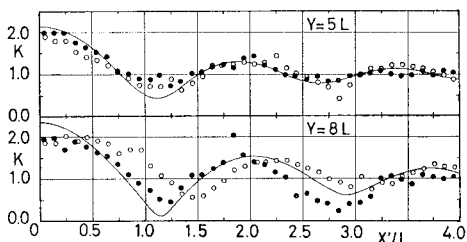
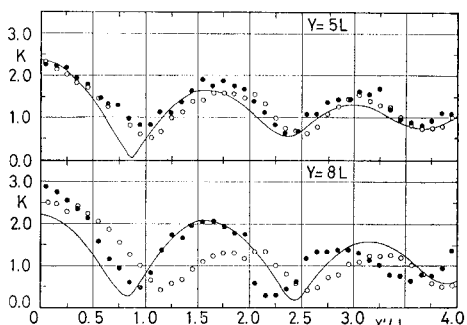
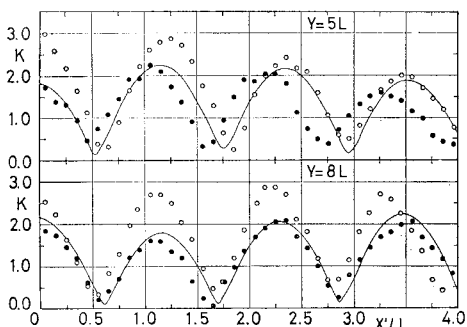
(1) $\alpha=5^\circ$ の場合(2) $\alpha=10^\circ$ の場合(3) $\alpha=15^\circ$ の場合(4) $\alpha=20^\circ$ の場合(5) $\alpha=30^\circ$ の場合

図-3 斜め入射による波高分布

鋭角になるほど、壁面付近の波高が重複波高よりも小さくなり、壁面付近では Wiegel 提唱のマッハステム¹⁾らしい現象が認められた。しかし、近似解の計算結果もほぼ同一の現象を再現している。このように完全反射の線形解でも実験と同様なマッハステムらしい結果を示すのは、次の理由によるものと考えられる。鉛直壁始端に比較的近い領域では、始端から発生する散乱波が影響し、入射角が鋭角すなわち入射・反射境界線が鉛直壁面に近い場合、壁面沿いの波高比 K は 1.0 から約 1.5 までとなる。波高比がこの程度の値となる区間の長さは入射角が鋭角になるほど長くなる。一方、入射角が大きき、入射・反射境界線が壁面からある程度離れるような場合あるいは鋭角入射でも始端から遠くなり、境界線と壁面間の距離が大きくなる場合には、波高比 K は約 1.5 から 2.0 となる。以上のことから逆に、マッハステムの実験を行う場合には、始端から発する入射・反射境界線の位置および散乱波の存在に留意する必要があると言えよう。

4. 人工島周辺の波の近似解

各辺が波長よりも長い比較的規模の大きい凸多角形状の人工島を対象として、その周辺における波の近似解について述べる。この解は、人工島を単純隅角の組み合わされたものと考え、それぞれの隅角からの波を系統的な座標変換によって重ね合わせるものである。基礎的には 2. で示した厳密解の漸近展開から導かれる近似式を用いているので、水深が一定である限り、海上構造物の規模および海面領域が大きくなるほど他の解法にくらべて有利となる。すなわち、良好な精度を保持しつつ、計算量、計算時間はきわめて少なくすむのである。

適用例として、不等辺四角形の人工島モデルを取り上げ、図-4 に示す座標系を用いて解析する。図中の α_n , θ_n , r_n はそれぞれ隅角頂点を原点とし、壁面を始線とする極座標系における入射角および座標で、 ν_n は各隅角の交角である。いま、人工島の壁面 1・2 と平行に波が入射する場合を想定する。このとき、周辺の海域には、入射波、反射波および各隅角からの散乱波が存在する。一般に、反射波は複数の壁面から発生するが、このケースで

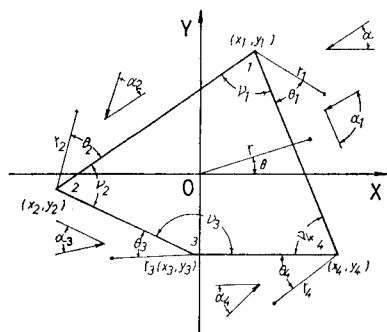


図-4 人工島モデル

は壁面 $\overline{1\cdot4}$ からのみで、入射波を式(1)の $g_0 = \exp\{ikr \cdot \cos(\theta - \alpha)\}$ とすると大座標系に変換した壁面 $\overline{1\cdot4}$ からの反射波 g_{14} は、次式で与えられる。

$$g_{14} = \exp\{ikr_1 \cos(\theta_1 + \alpha_1)\} \\ \times \exp\{i(kx_1 \cos \alpha + ky_1 \sin \alpha)\} \quad \cdots \cdots (19)$$

次に、入射波に伴う散乱波は、回折領域を除く頂点 1, 2, 4 から発生し、それぞれの散乱波 χ_n の大座標系における解は、式(4)を座標変換して求められる。

$$\chi_n = \chi(\nu_n, r_n, \theta_n, \alpha_n) \exp\{i(kx_n \cos \alpha + ky_n \sin \alpha)\} : \\ n=1, 2, 4 \quad \cdots \cdots (20)$$

上式右辺の $\exp$ の項は、式(19)と同様に隅角点 (x_n, y_n) における入射波の振動の位相を与えるものである。また、これらの散乱波が別の隅角へ入射して再散乱することが考えられるが、再散乱波自体が入射波にくらべて微小となるので無視する。

図-5 は、人工島周辺に存在する波の分布状況を示したものである。破線は、入射・回折または入射・反射境界線を表わし、周辺海域はこれらの境界線により入射領域、反射領域および回折領域に大別される。また、図中の一点鎖線は再散乱波を無視したために生じる境界線で、各散乱波の影響範囲を表わし、この線上では再散乱波の分だけの不連続がある。したがって、人工島周辺の波高分布は、各境界線によって海域を区分してそれぞれの領域に存在する波を重ね合せ、複素計算することによって求められる。ただし、幾何光学的境界線上の波は図-5 の () に示した値を用いる。もし、この境界線が壁面に一致する(壁面 $\overline{1\cdot2}$ 場合には、並進する幾何光学的波は散乱項に含まれているので、壁面においてはこの幾何光学的波(壁面 $\overline{1\cdot2}$ で入射波 g_0)を加えない値を用いる。散乱波の境界線上では、その両側領域の平均値を採用する。

一方、壁面が完全反射でない場合には、散乱項に若干の工夫を要する。すなわち、幾何光学的反射波に対してはその壁面の反射率をかければよいが、散乱項に対して

は、式(4)の反射領域を分担する第1項のみに反射率をかける。その鏡像が現われる場合にも、鏡像の項に反射率をかければよい。また、凹隅角部のように反射率が異なる両側壁から同時に反射する場合には、反射波は同様な取り扱いでよい。しかし、散乱項に対しては、たとえば γ_1 と γ_3 の2つの境界線の間の領域 ($\gamma_1 \leq \theta \leq \gamma_3$) において、式(4)第1項の分子を、両壁面の反射率 R_1, R_2 を角度で比例配分するような $(R_2 - R_1)(\theta - \gamma_1)/(\gamma_3 - \gamma_1) + R_1$ とするなどの工夫が必要である。

5. 結 言

以上、任意交角の隅角に対して適用可能な近似解を示した。この解は厳密解の漸近展開を基礎としているので、隅角部周辺の波高分布を容易に、短時間に求めることができ、波の方向分散、周波数分散を考慮する際に便利である。また、従来の修正近似解は、波が壁面に対して鋭角度で入射する場合に適用できなかった。今回、この点を是正し、斜め入射波による隅角周辺の波高分布を調べた結果、壁面を完全反射とした線形解でもマッハシステムと同様な特性を示すことがわかった。次に、近似解の応用例として人工島を取り上げ、それぞれの隅角からの散乱波を幾何光学的波と線形的に重ね合わせるにより、人工島周辺の波の解を求めた。この解法は、各辺長が波長より大きければ、応用範囲も広く、防波堤や埋立地護岸などにも適用が可能である。

最後に本研究にあたり、ご討議頂いた深田一郎氏(日本ビジネスオートメーション)および実験にご協力頂いた当時本学学生の真殿 実君(安治川鉄工建設)に深謝の意を表するとともに、本研究は文部省科学研究費自然災害特別研究(代表 三井 宏)による研究の一部であることを付記する。

参 考 文 献

- 1) Wiegel, L. R.: Water wave Equivalent of Mach-reflection, Proc. of Ninth Conference on Coastal Engineering, pp. 82-102, 1964.
- 2) 三井 宏・筒井茂明: 海岸構造物不連続部の波高分布について(第5報)——とくに計画・設計への適用——, 第17回海岸工学講演会論文集, pp. 85-90, 1970.
- 3) 三井 宏・川村勇二: 海岸構造物不連続部の波高分布について(第6報), 第22回海岸工学講演会論文集, pp. 103-107, 1975.
- 4) 三井 宏・越智 裕・川村勇二: 埋立護岸隅角部からの反射波の様相, 第23回海岸工学講演会論文集, pp. 395-400, 1976.
- 5) 三井 宏・村上仁士: 海岸構造物不連続部の波高分布について(第2報)——隅角部付近の波高分布——, 第14回海岸工学講演会講演集, pp. 53-59, 1967.
- 6) Bowman, J. J. and T. B. A. Senior: Electromagnetic and acoustic scattering by simple shapes, Radiation Laboratory, The Univ. of Michigan, North-Holland, pp. 252-264, 1969.

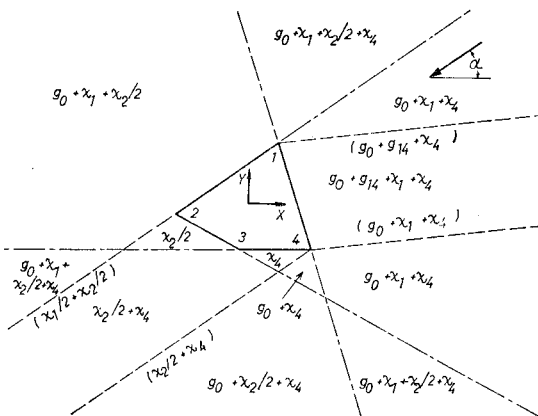


図-5 人工島周辺の波