

波の浅水変形計算モデル

菅原輝男*・山本正昭*

1. 緒 言

波が海岸に近づくとき海底地形の影響をうけて浅水変形、屈折、砕波などにより波高、波長を変化させる。そして、それらの変化、特に浅水変形、砕波については、これまで数多くの理論的分析あるいは実験的研究が行われて海岸・港湾構造物の各種の設計基準にも取入れられている。しかし、この中で用いられている理論等は、微小振幅波理論、孤立波の限界波高、砕波指標など箇別の理論を接ぎ合わせたものであり、不連続なものとなっている。本研究では過去の各種の研究を組み入れて一つの波が深水域より砕波点を経て汀線まで達する際の波高変化を連続的に推定する計算モデルを作成した。

さらに、このモデルの不規則波への応用を試みた。不規則波の浅水変形の研究には合田の研究¹⁾があり、これにおいては、① 砕波は波高のある幅にわたって起こり、砕波の確率はその範囲内で直線的に変化する。② 砕波した波は波高の残存部の確率密度に比例した確率で再生すると仮定している。一方、著者らは、単一規則波の砕波高および砕波後の波高変化が単純に加え合わせができるものと仮定し、単一規則波の波高変化を求める規則波の計算モデルを基礎に、波の不規則性を表す要素として波高の分布（本モデルではレーリー分布）のみを考え、これにサーフビートを付加して不規則波の浅水変形計算モデルを組み立てた。そしてこのモデルを使って水位および波高の変化を求めた。

2. 規則波の計算モデル

(1) 砕波前の波高変化

微小振幅波理論によれば浅水係数は式(1)で与えられる。ここに k は波数 ($2\pi/L$) である。

$$K_{st} = \frac{H}{H_0} = \left[\left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \cdot \tanh kh \right]^{-1/2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

しかし、実際には波高はある有限の大きさを持つため、水深が浅くなると浅水係数は式(1)と異なった値となり、急激に増大する。こうした有限振幅波理論による浅

水係数については、岩垣らのハイパボリック波およびストークス波、首藤²⁾の長波の浅水変形式などの研究がある。そこで、本モデルに導入する浅水係数としては首藤による実用式を式(2)のように修正して用いることとした。

$$\left. \begin{aligned} \frac{gHT^2}{h^2} &\leq 30 && \text{式(1)} \\ 30 < \frac{gHT^2}{h^2} &\leq 50 && H \cdot h^{2/7} = \text{const.} \\ 50 < \frac{gHT^2}{h^2} &&& H \cdot h^{1/2} = \text{const.} \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

この第3式の修正は砕波限界波高の式と浅水係数の式との交点として与えられる砕波水深の値が砕波指標の曲線により近づくように行った。参考までに式(2)の計算結果を図-1に示す。

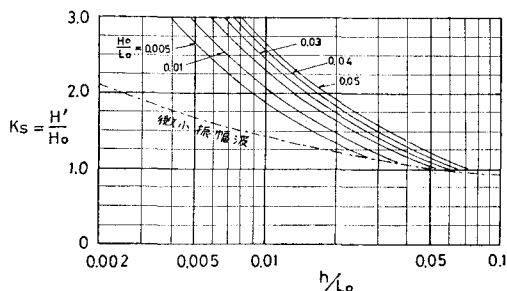


図-1 非線形浅水係数

(2) 砕波限界波高の表示式

浅水変化で問題となるのは、特定水深における砕波限界波高をどのように表示するかである。砕波限界波高については、孤立波の限界波高、Miche の式、合田の砕波指標³⁾などの発表がある。ここでは合田が発表した砕波指標のうち H_b/L_0 の曲線群を数式化したものをさらに式(3)のように若干修正して用いることとした。

$$\begin{aligned} \frac{H_b}{h_b} &= 0.17 \left(\frac{h_b}{L_0} \right)^{-0.9} \\ &\times \left\{ 1 - \exp \left[-1.5\pi \left(\frac{h_b}{L_0} \right)^{0.9} (1 + 15 \tan^{4/3} \theta) \right] \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $\tan \theta$ は海底勾配である。

修正を加えたのは、二、三の試行の結果、図-2 に示

* 正会員 農業土木試験場 水産土木第2研究室

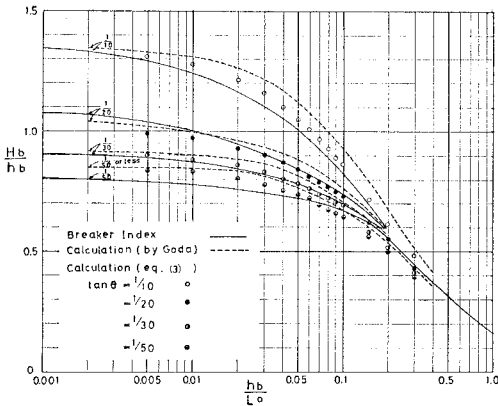


図-2 限界波高と碎波指標

すように、計算値がより碎波指標に近づくことがわかったからである。

(3) 碎波後の波高変化

碎波した波は急激にエネルギーを失い、波高を減少しながら進行する。この碎波後の波高変化はこれまでの研究によれば、海底勾配、沖波波形勾配、碎波の種類（巻き波か崩れ波か）、碎波点からの距離などの影響を受ける極めて複雑な現象であり、したがってこれを精度よく数式化することは不可能と思われる。しかしこの計算モデルでは数式化が必要なので、Bowen⁴⁾が仮定した式(4)を基本にし、 γ の関数形としては佐々木⁵⁾の実験を検討し、式(5)で近似させることとした。

$$H = \gamma(h + \bar{\eta}) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $\bar{\eta}$ は水深 h における碎波による水位上昇量。

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= ah^2 + bh + \gamma_0 \\ a &= (3\gamma_0 + 3\gamma_0 - 6\bar{\gamma})/h_b^2 \\ b &= (-2\gamma_0 - 4\gamma_0 + 6\bar{\gamma})/h_b \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 γ_0 は碎波水深(h_b)における γ 、 γ_0 は汀線($h=0$)における γ であり、 $\bar{\gamma}$ は碎波水深から汀線までの区間の γ の平均値であり、それぞれ次の式(6)で計算することとなる。

$$\left. \begin{aligned} \gamma_b &= H_b/h_b \\ \gamma_0 &= (0.35 + 5 \tan \theta) \cdot \gamma_b \\ \bar{\gamma} &= \left[\frac{8}{3} \cdot \frac{0.7(0.015 + 3.85 \tan \theta)}{1 - 0.7(0.015 + 3.85 \tan \theta)} \right]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

(4) 平均水位の変化

式(5)を見て分かるように碎波後の波高変化は同時に水位変化に関連している。この水位変化は wave set-up または wave set-down と呼ばれる現象で最近注目を集めている。1962年 Longuet-Higgins と Stewart⁶⁾はこの現象が radiation stress によって引き起こされるものであること、すなわち、波が伝わる際に波の進行方向に運動量の輸送を伴うことによって生じる応力で波高の2

乗に比例することを明らかにした。この理論より式(7)が導びかれている。

$$\frac{d\bar{\eta}}{dx} = -\frac{1}{(h + \bar{\eta})} \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{8} H^2 \left(\frac{2kh}{\sinh 2kh} + \frac{1}{2} \right) \right] \quad \dots\dots\dots (7)$$

この式から波高が増大する領域では平均水位が下降し、逆に波高が減少する領域では平均水位が上昇する。本モデルでは式(7)を次の式(8)のように書き換えたものを用い、沖側からの逐次計算により水位変化を求める。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\eta}_{i+1} &= \bar{\eta}_i - \left(\frac{K_E}{\bar{\eta} + h} \right)_{i+1/2} (H_{i+1}^2 - H_i^2) \\ \text{ここに、} \\ K_E &= \frac{1}{8} \left(\frac{2kh}{\sinh 2kh} + \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

また、サフィックス $i+1/2$ は h_i と h_{i+1} の中央点における値を意味している。

(5) 計算モデルの組立て

このモデルの計算は電子計算機によらなければならないが、このプログラムの流れは図-3に示す。

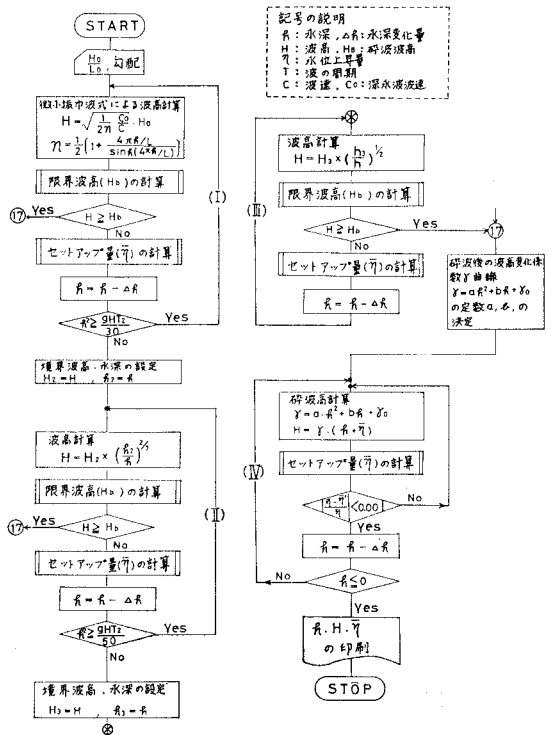


図-3 計算モデルの流れ図

3. 計算結果

前述のように本計算モデルでの入力データは、沖波波形勾配 H_0/L_0 と海底勾配 $\tan \theta$ の2つである。漁港工事等で実際問題となる範囲は $H_0/L_0 = 0.005 \sim 0.05$, $\tan \theta = 0.01 \sim 0.1$ であるので、今回の計算では、波形勾配6

種 (0.005, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05), 海底勾配 7 種 (1/10, 1/15, 1/20, 1/30, 1/40, 1/50, 1/60) の組合せ 42 ケースを行なった。

(1) 波高変化

各海底勾配ごとに、横軸に h/L_0 , 縦軸に H/H_0 をとり、パラメータに H_0/L_0 をとって波高計算結果を示すと、例えば図-4 のようになる。この図で H/H_0 の最

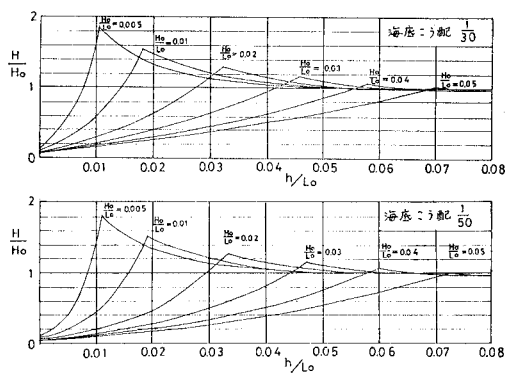


図-4 規則波による波高計算結果

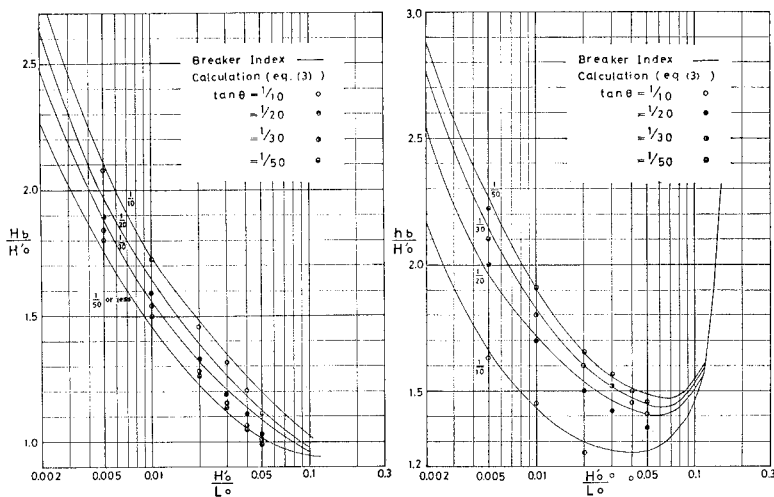


図-5 計算結果と砕波指標曲線

大値は砕波高と沖波波高との比を示し、この値の生ずる h/L_0 は砕波水深と沖波波長との比であり、本計算モデルによる砕波特性である。そこで合田による砕波指標と本計算モデルの砕波特性との関係を比したものが図-5である。これによると、砕波高、砕波水深ともおおむね 5% 以内の差で一致しているようであるが、 $H_0/L_0 > 0.02$ の場合は一致の度が悪くなり、 $\tan \theta = 1/10$ の場合の砕波水深 h_b/H_0 の値で 10% 程度の差がある。この不一致は砕波指標曲線と式 (3) との

遊離および式 (2) と実験値との遊離の相乗効果に原因していると思われるので、さらに小さくすることは不可能であろう。しかし、砕波指標はもともと相当ばらついた実験データの平均値として得られたものであり、それとの不一致がこの程度であれば実用的な面で許容されるものと考えられる。

次に、砕波後の波高変化について佐々木らの実験結果と比較したところ、各勾配ともほぼ良好な一致を見せている。

(2) 平均水位の変化

波高変化と同じように平均水位の計算結果を図-6に示した。いずれの場合も汀線に近づくにつれて平均水位がいったん低下し、それから急激に上昇している。しかしこの上昇の度合はさらに汀線に近づくにつれて鈍化する。他の海底勾配の結果も合わせて考察すると、平均水位の上昇は海底勾配が緩かな程深くから始まるが、汀線付近における上昇量は海底勾配が急な程大きいこと、および沖波波形勾配が小さい程、砕波点での水位降下ならびに汀線付近の水位上昇が著しいことが特徴的である。

筆者の一人らが先に行なった砕波による港内の水位上昇に関する実験結果⁷⁾と本計算モデルによる計算結果とを比較すると、実験値では砕波点付近での水位降下は見られず、この付近での不一致は大きい、 $h/h_b < 0.7$ の区域ではよく一致していることがわかった。砕波点付近での水位下降量の測定は砕波点の実験中変動することによって非常に困難であり、したがって、水位の面から本計算モデルの妥当性をこれ以上検討することはできなかった。

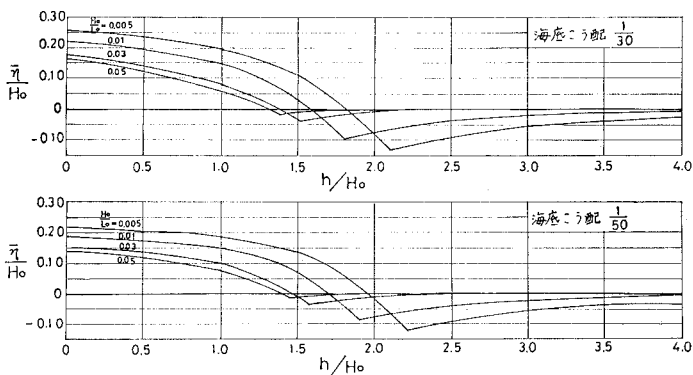


図-6 規則波による水位計算結果

4. 不規則波の計算モデル

(1) 計算モデルの概要

前述のモデルを基礎に、サーフビートによる水位変動と波高のレーリー分布を計算モデルに組み込み、不規則波の浅水変形計算モデルを作成した。このモデルでは周期の分布は考慮していない。この計算プログラムの前半部においてサーフビートおよび wave set-up の計算により平均水位の分布を水深ごとに求めた。

プログラムの後半の波高計算ルーチン部は、前半で計算した水位についてレーリー分布の各区間平均波高の変化を計算し、水深ごとに波高分布を求め、さらに代表波高を計算するルーチンである。

(2) サーフビートと wave set-up

天然海浜において波が砕けている場合、1～数分周期の水位の上下動が起こることが認められており、Munk はこれをサーフビートと名付けた。この発生原因については種々の説があるが、Longuet-Higgins と Stewart⁶⁾ は砕波によって生じる平均水位の場所的変化が波高の不規則性のために時間的に緩やかに変動し、これが岸で反射されて長周期波となり沖へ帰るものとしている。この水位の変動は波高と比例関係にあり、一般に沖波の10%程度であると報告されているが、合田⁷⁾は観測値を整理した結果、サーフビートの振幅を表わす実験式として式(9)で表わす ζ^* を標準偏差とする正規確率分布をするものとした。

$$\zeta^* = 0.01 \{H_0/L_0 \cdot (1+h/H_0)\}^{-1/2} \dots\dots\dots (9)$$

この計算モデルでも同じ方法を用い、水位分布を8区間に分け、その出現率を与えて計算した。

一方、wave set-up は前述の式(8)により求めたが、この理論を不規則波に適用する場合、規則波の波をエネルギー換算波高 ($H^* = 0.707H_0$) に置き換えて計算した。

(3) 波高の分布と代表波高の計算

本計算モデルでは水深が $0.5L_0$ の地点における条件として沖波の波高分布を式(10)で示されるレーリー分布として与えた。すなわち、平均波高の3倍の範囲を区間に分けて、それぞれの区間の平均値と出現率を計算し区間波高ごとの波高変化を求めた。

$$P(X) = \frac{\pi}{2} \cdot X \cdot \exp\left(-\frac{\pi}{4} X^2\right) \dots\dots\dots (10)$$

ただし、

$$X = \frac{H}{\bar{H}} = \frac{H}{H_0/1.60}$$

一方、計算後の波高分布を求めるために水深ステップごとに、区間幅 $0.04H_0$ ごとに100個の区間帯を設け、この区間帯ごとに波高の出現率を累加して区間出現率を求めた。さらに、この出現率から各水深ごとに密度分布を0.25区間ごとに計算した。

また、代表波高の計算は前述の波高の区間帯出現率より波高の大きい方から全波数の1/100, 1/10, 1/3 および全体の出現率を取り出してその平均波高を計算し、それぞれ $H_{\max}$, $H_{1/10}$, $H_{1/3}$ および $\bar{H}$ とした。

5. 計算結果とその検討

(1) 平均水位

平均水位の水深による変化の一例を図-7に示す。水位変化は波高 H^* との比で表わされている。平均水位は浅くなるにつれていったん低下するが、この下降部分では海底勾配に関係せず沖波波形勾配のみによって決まる。この平均水位の最低値は規則波の場合と同じ傾向を示すが、その大きさは規則波の8割程度である。

wave set-up は海底勾配が小さい程深い位置から始まり、その上昇カーブは波形勾配ごとにほぼ相似となる。この最高値は汀線において現われるが、その大きさは規則波の3/4程度となっている。

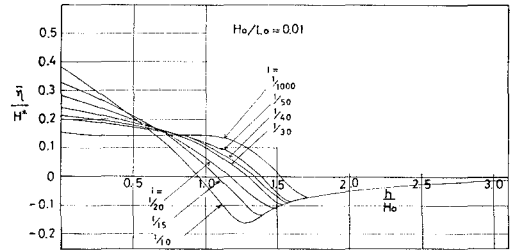


図-7 不規則波の平均水位の変化

(2) 代表波高

有義波高の変化は、波群の中で砕波が生じるまでは海底勾配には影響されない。すなわち、波高は波形勾配のみによって変化する。ピーク付近では浅い水深まで砕波しない場合ほど波高の増大は大きい。この状況を図-8に示す。

規則波と有義波の波高変化を比較したものが図-9である。有義波の場合は波高の最高が先鋭化することなく、なだらかな曲線となっており、そのカット分だけ小

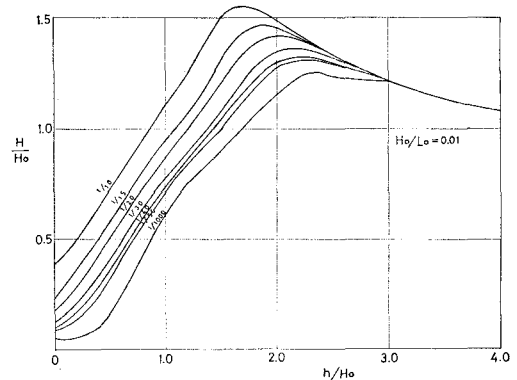
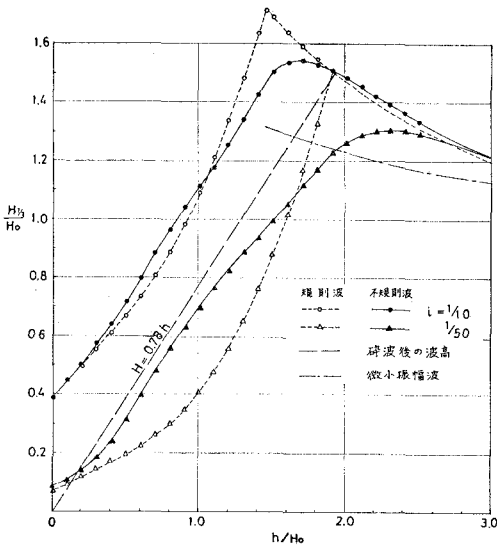


図-8 有義波高の水深変化



図—9 規則波と有義波の波高比較

さくなっている。そのピークの比は計算範囲ではほぼ9割の値を示した。またピークの位置は規則波よりやや深い方にずれている。砕波後の波高変化は不規則波より直線的で、その値が大きくなる部分も生ずるが、汀線においてはほぼ同じである。

6. 結 言

本報告で述べてきた、規則波の浅水変形の計算モデルについては、直接実証するには至っていないが、実用的範囲では妥当なものと考えられる。

不規則波については、砕波帯内の波高分布がある値に集中する傾向が計算では現われていること、および平均水位が低下することについては他の報告と異なっており、今後の研究に待たねばならない。

計算結果は紙面の制約上一部のケースしか掲載できなかったが詳しくは文献 7), 8) を参照されたい。

参 考 文 献

- 1) 合田良実：浅海域における波浪の砕波変形，港研報告 14 卷 3 号，pp. 59-106, 1975.
- 2) 首藤伸夫：非線形長波の変形—水路幅，水深の変化する場合—，第 21 回海講論文集，pp. 57-64, 1974.
- 3) 合田良実：砕波指標の整理について，土木学会論文報告集第 180 号，pp. 39-49, 1970.
- 4) Bowen, A. J., D. L. Inman and V. P. Simons: Wave set-down and set-up, J. Geophys. Res. 73, pp. 2569-2577, 1968.
- 5) 佐々木幹夫・佐伯 浩：砕波後の波の変形に関する実験的研究(2)，第 21 回海講論文集，pp. 39-44, 1974.
- 6) Longuet-Higgins, M. S. and R. W. Stewart: Radiation stress and mass transport in gravity waves, with application to 'surf beats', J. Fluid Mech. 13, pp. 481-504, 1962.
- 7) 菅原輝男・神瀬 哲：砕波による港内水位の上昇および港内水位の振動特性に関する研究，農業土木試験場報告第 14 号，pp. 145-182, 1976.
- 8) 菅原輝男・山本正昭：規則波の浅水変形モデル，農業土木試験場技報 D20 号，pp. 1-21, 1978.
- 9) 山本正昭・菅原輝男：不規則波の浅水変形—レーリ分布の場合，農業土木試験場技報 D20 号，pp. 23-52, 1978.